УДК 539.12

α-КОНДЕНСАТ В ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ ПРИ НОРМАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ И СТАТИСТИКА СОСТАВНЫХ БОЗОНОВ*

© 2004 И. А. Гнилозуб[1], С. Д. Кургалин[2], Ю. М. Чувильский[1,3]

[1]*НИИЯФ МГУ им. М. В. Ломоносова*
[2]*Воронежский государственный университет*
[3]*Юстус-Либих университет, Гиссен, Германия*

Показано, что α-частичные состояния в ядрах обладают основными свойствами α-конденсата и зачастую одновременно нормальной ядерной плотностью. Статистика α-частиц (и других составных бозонов) оказывается отличной от статистик Бозе—Эйнштейна, Ферми—Дирака и парастатистики.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время большой интерес вызывает поиск α-конденсата в ядерном веществе [1—3].

Основным теоретическим подходом к обсуждаемой проблеме является поиск конденсированной α-частичной материи при малой плотности ядерной системы [1]. Близкой по духу возможностью является поиск конденсированных состояний в области $k\alpha$-частичного ($k = A/4$) порога развала четного ядра с $Z = N = A/2$ [2, 3]. Решения уравнения Хилла—Уиллера относительно размерных параметров $k\alpha$-частичной системы предлагаются в качестве определения конденсированных α-частичных состояний. Показано, что в ядрах ^{12}C, ^{16}O и более тяжелых можно построить такие решения. Плотность вещества в данных состояниях также мала. Экспериментальные спектры этих ядер содержат уровни, которые можно рассматривать в качестве возможных кандидатов на роль состояний обсуждаемого типа.

В то же время существует другая возможность построить мульти-α-частичные состояния, проявляющие аналогичные свойства в таких же процессах [4].

В настоящей работе мы демонстрируем, что для определенных состояний четного ядра с $Z = N = A/2$, включая основные и низколежащие состояния ядер $(2s-1d)$-оболочки, матричные элементы гамильтониана известной модели Эллиотта [5] могут быть записаны в $k\alpha$-частичной форме так, что собственные значения нуклонного гамильтониана сохраняются. Другими словами, в некоторых состояниях такое ядро полностью описывается α-частичной динамикой. В таком состоянии система ведет себя подобно обсуждаемой в [2], и ее волновая функция может быть записана в похожей форме.

Целью данной работы является получение правил отбора для мульти-α-частичных состояний и исследование на этой основе статистики α-частиц. Обсуждаются различия в проявлении квазибозонного конденсата в ядрах (плотных системах относительно небольшого числа частиц) и в многофермионных объектах бóльшего объема.

1. МИКРОСКОПИЧЕСКИЙ ПОДХОД К АНАЛИЗУ МУЛЬТИ-α-ЧАСТИЧНЫХ СОСТОЯНИЙ

Предлагаемый для указанных выше целей подход основан на микроскопическом (действующем в пространстве A-нуклонных волновых функций) $SU(3)$-гамильтониане [5], обобщенном за счет введения Q^3- и QL^2-членов и построенном из набора коммутирующих инвариантов группы $SU(3)$ и соответствующих подгрупп:

$$H = H_{osc} + f_1(\hat{L}^2) + f_2(QQ) + \\ + f_3((Q \otimes Q)Q) + f_4(Q(\hat{L} \otimes \hat{L})), \tag{1}$$

где H_{osc} — осцилляторный гамильтониан; $\hat{L}$ — оператор углового момента; $\otimes$ — знак

* Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант № 02-02-16411.

тензорного произведения второго ранга: Q — квадрупольный оператор, компонента которого имеет вид:

$$Q^m = \sqrt{4\pi/5}\sum_i ((\rho_i^2/\rho_{i_0}^2)Y_{2m}(\theta_{\rho_i},\psi_{\rho_i}) + +(p_i^2/p_{i_0}^2)Y_{2m}(\theta_{p_i},\psi_{p_i})), \tag{2}$$

где ρ_i — координата Якоби; p_i — оператор соответствующего импульса.

Собственные значения гамильтониана (1) могут быть выражены в виде:

$$E = N\hbar\omega + b_1L(L+1) + +b_2(2/3)(\lambda^2+\mu^2+\lambda\mu+3(\lambda+\mu)) + +b_3(1/9)(\lambda-\mu)[(\lambda+2\mu)(2\lambda+\mu)+9(\lambda+\mu+1) - -(\lambda^2+\mu^2+\lambda\mu+3(\lambda+\mu))] + b_4\Omega, \tag{3}$$

где ω — осцилляторная частота; Ω — собственное значение оператора Баргмана $\hat{\Omega}$ [6].

