
МАТЕМАТИКА

УДК 539.3

**ФОРМИРОВАНИЕ, ЗАТУХАНИЕ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
УДАРНОГО ИМПУЛЬСА КОНЕЧНОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ
СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЛА**

© 2004 М. А. Артемов, В. А. Баскаков, Е. В. Полканов, А. Е. Чернов

*Воронежский государственный университет
Воронежский государственный технический университет*

В краткой форме представлены последние достижения ученых в данной области механики деформируемого твердого тела.

До недавнего времени изучение ударно-волновых процессов в металлах носило в основном экспериментальный характер, в результате чего накоплен большой фактический материал. Появилась потребность теоретического обоснования полученных данных, прогнозирования свойств и поведения материала при обработке его ударными волнами различной природы. Но поскольку достаточно сложно математически описать физически реальные процессы превращения вещества под действием приложенного к телу импульса давления, то приходится прибегать к построению моделей, способных более или менее адекватно отражать особенности поведения металла в реализующихся условиях. При этом, как правило, моделируется процесс деформирования и реологические свойства материала.

Моделирование процесса деформирования, в свою очередь, напрямую связано с эффектом волнообразования в твердом теле. Различие физических механизмов, реализующих волновой процесс, приводит к различным способам описания, основанным на сильно отличающихся друг от друга системах уравнений. Однако наиболее фундаментальные явления, свойственные волнам различной природы, как правило, описываются универсальными математическими моделями и уравнениями. Так, волновое уравнение встречается в акустике, газовой динамике, теории упругости, электромагнетиз-

ме и других областях физики. Но оно все же не дает полного описания процесса. Поэтому в акустике, например, исходят из нелинейной системы уравнений для сжимаемой жидкости, которую в последующем линеаризируют по малым возмущениям равновесного состояния. Ранние работы по изучению волн относятся как раз к газовой динамике. Но основная математическая теория, развитая в газовой динамике, подходит для любых систем, описываемых нелинейными гиперболическими уравнениями.

В теории упругости даже в линейном случае ситуация оказывается более сложной, поскольку исходная система уравнений приводит к двум волновым уравнениям для двух функций и двух скоростей, отвечающим движению продольных и поперечных волн (волн сжатия и сдвига). В определенном смысле отличие этих процессов от аналогичных в средах с единственной скоростью распространения возмущений (акустика, электродинамика) удастся связать со спецификой отражения и преломления упругих волн на границе тела, а также со спецификой распространения возмущений в нелинейно-упругих средах. Вообще, вопросы динамического поведения сложных реологических сред за пределами упругости и влияние различных структурных факторов, а также температуры на свойства и характеристики волн требуют разработки новых методов исследования. При решении крае-

вых задач теории упругости и пластичности наибольший интерес представляют нестационарные сингулярные поверхности, на которых разрывны некоторые физические характеристики. Такие поверхности и представляют собой ударные волны.

Описанный процесс деформирования характерен для задач высокоскоростного соударения пластин, при взрыве заряда на поверхности пластины, в задачах пробивания преграды (мишени) ударниками (бойками) и в других. Большинство теоретических исследований в области высокоскоростного нагружения пластины основывались на газодинамическом приближении критических давлений при разрушении тыльной поверхности конструкции. Однако некоторые эксперименты показывают, что не последнюю роль при этом играют и сдвиговые напряжения. Они появляются, например, в результате отражения ударной волны от свободной поверхности пластины как волной растяжения, так и волной сдвига.

Основополагающими опытами по определению прочностных характеристик твердых тел при высоких давлениях, давшими толчок бурному развитию исследований в области ударно-волнового нагружения материала, можно считать у нас в стране работу Л. В. Альтшулера и сотрудников [1]. В ней экспериментально определены упругие и прочностные параметры железа и меди при высоких давлениях ударного сжатия в 1—2 Мбар. В опытах осуществлялась регистрация затухания плоских ударных волн, созданных ударом тонких пластинок в блоках из исследуемых материалов. По экспериментально наблюдаемым амплитудам и скоростям упругих волн разгрузки найдены коэффициенты Пуассона, модули одномерного сжатия, модули сдвига и пределы текучести железа при 1,11 Мбар и 1,85 Мбар и для меди при 1,22 Мбар. На основе полученных результатов и данных других исследователей выявлен ход кривой изменения предела текучести меди с увеличением давлений вплоть до состояний ударного сжатия, вызывающих плавление.

Измеренные пределы текучести в 5—7 раз превышают пределы текучести несжатых материалов. Авторами зарегистрировано существенное увеличение с ростом дав-

лений коэффициентов Пуассона. Рассмотрены также сильные ударные волны — с давлением до 100—1000 ГПа. При этом разгрузка осуществлялась в две стадии — одномерными упругими волнами и пластическими волнами трехмерной деформации после перехода вещества в пластическое состояние. Относительное снижение давления в опережающей упругой волне разгрузки при этом достигает 10 %.

