УДК 550.388.2

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОГИБАЮЩЕЙ УЗКОПОЛОСНОГО ФЛУКТУИРУЮЩЕГО РАДИОСИГНАЛА ПРИ СВЕРХДАЛЬНЕМ ТЕЛЕВИЗИОННОМ ПРИЕМЕ*

© 2004 В. И. Парфенов

Воронежский государственный университет

Осуществлено исследование основных статистических характеристик огибающей флуктуирующего радиосигнала, отраженного от среднеширотного слоя E_s ионосферы. На основании экспериментальных данных рассчитаны характеристики взаимосвязи отсчетов в разные моменты времени. Показано, что основной вклад во взаимосвязь вносит линейная связь между отсчетами. В предположении о том, что распределение огибающей подчиняется распределению Накагами, найдены аналитические выражения для основных статистических характеристик взаимосвязи этого процесса, которые достаточно адекватно описывают соответствующие экспериментальные зависимости. Показано, что для оценки параметров распределения Накагами необходимо учитывать коррелированность анализируемой выборки, в противном случае значения оценок могут оказаться завышенными.

Волны УКВ диапазона, распространяющиеся через ионосферный канал связи, вблизи приемной антенны создают сложную структуру электромагнитного поля вследствие интерференции многих лучей. Дискретная и непрерывная многолучевость в сочетании с изменениями во времени параметров среды распространения вызывает флуктуации принимаемого сигнала. Наличие флуктуаций, как известно, ограничивает пропускную способность канала и надежность передачи по нему. Это обуславливает необходимость экспериментального и теоретического изучения статистических характеристик флуктуаций уровня. Кроме того, знание статистических характеристик может дать некоторые представления о способах распространения сигнала через ионосферу и тем самым позволяет глубже понять физику изучаемого явления.

Наиболее известным методом исследования ионосферы, еще с двадцатых годов двадцатого столетия, является активное зондирование ионосферы радиосигналами, чаще всего вертикальное. При этом было показано, что примерно в 70 % случаев плотность распределения вероятности амплитуды вертикально отраженного сигнала описывается обобщенным законом Рэлея (законом Рэлея–Райса) [1]. Модель такого сигнала имеет вид линейной суперпозиции регулярной и случайной компонент. Причем регулярная компонента описывает сигнал, отраженный от сглаженной средней ионосферы — зеркально отраженная волна, а случайная компонента — некоторый случайный процесс, описывающий “пучок” рассеянных на неоднородностях волн. Если описывать амплитуду отраженного сигнала законом Рэлея–Райса, то случайная компонента у отраженного сигнала должна быть распределена по нормальному закону. А учитывая то, что она представляет собой суперпозицию сигналов, рассеянных отдельными неоднородностями, следует вывод о том, что число рассеивающих центров должно быть велико (для выполнения условий центральной предельной теоремы). С другой стороны, очевидно, что при распространении радиоволн не все области пространства в равной мере участвуют в формировании поля радиосигнала в точке наблюдения. Область, существенная при распространении радиоволн, совпадает с огибающей первых зон Френеля. При этом

* Работа выполнена при поддержке CRDF и Минобразования РФ (проекты VZ-010-0, T02-3.1-71).

внутри этой области, формирующей рассеянный сигнал, число неоднородностей может быть не очень большим, так что условия центральной предельной теоремы не выполняются. Все вышесказанное приводит к необходимости более тщательного исследования статистических характеристик (в том числе одномерной плотности распределения вероятности) огибающей отраженного от ионосферы радиосигнала, причем при использовании не только вертикального зондирования.

Для выявления некоторых свойств флуктуирующего УКВ сигнала была использована база данных, полученная экспериментально еще в восьмидесятые годы двадцатого столетия на кафедре радиофизики Воронежского госуниверситета. Эксперимент основывался на пассивном зондировании ионосферы телевизионными сигналами УКВ диапазона. Источниками таких сигналов являлись европейские стационарные телевизионные центры, расположенные на значительных расстояниях (от 900 до 2500 км) от точки приема, и работавшие в диапазоне 48.25—65.75 МГц (1 и 2 телевизионные каналы). Исследования проводились с помощью специально разработанного приемо-измерительного комплекса, включавшего в себя десятиэлементную логопериодическую антенну с соответствующими усилителем и антенным коммутатором, телевизионный приемник, а также измерительный приемник и устройство регистрации огибающей. Флуктуации сигнала исследовались по записям на ленте самописца Н-390 (устройство регистрации огибающей), полученным с помощью измерительного приемника П5-1. При появлении изображения на экране телевизионного приемника измерительный приемник настраивался на несущую частоту принимаемого телецентра и в дальнейшем продолжительность записи определялась длительностью наблюдаемого изображения. Некоторые результаты анализа статистических характеристик огибающей флуктуирующего радиосигнала приведены в работах [2, 3].