Собственные функции Ψ^A гамильтониана (1) являются многочастичными осцилляторными функциями, которые должны характеризоваться содержащимися в (3) глобальными (описывающими систему как целое) квантовыми числами: главным квантовым числом $N = \sum_j n_j$ (где $n_j = 2\tilde{n}_j + l_j$ — главное квантовое число однонуклонной волновой функции; $\tilde{n}_j$ — количество узлов в ней; l_j — момент); символом Эллиотта $(\lambda\mu)$, характеризующим неприводимое представление группы $SU(3)$; моментом L и величиной Ω. Естественно, необходимы и квантовые числа $[f]$, S, T (схема Юнга, спин и изоспин), определяющие спин-изоспиновые волновые функции системы.

Собственные функции могут быть записаны в различной форме, например, в виде функций осцилляторной модели оболочек. Предпочтительно использовать трансляционно-инвариантную версию этой модели [7], которая не дает лишней координаты центра масс и ложных состояний.

Иногда обсуждаемые собственные состояния оказываются вырожденными с определенной кратностью, и поэтому для полной классификации могут потребоваться дополнительные квантовые числа η, характеризующие состояние Ψ^A. Выбор дополнительных квантовых чисел η произволен. Требование антисимметрии нуклонных волновых функций накладывает на все квантовые числа хорошо известные из теории ядерных оболочек ограничения.

Сущность подхода заключается в том, что в некоторых случаях эти собственные функции могут быть представлены не только в оболочечной, но и в эквивалентной мультикластерной форме с теми же квантовыми числами. Для четного ядра с $N = Z$ возможными кластерами являются α-частицы. Волновые функции их внутреннего движения Ψ_{α_i} являются собственными функциями основного состояния четырехнуклонного гамильтониана вида (1), то есть в силу их скалярного характера — простейшими осцилляторными функциями трех координат Якоби с $N_i = 0$, $[f_i] = [4]$, $L_i = 0$, $S_i = 0$, $T_i = 0$.

Если рассмотреть гамильтониан $\tilde{H}$, имеющий тот же вид что и гамильтониан H, но действующий в пространстве функций координат Якоби относительного движения α-частиц $\{\rho_i\}$, то его собственные функции $\Psi_{\tilde{\Delta}}(\{\rho_i\})$, симметричные относительно перестановок номеров координат α-частиц, будут характеризоваться тем же набором пространственных квантовых чисел $\tilde{\Delta} \equiv \{N,(\lambda\mu),L,\Omega\}$, что и Ψ^A, и, будучи умноженными на произведение функций $\prod_{i=1}^{k}\Psi_{\alpha_i}$, однозначно определены квантовыми числами $[f] = [4^{A/4}]$, $S = 0$, $T = 0$. Совокупность всех этих квантовых чисел обозначим как Δ. В итоге A-нуклонная антисимметричная волновая функция:

$$\Psi_\Delta^A \equiv \hat{A}\hat{N}^{-1/2}\prod_{i=1}^{A/A}\Psi_{\alpha_i}\cdot\Psi_{\tilde{\Delta}}(\{\rho_k\}), \tag{4}$$

где $\hat{A}$ — антисимметризатор, оказывается собственной функцией гамильтониана (1). Она соответствует собственному значению (3), если не зануляется оператором $\hat{A}$.

В спектре собственных значений гамильтониана $\tilde{H}$ также могут существовать вырожденные состояния, которые мы будем классифицировать индексом η'. Состояния $\Psi_{\tilde{\Delta}}$, приводящие при антисимметризации к занулению функций Ψ_Δ^A, называются запрещенными.

Результат действия нормирующего интегрального оператора $\hat{N}$:

$$\hat{N} \equiv \left\langle \hat{A}\prod_{i=1}^{k}\Psi_{\alpha_i}\delta(\{\rho_k-\rho'_k\}) \mid \hat{A}\prod_{i=1}^{k}\Psi_{\alpha_i}\delta(\{\rho_k-\rho''_k\}) \right\rangle \quad (5)$$

— обменного ядра модели резонирующих групп [8] (в данном случае мульти-α-частичного) может быть представлен через его собственные функции и собственные значения $\varepsilon_{\tilde{\Delta}}$. В обсуждаемом случае его собственные функции совпадают с собственными функциями $\Psi_{\tilde{\Delta}}(\{\rho_k\})$ гамильтониана $\tilde{H}$.

Незапрещенные состояния $\Psi_{\tilde{\Delta}}(\{\rho_k\})$ характеризуются теми же конкретными значениями квантовых чисел N, $(\lambda\mu)$, L, Ω, что и функции гамильтониана H. Поэтому имеет место нормировка на константу $\varepsilon_{\tilde{\Delta}}$.

В случае, когда кратность собственных значений больше единицы, обменное ядро $\hat{N}$ может быть использовано для определения дополнительных квантовых чисел η в $\tilde{\Delta}$.

При отсутствии вырождения волновые функции (4) и трансляционно-инвариантные оболочечные функции, характеризующиеся теми же квантовыми числами Δ, тождественно совпадают.

Обсуждаемый формализм является мульти-α-частичным обобщением 2α-частичного представления трансляционно-инвариантной оболочечной волновой функции ^{8}Be [9].

Для вырожденных оболочечных состояний каждая функция (4) может быть представлена через их суперпозицию. Кратность вырождения мультикластерных состояний (4) меньше или равна кратности оболочечных состояний, характеризующихся теми же конкретными значениями N, $(\lambda\mu)$, L, Ω, $[f]=[4^{A/A}]$, $S=0$, $T=0$, поскольку для полноты базиса η' не достает компонент, характеризующихся наличием возбужденных состояний внутреннего движения α-частиц. Естественно, поэтому, что соотношение (4) не может быть записано через другие, кроме как α-частичные, конституенты. Список исключений связан с использованием осцилляторных магических ядер ^{16}O или ^{40}Ca в качестве конституентов, кроме того, добавление к группе «магов» одного или двух нуклонов или одного легкого $(A<4)$ кластера не нарушает полученных соотношений. Есть и более сложные примеры, но обсуждение всех этих систем выходит за рамки настоящей работы.

Если исключить запрещенные состояния, то все уровни редуцированного гамильтониана $\tilde{H}$ содержатся в спектре полного гамильтониана H (1). α-Частицы проникают друг в друга, взаимодействие и нуклонный обмен приводят к их разрушению (потере индивидуальности), тем не менее, α-частичные свойства системы в точности сохраняются.

α-Частицы могут рассматриваться в такой динамике как бесструктурные конституенты, и четное ядро с $N=Z$, описываемое гамильтонианом (1), ведет себя как система k стабильных α-частиц. Это свойство состояний (4) является необходимым для модели α-конденсата. Наиболее вероятным откликом на внешнее воздействие является развал такой системы на α-частицы и (или) большие мульти-α-частичные фрагменты. В этом отношении, фактически, нет разницы между поведением обсуждаемой системы и поведением α-конденсированного состояния, определенного в [2].

Следует отметить, что модель Эллиотта дает хорошее описание основных и низколежащих состояний $1p$-, $(2s{-}1d)$- и начала $(2p-1f)$-оболочки четных ядер с $N=Z$ [10]. Поэтому состояния этих ядер с $[f]=[4^{A/4}]$ являются хорошими примерами мульти-α-частичных состояний. Расширенная версия модели [11] объясняет качественные свойства и дает довольно хорошее количественное описание высоковозбужденных α-частичных состояний, заселяемых в упругом рассеянии α-частиц [12] и реакциях α-передачи. Таким образом, свойства α-конденсата могут проявляться во многих состояниях ядерной материи при нормальной плотности.

2. СТАТИСТИКА α-ЧАСТИЦ

Перейдем к обсуждению статистики α-частиц. Наиболее важно получить ответ на вопрос, могут ли α-частицы обсуждаемой системы занимать один и тот же уровень, и каким будет этот уровень.