Полученные записи флуктуаций уровня сигнала представляют собой реализации нестационарного процесса. Далее эти непрерывные реализации подвергались дискретизации с временным шагом порядка 0.66 с. Из полученного временного ряда известными методами выделялись интервалы стационарности и в дальнейшем при исследовании статистических характеристик огибающей сигнала обработка велась на этих интервалах. В качестве критерия достижения стационарности при уменьшении объема выборки выбиралось смещение корреляционной функции, рассчитанной по уменьшенной выборке.

Одним из основных вопросов при анализе статистических характеристик является обоснованный выбор плотности распределения вероятности огибающей УКВ сигнала. Известно [4], что достаточно универсальным распределением огибающей сигнала, подверженного замираниям, возникающим при распространении радиоволн через среду со случайными неоднородностями, является распределение Накагами

$$W(U) = \frac{2m^m U^{2m-1}}{\Omega^m \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{mU^2}{\Omega}\right), U \geq 0. \quad (1)$$

Здесь $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция [5]. Параметр распределения (1) Ω характеризует среднюю мощность замирающего сигнала, а параметр m — глубину замираний. Из распределения (1) можно получить ряд известных распределений. В частности, при $m = 1$ распределение (1) переходит в распределение Рэлея, при $m = 1/2$ — (1) переходит в одностороннее нормальное распределение, а при больших m распределение (1) стремится к распределению Рэлея–Райса. Таким образом, можно считать, что распределение Накагами является более общим для описания замираний сигнала, чем общепринятое распределение Релея–Райса. Формула (1) была предложена Накагами для интерпретации экспериментальных данных по быстрому федингу радиоволн КВ диапазона на длинных трассах распространения. При этом под m понималось количество лучей, приходящих в точку приема. В то же время параметр m в (1) может принимать нецелые значения. Тогда можно поступать двояким образом. Если требовать, чтобы параметр m имел обязательно физический смысл числа лучей, то число лучей можно определить как целую часть, например, величины $m + 1/2$. С другой стороны, можно и не требовать, чтобы параметр m имел

физический смысл числа лучей. Например, вместо дискретного спектра волновых чисел в предположении о рассеянии волн можно использовать приближенно понятие непрерывного спектра, что придает физический смысл и нецелым значениям m.

На основе экспериментальной выборки строилась гистограмма распределения, а вопрос о возможности принятия гипотезы о распределении Накагами решался с помощью критерия согласия χ^2 [5]. При этом из трех произвольно выбранных анализируемых выборок (1. Телецентр ФРГ, центральная частота $f_0 = 48.25$ МГц, запись от 23.08.1987 г.; 2. Швеция, $f_0 = 55.25$ МГц, запись от 23.08.1988 г.; 3. Норвегия, $f_0 = 48.25$ МГц, запись от 31.07.1986 г.) в двух случаях распределение Накагами может быть принято (при уровне значимости 0.1), а в одном случае (запись № 2) нельзя. В последнем случае кривая плотности распределения вероятности имеет более высокий и узкий максимум по сравнению с теоретической. Это, возможно, объясняется тем, что при сверхдальнем распространении радиоволн, наряду с рассеянием на неоднородностях среды распространения, значительный вклад в суммарный сигнал вносит зеркально отраженная волна от сглаженной ионосферы.