Для решения этой задачи требуется проанализировать заполнение одночастичных α-уровней. С этой целью удобно перейти от трансляционно-инвариантной волновой функции движения α-частиц $\Psi_{\tilde{\Delta}}(\{\rho_k\})$ к ее оболочечному аналогу, то есть, по существу, построить оболочечную модель движения α-частиц. Для этого введем функцию:

$$\Psi_{\tilde{\Delta}}(\{R_i\}) = \Psi_{\tilde{\Delta}}(\{\rho_k\})\Phi_{000}(R_{cm}), \qquad (6)$$

где $\Phi_{000}(R_{cm})$ — волновая функция нулевых колебаний центра масс системы. Эта функция является скаляром и, если рассматривать ее в качестве оператора, она коммутирует с гамильтонианом $\tilde{H}$, антисимметризатором $\hat{A}$ и обменным ядром $\hat{N}$, поэтому функция $\Psi_{\tilde{\Delta}}(\{R_i\})$ обладает теми же свойствами, что и $\Psi_{\tilde{\Delta}}(\{\rho_k\})$ и характеризуется теми же значениями квантовых чисел.

Правила отбора для главного квантового числа N функции $\Psi_{\tilde{\Delta}}(\{R_i\})$ весьма просто получить, воспользовавшись доказанной выше тождественностью мульти-α-частичных волновых функций и функций осцилляторной модели оболочек. Для ядер ^{4}He, ^{8}Be, ^{12}C, ^{16}O, ..., ^{44}Ti нижние пределы N_{min} значений N представлены в табл.

Таблица

Минимальные главные квантовые числа N_{min} для α-частичных систем

$A/4$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
N_{min}	0	4	8	12	20	28	36	44	52	60	72

Для $A > 4$ конденсированное состояние бозонной системы α-частиц на нижнем уровне $(0s)^{A/4}$ $(N = 0)$ запрещено принципом Паули, которому подчиняются нуклоны, входящие в состав α-частиц, поэтому ни одна волновая функция не может удовлетворять строгому определению α-конденсата. Следовательно, вопрос об α-частичной статистике приобретает принципиальное значение.

Для его решения удобно по-другому строить волновые функции $\Psi_A^{(SM)}$. Действительно, можно записать:

$$\Psi_A^{(SM)} = \hat{A}\prod_{i=1}^{k}\Psi_{\alpha_i}\cdot\hat{P}\Psi_{\tilde{\Delta}}(R_i), \qquad (7)$$

где $\Psi_{\tilde{\Delta}}(\{R_i\})$ — какая-либо не зануляющаяся операторами $\hat{A}$ и $\hat{P}$ симметричная оболочечная конфигурация α-частиц, характеризуемая квантовыми числами $\tilde{\Delta} \equiv \{N, (\lambda\mu), L, \Omega, \eta'''\}$, соответствующими разрешенным A-нуклонным состояниям; $\hat{P}$ — проекционный оператор на состояния типа $\Psi^{rel}(\{\rho_k\})\Phi_{000}(R_{cm})$, то есть соответствующие нулевым колебаниям центра масс. Явный вид этого оператора можно найти в [13].

Если определенному набору $\{N, (\lambda\mu), L, \Omega\}$ соответствует единственное состояние $\Psi_{\tilde{\Delta}}(\{R_i\})$, и выражение в правой части (4) не является тождественным нулем, то $\Psi^{rel}(\{\rho_k\}) \equiv \Psi_{\tilde{\Delta}}(\{\rho_k\})$.

При наличии вырожденных состояний функция $\Psi^{rel}(\{\rho_k\})$ представляет собой суперпозицию нескольких функций $\Psi_{\tilde{\Delta}}(\{\rho_k\})$ (в виде суммы по η'). Дополнительное квантовое число η''', индексирующее функции $\Psi_{\tilde{\Delta}}(\{R_i\})$, не совпадает с η', характеризующим функции $\Psi_{\tilde{\Delta}}(\{\rho_k\})$, так как оболочечная конфигурация α-частиц $\Psi_{\tilde{\Delta}}(\{R_i\})$ определяется набором одно-α-частичных орбиталей $\{N_i\}$. Здесь N_i — главное квантовое число орбитали; $(N_i 0)$ — символ $SU(3)$-симметрии одночастичной координаты. Парциальные моменты L_i не определены, поскольку задан глобальный $SU(3)$-символ $(\lambda\mu)$. Набор $\{N_i\}$ сам по себе является дополнительным индексом. Часть таких конфигураций, несмотря на разрешенные принципом Паули значения глобальных квантовых чисел, зануляется антисимметризатором.

Для доказательства того, что какая-либо конфигурация «выживает» под действием оператора $\hat{A}$, можно представить произведение функций $\prod_{i=1}^{k}\Psi_{\alpha_i}\cdot\hat{P}\Psi_{\hat{\Delta}}(\{R_i\})$ в виде суперпозиции произведений однонуклонных орбиталей. Наличие хотя бы одной разрешенной конфигурации нуклонов является достаточным условием «выживания».

Выбор конфигурации $\Psi_{\hat{\Delta}}(\{R_i\})$ (то есть схемы заполнения осцилляторных уровней) не однозначен. Любая конфигурация α-частиц должна удовлетворять условию $N = \sum_i N_i \geq N_{\min}$, где нижние границы значений N представлены в табл. 1. Итак, схема заполнения определена под знаком операторов $\hat{P}$ и $\hat{A}$. Эти операторы сохраняют все глобальные квантовые числа (например, N), но под действием операторов $\hat{P}$ и $\hat{A}$ различные наборы $\{N_i\}$ могут приводить к одной и той же волновой функции Ψ^A. Тем не менее, правила отбора, полученные с помощью представленных выше процедур, определяют основные свойства мульти-α-частичных состояний в силу сохранения глобальных квантовых чисел.

Одна из возможных процедур построения разрешенной конфигурации α-частиц $\Psi_{\hat{\Delta}}(\{R_i\})$ для $k\alpha$-частичной системы следующая. Первая α-частица занимает уровень с N_i=0 ((N_i0)=(00)^1 — α-частичная конфигурация в $SU(3)$-обозначениях — основное состояние ядра ^{4}He в осцилляторной модели оболочек). Вторая α-частица может занимать любой уровень с четным значением $N_i \geq 4$. (Волновая функция, естественно, симметризована по перестановкам α-частиц.) Если она расположена на уровне с N_i=4 (конфигурация (00)^1(40)^1 — основное состояние ^{8}Be), то третья α-частица может занимать тот же и более высокие уровни ((00)^1(40)^2 — основное состояние ^{12}C). α-Частица над основным состоянием ^{12}C может занимать уровни с $N_i \geq 4$ за исключением $N_i = 5$ ввиду того, что это состояние является чисто ложным, то есть зануляется оператором $\hat{P}$. Для пятой α-частицы над основным состоянием ^{16}O ((00)^1(40)^3) доступны все уровни с $N_i \geq 8$.

Глобальный символ Эллиотта $(\lambda\mu)$ получается согласно обычным правилам отбора. Он определяет коллективные свойства мульти-α-частичных состояний. Правила отбора квантовых чисел Ω и L, соответственно определяющих ротационные серии и уровни в них, связаны с символом Эллиотта $(\lambda\mu)$ обычным образом. Данная схема — ее можно назвать схемой последовательного заполнения — удобна тем, что при построении основного состояния системы $k\alpha$-частиц мы получаем его из основного состояния системы $(k-1)$ α-кластеров.

Для выявления статистики более удобной является другая схема. В ней для фиксированного числа $k\alpha$-частиц и главного квантового числа N, удовлетворяющего обсуждаемым выше условиям, можно выбрать набор значений $\{N_i\}$ в виде $N_i = [N/k]$ ($[N/k]$ — целая часть отношения N/k) для $i \leq k[N/k] - N + k$ и $N_i = [N/k]+1$ для больших i. Для целого значения N/k все α-частицы могут занимать один и тот же уровень с $N_i = N/k$ (более низкие уровни при этом, конечно, должны быть свободными). Как важный пример для основных состояний осцилляторных магических ядер допустимо расположение всех $k_{mag} = A_{mag}/4 = (N_{i^{mag}}+3)(N_{i^{mag}}+6)(N_{i^{mag}}+9)/162$ α-частиц на уровне $N_{i^{mag}} = 3\nu$ (ν — главное квантовое число последней заполненной нуклонной оболочки):

$$\Psi_A^{(SM)} = \hat{A}\prod_{i=1}^{k}\Psi_{\alpha_i}\cdot\hat{P}\cdot \left|\prod_{i=1}^{k}\varphi_{(3\nu,0)}(R_i):\{(\lambda\mu)\}[4^{A/4}]\ N\Omega LST\right\rangle. \quad (8)$$