Кроме одномерной плотности распределения вероятности, были исследованы статистические характеристики взаимосвязи между отсчетами анализируемой выборки, такие как корреляционная функция, корреляционное отношение и коэффициент множественной линейной корреляции. Так, на рис. 1 кривой 1 изображен выборочный коэффициент корреляции огибающей радиосигнала, рассчитанный по выборке № 3 длиной $N = 1000$ отсчетов, интервал между отсчетами $\Delta t = 0.66$ с, так что длительность исследуемой реализации составляла порядка 11 минут. Пунктирной линией на этом рисунке изображены доверительные вероятностные границы нулевых значений коэффициента корреляции (с вероятностью для доверительных границ 0.95). Видно, что с ростом τ значения коэффициента корреляции не выходят за пределы этого интервала, следовательно, процесс можно считать стационарным. Для аппроксимации выборочного коэффициента корреляции использова-

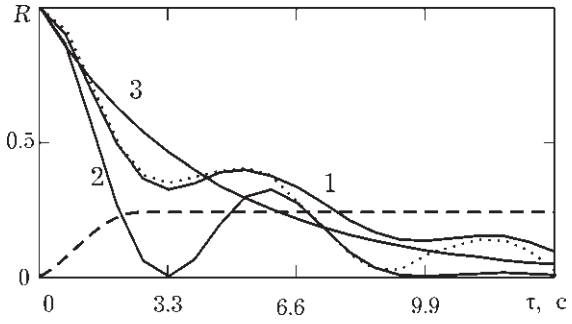

Рис. 1. Коэффициент корреляции огибающей флуктуирующего радиосигнала

лось предположение о том, что огибающая распределена по закону Накагами. Тогда, в соответствии с результатами [6], N-мерная плотность распределения вероятностей огибающей имеет вид

$$W_N(\vec{U}) = \frac{2^N m^{m+N-1} U_1^m U_N^{m-1}}{\Gamma(m)\Omega^{m+N-1}\left[\rho^{m-1}\left(1-\rho^2\right)\right]^{N-1}} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{m}{\Omega(1-\rho^2)}\left[\sum_{k=1}^{N} U_k^2 + \right.\right. \\ \left.\left. + \rho^2 \sum_{k=2}^{N-1} U_k^2\right]\right\} \prod_{k=2}^{N} U_k \, \mathrm{I}_{m-1}\left(\frac{2m\rho U_{k-1} U_k}{\Omega(1-\rho^2)}\right), \quad (2)$$

Здесь $\vec{U} = \| U_1, U_2, \ldots U_N \|$ — вектор отсчетов огибающей, ρ — коэффициент корреляции флуктуирующего радиосигнала с огибающей $U(t)$ между двумя соседними отсчетами. Если в (2) положить $\rho = 0$, т.е. считать отсчеты огибающей некоррелированными, то придем к очевидному результату $W_N(\vec{U}) = \prod_{k=1}^{N} W(U_k)$.

Аналитическое выражение для коэффициента корреляции огибающей флуктуирующего радиосигнала также было найдено в [6] и имеет вид

$$R(\tau) = \left\{ {}_2F_1\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, m, \rho^2\right) - 1 \right\} \times \\ \times \left\{ m\left[\Gamma(m)/\Gamma(m+1/2)\right]^2 - 1 \right\}^{-1}, \quad (3)$$

где ${}_2F_1(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot)$ — гипергеометрическая функция [7]. Как следует из (3), влияние величины параметра m на коэффициент корреляции $R(\tau)$ незначительно. Кроме того, можно использовать следующее приближение для коэффициента корреляции:

$$R(\tau) \approx \rho^2(\tau). \quad (4)$$

Из (3), (4) следует, что поведение коэффициента корреляции огибающей определяется, в основном, видом коэффициента корреляции флуктуирующего радиосигнала $\rho(\tau)$. Правильный выбор функции $\rho(\tau)$ является достаточно сложной задачей. Для аналитических расчетов можно использовать различные аппроксимации, такие как $\rho_1(\tau) = \exp(-(\tau/\tau_1)^2)\cos(\omega_1\tau)$ или $\rho_2(\tau) = \exp(-|\tau|/\tau_2)$. На рис. 1 кривой 2 изображен коэффициент корреляции (3) при использовании первой из этих функций (при $\tau_1 = 8.6$ с, $\omega_1 = 0.48$ рад/с). Кривой 3 на этом рисунке показан коэффициент корреляции (3) при использовании функции $\rho_2(\tau)$ ($\tau_2 = 4.3$ с). Видно, что использование этих аппроксимаций $\rho_1(\tau)$ и $\rho_2(\tau)$ лишь приближенно описывает поведение выборочного коэффициента корреляции огибающей. Гораздо более хорошее соответствие с экспериментом можно получить, если использовать при аппроксимации огибающей процесс авторегрессии скользящего среднего даже не очень большого порядка. Причем оценки параметров этого процесса можно найти в соответствии с методом максимального правдоподобия. В частности, для рассматриваемой выборки достаточно использовать процесс авторегрессии скользящего среднего $y(t)$ с параметрами (3, 4): $y(t) - \sum_{i=1}^{3}\varphi_i y(t-i) = a(t) - \sum_{i=1}^{4}\theta_i a(t-i)$. Оценки максимального правдоподобия параметров этого процесса имеют вид: $\varphi_1 = 2.313$, $\varphi_2 = -2.151$, $\varphi_3 = 0.775$, $\theta_1 = 0.677$, $\theta_2 = 0.03316$, $\theta_3 = -0.224$, $\theta_4 = -0.202$. На рис. 1 точками показан коэффициент корреляции такого процесса. Видно, что совпадение с выборочным коэффициентом корреляции огибающей достаточно хорошее.

Как известно, интервал между отсчетами временного ряда, при котором отсчеты уже можно считать некоррелированными, называется интервалом корреляции. Существует множество аналитических определений интервала корреляции, которые приводят к примерно одинаковым числовым значениям. В работе для расчета интервала корреляции был применен следующий прием. Так как анализируемый временной ряд был аппроксимирован процессом авторегрессии скользящего среднего, это фактически означает, что выборочная корреляционная функция аппроксимируется рядом из затухающих экспонент и синусоид [8]. Далее по этой теоретической функции интервал корреляции рассчитывался как интеграл от нее в пределах от нуля до бесконечности. Для анализируемых выборок были получены следующие значения для интервалов корреляции: 2.9, 6.4 и 4.3 с для соответствующих выборок.

Для прогноза поведения огибающей флуктуирующего радиосигнала с целью расчета линий КВ и УКВ радиосвязи необходим более тщательный анализ взаимозависимости отсчетов в разнесенные моменты времени. Традиционно, кроме коэффициента корреляции, для характеристики парной стохастической связи используется корреляционное отношение. Корреляционное отношение показывает степень статистической связи между двумя отсчетами временного ряда, причем, в отличие от коэффициента корреляции, степень любой статистической связи, а не только линейной [5, 9]. Поскольку корреляционное отношение выявляет степень любой статистической парной связи, то оно является верхней границей для корреляционной функции. По определению корреляционное отношение случайной величины X к случайной величине Y есть $\eta = \sqrt{D[M(X\,|\,Y)]/\sigma_X^2}$, где $D[M(X\,|\,Y)] = M_Y\left[\left(M(X\,|\,Y) - M(X)\right)^2\right]$, $M(\cdot)$ — оператор математического ожидания, $M_Y(\cdot)$ — оператор математического ожидания по Y, $M(X\,|\,Y)$ — математическое ожидание величины X при фиксированной величине Y. В рассматриваемой задаче, используя плотность распределения вероятностей (2), можно получить следующие выражения:

$$M(X\,|\,Y) = \sqrt{\frac{\Omega}{m}(1-\rho^2)}\,\frac{\Gamma(m+1/2)}{\Gamma(m)}\times$$
$$\times {}_1F_1\left(-\frac{1}{2}, m, -\frac{m\rho^2 Y^2}{\Omega(1-\rho^2)}\right),$$
$$\eta^2 = \frac{2m^m\Gamma^2(m+1/2)}{\Gamma(m)\left[m\Gamma^2(m) - \Gamma^2(m+1/2)\right]}\times$$
$$\times\int_0^\infty x^{2m-1}\exp(-mx^2)\left[1 - \right. \tag{5}$$
$$\left. -\sqrt{1-\rho^2}\,{}_1F_1\left(-\frac{1}{2}, m, -\frac{m\rho^2 x^2}{1-\rho^2}\right)\right]^2 dx.$$

Здесь ${}_1F_1(\cdot,\cdot,\cdot)$ — вырожденная гипергеометрическая функция [7]. На рис. 2 штриховой линией изображена функция $\eta(\tau)$ (5) при $\rho(\tau)=\rho_1(\tau)$ (см. ранее). На этом же рисунке сплошной линией 1 показана экспериментально полученное корреляционное отношение для выборки № 3. Сравнение этой кривой с кривой 1 на рис. 1 показывает, что коэффициент корреляции и корреляционное отношение совпадают в пределах доверительных границ практически при любой задержке. Следовательно, можно сделать вывод об отсутствии нелинейной связи между отсчетами. На рис. 2 штрих-пунктирной линией 1 показаны 95 % доверительные границы нулевых значений корреляционного отношения.