Естественно, в данном случае $(\lambda\mu)=(00)$,, $\Omega = 0$; $L=0$; $S=0$; $T=0$. Таким образом, волновая функция основного состояния ядра ^{40}Ca может быть представлена в виде антисимметризованного произведения десяти α-частиц на уровне с $N_i = 3\nu = 6$ (α-конфигурация (60)^{10}). Такая картина заполнения одного уровня реализуется для множества мульти-α-частичных состояний произвольных четно-четных немагических ядер с $N=Z$: полос основных состояний ядер ^{8}Be ($N_i=2$) и ^{20}Ne ($N_i=4$), состояний ядра ^{12}C с $N=9$ и др. В итоге, возможна концентрация всех α-частиц системы на одном уровне, что характерно для конденсированного состояния. Однако этот уровень не может быть самым нижним и, более того, главное квантовое число у этого уровня N_i зависит от числа нуклонов, формирующих систему. Его определяет условие $N_i \geq N^{>}_{i^{mag}}(4/3 - k^{>}_{i^{mag}}/3k)$, где $N^{>}_{i^{mag}}$ и $k^{>}_{i^{mag}}$ — значения N_i и k для ближайшего бóльшего по массе магического ядра. И наоборот, допустимое количество k составных бозонов (α-частиц) на этом уровне зависит от квантового числа N_i, характеризующего этот уровень: $k \leq N^{>}_{i^{mag}}k^{>}_{i^{mag}}/(4N^{>}_{i^{mag}} - 3N_i)$. Величина k не является числом одночастичных орбиталей, которое равно $(N_i+1)(N_i+2)/2$ и соответствует вырожденному осцилляторному уровню N_i.

В конечном итоге, в отличие от фотонного газа, сконцентрировать бесконечное число α-частиц на одном уровне невозможно.

Представленная статистика не является ни статистикой Бозе—Эйнштейна, ни статистикой Ферми—Дирака, ни парастатистикой.

Это утверждение, доказанное для представленного частного случая гамильтониана (1), справедливо и в общем случае. Поэтому независимо от выбора гамильтониана, мульти-α-частичная компонента произвольной собственной функции (другие, не представимые в мульти-α-частичной (бозонной) форме компоненты волновой функции — их можно назвать несконденсированными фермионными — появляются с определенным весом во всех волновых функциях гамильтонианов, отличных от (1)) может быть выражена через суперпозицию компонент (4), или, после умножения на $\Phi_{000}(R_{cm})$, через суперпозицию компонент (6), удовлетворяющих обсуждаемым правилам отбора, то есть значение главного квантового числа будет ограничено снизу величиной N_{min}, представленной в табл.

Следовательно, ортогональность к волновым функциям запрещенных состояний A-нуклонного гамильтониана (1) приведет к появлению узлов в функциях относительного движения α-частиц. Очевидно, конденсация бесконечного числа α-частиц на одном уровне в любом случае невозможна. Наличие узловых компонент во внутренних волновых функциях α-частиц может лишь усложнить статистику.

Если отвлечься от обсуждения абстрактных гамильтонианов и обратить внимание на разумное описание гамильтонианом (1) ядерных α-частичных состояний, то можно заключить, что построенная статистика α-частиц отвечает реальности.

Нужно подчеркнуть, что статистика любых бозонов, состоящих из фермионов (мезонов, атомов изотопов с четным числом нейтронов и др.), в качественном смысле будет той же самой, что и статистика α-частиц. Ввиду антисимметричности волновой функции составляющих систему фермионов, количество бозонов на определенном уровне ограничено и меняется от уровня к уровню. Таким образом, только один вид частиц — фотоны — в точности подчиняются статистике Бозе—Эйнштейна. Поэтому по крайней мере при изучении систем размера порядка или в несколько раз большего, чем размер составляющих систему бозонов, представляется разумным назвать статистику составных бозонов «квазипарастатистикой», и для обсуждаемых состояний ввести термин «квазибозонный конденсат».

Возникает вопрос о тенденции изменения чисел заполнения уровней составных бозонов при возрастании объема системы. Размер r орбитали N_i может быть записан как $r \simeq r_0\sqrt{N_i + 3/2}$ (например, для α-частичной системы $r_0 = \sqrt{\hbar / m_\alpha \omega}$, а ведущий член, определяющий допустимое число α-частиц k на уровне N_i, пропорционален N_i^3. Следовательно, величина k растет как $(r / r_\alpha)^6$ и становится фактически бесконечной уже для системы в несколько раз большей, чем α-частица. Поэтому, если для системы большого числа α-частиц не учитывать нижние уровни, где α-частицы формируют более тяжелые ядра, а ограничиться, например, конденсированным состоянием жидкого ^{4}He, то статистика практически не отклоняется от чисто бозонной. Несмотря на это, поиск таких отклонений в малых плотных объектах, например, в остывших звездах, представляется весьма заманчивым.

В заключение проанализируем взаимосвязь между моделью α-конденсации, развитой в настоящей работе, и моделью, предложенной в пионерской работе [2]. В последней в качестве определения использовано выражение:

$$\Psi_{cond} \equiv \hat{A}\prod_{i=1}^{k}\Psi_{\alpha_i}\hat{P}\prod_{i=1}^{k}\exp[(-2/B^2)(R_i^2)], \quad (9)$$

где $B^2 = b^2 + 2R_0^2$; b — осцилляторный параметр внутренней волновой функции α-частицы, а R_0 — размерный параметр системы как целого.

$$\text{Функция } \Phi_{cond}(\{R_i\}) = \prod_{i=1}^{k}\exp[(-2/B^2)(R_i^2)],$$

из (9) также может быть представлена в виде суперпозиции волновых функций построенного выше базиса (как сумма по N, $(\lambda\mu)$, η'). Поэтому обсуждаемое состояние подчиняется правилам отбора, установленным выше. В экспоненциальной части функции $\Phi_{cond}(\{R_i\})$ содержатся небольшие (для больших R_0), но ненулевые компоненты, запрещенные принципом Паули. Если после действия оператора $\hat{A}$ на эту функцию спроектировать ее на пространство функций координат центров масс α-частиц (то есть сделать перекрытие с функцией $\left\langle \prod_{i=1}^{k}\Psi_{\alpha_i} \right|$), то это приведет к появлению определенного числа узлов в каждой «выживающей» компоненте суперпозиции. Таким образом, эта функция, в отличие от (4), лишь приближенно является «самовоспроизводящейся».

Каждое из выражений (7) и (9) описывает систему k α-частиц в одном и том же состоянии движения их центров масс, то есть они очень похожи даже формально. В то же время представленная модель показывает, что существует множество конденсированных состояний, отличных от состояний малой плотности, обнаруженных в [2]. В этом смысле α-конденсация в околопороговых 0^+-состояниях является частным случаем широкого спектра эффектов конденсации в состояниях с различным моментом. И, очевидно, для некоторых состояний (7) уровень энергии, занятый α-частицами, оказывается ниже, чем для состояния (9) в том же ядре. А наинизшее состояние в большей степени отвечают привычному представлению о конденсате.

Иногда α-частичные свойства таких состояний более ярко выражены, поскольку спектроскопические факторы W_α (или приведенные ширины γ_α) входного канала α-частица + ядро-мишень для более плотных систем больше, чем для систем малой плотности. Причина в том, что перекрытие волновых функций $(k-1)$ α-частичной подсистемы системы k α-частиц малой плотности и волновой функции основного состояния ядра-мишени массы $(A-4)$ мало.

Анализ величин W_α проливает новый свет и на другие свойства конденсированных состояний малой плотности. Действительно, ввиду малости спектроскопических факторов ширина α-распада таких состояний должна быть небольшой. С этой точки зрения ширина $\Gamma_\alpha = 4,8$ МэВ уровня 14,0 МэВ ядра ^{16}O представляется слишком большой, потому что только околопредельная величина $W_\alpha \sim 1$ может привести к таким значениям ширин. Вероятно, более реальным кандидатом на конденсированное состояние малой плотности в ядре ^{16}O является уровень 14,03 МэВ с шириной $\Gamma_\alpha = 185$ кэВ. Более того, от «широкого» состояния с энергией 14,0 МэВ в настоящее время отказались [14]. Существование состояния с энергией 11,26 МэВ и шириной $\Gamma_\alpha = 2,6$ МэВ (для него используется обозначение (0^+)) в настоящее время находится под вопросом. Следует отметить, что проведенные в [2] и в настоящей работе исследования на основе теоретических подходов дают определенное подтверждение существованию этого состояния. Действительно, как энергия возбуждения $E^* = 11,4$ МэВ, так и значение $W_\alpha = 0,64$ для состояния с $N = 20$, $(\lambda\mu) = (84), L=0$ в обсуждаемой модели находятся в хорошем согласии с экспериментом. Более того, учитывая, что оба подхода справедливы для околопороговых состояний, можно заключить, что в этом состоянии перекрытие волновых функций (9) и (7) с указанными выше квантовыми числами должно быть достаточно большим. Указанием на это является относительно небольшой среднеквадратичный радиус $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 3,12$ фм волновой функции (9), поэтому значение W_α здесь велико. Этот радиус примерно равен радиусу волновой функции (7) с квантовым числом $N = 20$. Этот факт является еще одним подтверждением общности двух представленных подходов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе представлена точно решаемая модель кластерной стабильности определенных состояний, основанная на использовании гамильтониана модели $SU(3)$ Эллиотта. Применяемый эффективный микроскопический гамильтониан H довольно хорошо описывает основные, множество низколежащих, а также большое число высоковозбужденных состояний ядер $1p$- и $(2s-1d)$-оболочки с четными $N=Z$. Это объясняет результаты экспериментов, показывающих, что α-кластерные эффекты в таких состояниях ярко выражены.