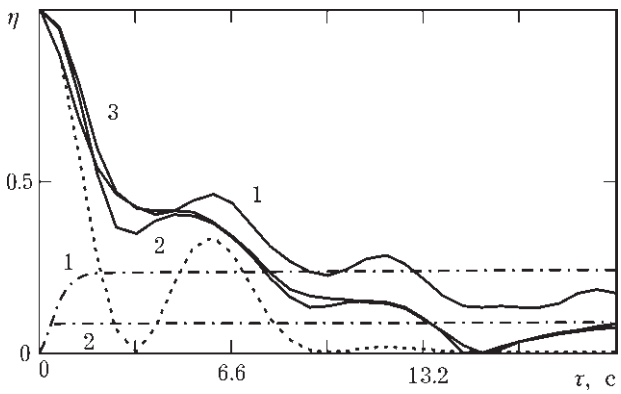

Рис. 2. Корреляционное отношение и коэффициент множественной корреляции огибающей флуктуирующего радиосигнала

Множественная корреляция для линейных процессов показывает степень максимальной линейной связи между отсчетами процесса *y(t)* и линейной комбинацией отсчетов $y(t-L), y(t-L-1)...y(t-L-p+1)$ [5, 9]. Здесь p — число отсчетов, с которыми рассчитывается корреляция ($p=1,2...$). При $p=1$ коэффициент множественной корреляции совпадает с модулем коэффициента корреляции. Вообще же эта характеристика также является верхней границей для модуля коэффициента корреляции. На рис. 2 сплошной кривой 2 показан экспериментально полученный коэффициент множественной корреляции для $p=2$, а кривой 3 — для $p=3$. Штрих-пунктирной кривой 2 показаны 95 % доверительные границы нулевых значений для этих функций. Практически минимальное различие между коэффициентом корреляции и коэффициентом множественной корреляции в пределах доверительных границ свидетельствует о том, что вклад в статистическую линейную связь дополнительных отсчетов весьма незначителен.

Как уже отмечалось ранее, распределение Накагами (1) полностью характеризуется параметрами m и Ω. При экспериментальных расчетах характеристик огибающей флуктуирующего радиосигнала в качестве этих параметров выбирались их оценки по методу моментов [9] в предположении о некоррелированности выборки. В то же время, как следует из полученных результатов, анализируемые выборки нельзя считать некоррелированными (так, для выборки № 3 интервал между отсчетами 0.66 с намного меньше, чем интервал корреляции огибающей, равный 4.3 с). В связи с этим представляет интерес найти оценки параметров m и Ω по методу максимального правдоподобия, учитывая коррелированность выборки. В соответствии с методом максимального правдоподобия оценки этих параметров ищутся как $(\hat{m},\hat{\Omega})=\arg\sup\limits_{\substack{m\in[M1,M2]\\ \Omega\in[W1,W2]}} W_N(\vec{U})$, где $M1, M2$ и $W1, W2$ — соответственно нижние и верхние границы априорных интервалов возможных значений параметров m и Ω соответственно, а плотность распределения вероятностей $W_N(\vec{U})$ определена в (2). При расчетах полагалось $M1=0.5, M2=5; W1=1, W2=15[\text{В}^2]$, причем шаг дискретизации по m составлял 0.225, а по Ω — 0.14[В²]. Как показывают численные исследования, оценки параметра m и с учетом и без учета коррелированности выборки примерно совпадают. Так, для выборки № 1 эти оценки $\hat{m}\approx 0.97$, а для выборки № 3 — $\hat{m}\approx 0.5$. В то же время оценка параметра Ω существенно зависит от величины коэффициента корреляции между соседними отсчетами радиосигнала ρ. На рис. 3 сплошной линией 1 показана зависимость оценки максимального правдоподобия $\hat{\Omega}$ для выборки № 1, а сплошной линией 2 — для выборки № 3. На этом же рисунке штриховыми линиями 1 и 2 показаны значения оценок параметра Ω в предположении о некоррели-

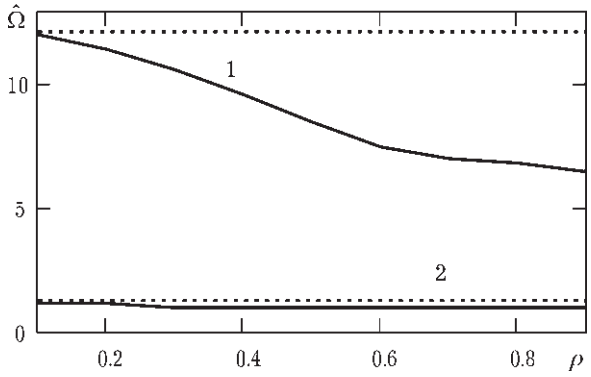

Рис. 3. Зависимость оценки средней мощности замирающего радиосигнала от величины его коэффициента корреляции

рованности выборок (для тех же выборок). Видно, что влияние коэффициента корреляции флуктуирующего радиосигнала ρ на оценку параметра Ω может быть достаточно существенным (сравни сплошные и штриховые кривые 1). Так, при изменении ρ от 0.1 до 0.9 оценка параметра Ω уменьшается почти в 2 раза. В то же время при стремлении ρ к нулю оценки в предположении о коррелированности и некоррелированности выборок практически совпадают. Следовательно, для анализа свойств огибающей узкополосного флуктуирующего радиосигнала правильное и корректное определение коэффициента корреляции $\rho(\tau)$ является весьма важной задачей.

Таким образом, проведенный теоретический и экспериментальный анализ основных статистических характеристик огибающей флуктуирующего радиосигнала свидетельствует о следующем. В некоторых случаях на интервалах стационарности одномерные флуктуации огибающей радиосигнала могут быть описаны с помощью распределения Накагами. Статистическую зависимость между отсчетами можно учесть, если использовать N-мерную плотность распределения вероятностей (2). Найденные с ее помощью статистические характеристики, определяющие взаимозависимость между отсчетами в разнесенные моменты времени, такие как коэффициент корреляции, корреляционное отношение и коэффициент множественной корреляции, показывают, что основной вклад в степень связи между двумя отсчетами временного ряда вносит линейная статистическая связь (вклад нелинейной статистической связи весьма незначителен и этой связью можно пренебречь). Кроме того, в работе показано, что пренебрежение коррелированностью отсчетов временного ряда может приводить к завышенной оценке средней мощности замирающего радиосигнала.

Данные экспериментальных исследований огибающей флуктуирующего УКВ сигнала любезно предоставлены сотрудниками кафедры радиофизики С. А. Охремчиком и В. А. Васильевым.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Всехсвятская И.С.* Статистические свойства сигналов, отраженных от ионосферы. — М.: Наука, 1973. — 136 с.

2. *Моисеев С.Н., Радченко Т.А.* Статистическое описание флуктуаций УКВ-сигнала, отраженного от среднеширотного слоя E_s // Геомагнетизм и аэрономия. — 1987. — Т. 27. — № 3. — С. 498—501.

3. *Моисеев С.Н.* Прогноз огибающей УКВ-сигнала, отраженного от слоя E_s // Геомагнетизм и аэрономия. — 1996. — Т. 36. — № 4. — С. 100—106.

4. *Финк Л.М.* Теория передачи дискретных сообщений. — М.: Сов. радио, 1970. — 728 с.

5. Математическая статистика / Иванова Б. М., Калинина В.Н., Нешумова Л.А. и др. — М.: Высшая школа, 1981. — 728 с.

6. *Парфенов В.И.* Оценка параметров распределения Накагами по коррелированной выборке // Вестник ВГУ. Серия физика, математика. — 2004. — № 1. — С. 39—44.

7. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. — М.: Наука, 1979. — 832 с.

8. *Бокс Дж., Дженкинс Г.* Анализ временных рядов, прогноз и управление. — М.: Мир, 1974. — 406 с.

9. *Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д.* Прикладная статистика. Исследование зависимостей. — М.: Финансы и статистика, 1985. — 436 с.