Проведена классификация мультикластерных состояний и сделан вывод, что ввиду полной антисимметрии A-нуклонной волновой функции α-частичные конфигурации подчиняются жестким правилам отбора. В частности, на определенном уровне может располагаться лишь конечное число α-частиц, причем это число зависит от номера уровня. Следовательно, такая статистика не является ни статистикой Бозе—Эйнштейна, ни статистикой Ферми—Дирака, ни парастатистикой. Указано, что статистике такого рода подчиняются все составные бозоны. Для нее предложено название «квазипарастатистика».

С ростом размеров системы по отношению к размерам бозона допустимое число бозонов на верхнем уровне быстро увеличивается (практически до бесконечности) и система приобретает свойства бозонной.

Полученное ограничение на возможности «бозонизации» системы позволяет считать, что обсуждаемые в настоящей работе состояния в наибольшей степени подходят на роль α-конденсированных. В этом смысле бозонный конденсат может обладать нормальной ядерной плотностью, а околопороговые состояния малой плотности, предложенные в [2] на роль конденсированных состояний, имеют высокую степень подобия с определенными состояниями обсуждаемого типа и, скорее всего, являются их частным случаем.

Предложенная мульти-α-частичная модель определенного набора ядерных состояний представляется перспективной не только для изучения проблемы существования кластерного конденсата в ядрах, но и многих других общих проблем, касающихся взаимосвязи нуклонных и кластерных степеней свободы.

Авторы выражают благодарность И. Волобуеву и В. Шайду за внимание к работе и плодотворные дискуссии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ropke G., Schnell A., Schuck P., Noziere P.* // Phys. Rev. Lett. — 1998. — V.80. — P. 3177.

2. *Toshaki A., Horiuchi H., Schuck P., Ropke G.* // Phys. Rev. Lett. — 2001. — V.87. — P. 192501.

3. *Schuck P., Horiuchi H., Ropke G., Toshaki A.* // Proc. of the Symposium on Nucl. Clusters. — Rauischholtzhausen, Germany, 5—9 Aug. 2002. — P. 115.

4. *Kurgalin S.D., Tchuvil'sky Yu.M.* // J. Phys. G: Nucl. Phys. — 1999. — V. 25. — P. 929.

5. *Elliott J.P.* // Proc. Roy. Soc. — 1958. — V. A245. — P. 128, 562.

6. *Bargman V., Moshinsky M.* // Nucl. Phys. — 1961. — V. 23. — P. 177.

7. *Kurdyumov I.V., Smirnov Yu.F., Shitikova K.V., El-Samarae S.H.* // Nucl. Phys. — 1970. — V. A145. — P. 593.

8. *Wheeler J.A.* // Phys. Rev. — 1937. — V. 52, № 11. — P. 1083.

9. *Wildermuth K., Kannelopulos T.* // Nucl. Phys. — 1958. — V. 9. — P. 449.

10. *Harvey M.* // Adv. Nucl. Phys. — 1968. — V. 1. — P. 67.

11. *Gnilozub I.A., Kurgalin S.D., Tchuvil'sky Yu.M.* // Proc. of the Symposium on Nucl. Clusters, Rauischholtzhausen, Germany, 5—9 Aug. 2002. — P.109.

12. *Goldberg V.Z. et al.* // Phys. At. Nucl. — 1997. — V. 60. — P. 1061.

13. *Federman P., Giraud P., Zaikin D.* // Nucl. Phys. — 1967. — V. 102. — P. 81.

14. *Firestone R.B., Shirley V.S.* // Table of Isotropes. Wilei—Interscience, New-York, 1996.