Структура и профиль ударной волны тесно связаны с вопросами затухания этих волн при распространении. Анализ затухания немудно без рассмотрения физической природы строения вещества, кинетики его пластического деформирования. В [2] для модели вязкоупругого тела в одномерном случае представлен интересный результат, соответственно которому время выхода волны на стационарный режим распространения примерно в 5 раз больше длительности стационарного фронта волны. Для той же модели в [3] используются уравнения типа Соколовского–Мальверна с добавлением дислокационных соотношений. На основе предложенных в [4], [5] моделей упругопластического твердого тела с фазовыми превращениями и кинетики фазовых переходов в [6] проведен численный анализ процессов распространения ударных волн различной интенсивности в армко-железе и выявлены эффекты, возникающие при отражении трехфронтных конфигураций ударных волн сжатия от свободной поверхности образца в одномерном случае (см, также [7]). Отмечено при этом, что сильные ударные волны с давлением большим 1 ГПа, всегда сопровождаются фазовыми переходами. В [8] на основании выполненных расчетов показано, что при скорости удара пластинки о пластинку, равной 100 м/с, для армко-железа или малоуглеродистой стали SAE 1018 давление в упругом предвестнике с расстоянием в 7—21 мм изменяется от 9 до 8.2 кбар, а из эксперимента следует, что оно меняется от 9.6 на $\pm 0,4$ кбар. Начальная скорость соударения влияет на упругий предвестник лишь на расстоянии 7—8 мм от места соударения.

Различные модели среды, описывающие затухание волн, рассмотрены в [9], [10]. Делается вывод о том, что максвелловское затухание (в результате релаксации каса-

тельных напряжений) является наиболее хорошей моделью для описания затухания. В [9] проводится численный эксперимент, даны математические постановки о соударении пластин. Представлены различные возможности математического описания поведения среды при динамическом деформировании как для упругопластических, так и для нелинейных вязкоупругопластических моделей, учитывающих микроструктурные механизмы пластичности. Из расчетов видно, что фронт волны плотности подвижных дислокаций имеет двухступенчатую конфигурацию и растет четко коррелируя с волнами нагрузки и разгрузки. Причем начало увеличения этого фронта совпадает с максимумом в упругом предвестнике. В статье приводится таблица всех дислокационных констант. Брались различные скорости соударения пластин: 1,2, 3,2, 5,4 км/с. Сделан вывод о том, что затухание упругого предвестника объясняется взаимодействием упругой волны сжатия с волной разгрузки, возникающей сразу за упругим предвестником, за счет релаксации напряжений. В результате этого взаимодействия через некоторый промежуток времени амплитуда волны упругого предвестника не будет зависеть от скорости соударения пластин и все параметры выйдут на асимптотики, соответствующие модели идеальной пластичности. Амплитуда и скорость пластической волны существенно зависят от скорости соударения. Вследствие эффекта задержки текучести переход в пластическое состояние среды осложняется тем, что напряжение за упругим предвестником превышает предел текучести и изменяется во времени.

Определяющие соотношения для модели конечных упругопластических деформаций с дислокационной кинетикой пластического течения строятся в [11]. Приводятся интерполяционные формулы упругой энергии ряда металлов. Пластическое деформирование приводит к изменению величины внутренней энергии материала за счет изменения его структуры. Основная диссипация за счет образования дефектов происходит на фронте ударной волны там, где происходит нарастание импульса от значения напряжения в упругом предвестнике до конечного напряжения на фронте пластичес-

кой волны. В работе обсуждается вопрос об оценке (вкладе) величины работы сил на пластических деформациях, идущей на образование дефектов. Изменение параметров ударной волны при ее взаимодействии с волной разрежения прослежено в [12]. Проведенный расчет передает двухволновую структуру волны разрежения, состоящей, как и волна сжатия, из упругой и пластической составляющих. Циркуляция упругих волн между фронтами пластических волн сжатия и разрежения, наблюдаемых и в экспериментах (см., например, [1]), приводит к ступенчатому характеру кривых затухания амплитуды ударной волны.

В [13] предложена модификация дислокационной модели, впервые полученной Тейлором [14] и Гилманом [15], для описания кинетики пластического деформирования. Из экспериментов известно, что плотность подвижных дислокаций на 1—3 порядка выше полной плотности неподвижных дислокаций в исходном материале. Типичные величины плотности дислокаций в обработанных ударными волнами металлах порядка $10^{10} - 10^{12} \text{ см}^{-2}$. Реальная длина пробега дислокаций сравнима с шириной фронта ударной волны ($10^{-3} - 10^{-5} \text{ см}$). Поэтому одно только размножение дислокаций может обеспечить характерные для плоских ударных волн величины деформаций. Специфика ударных волн заключается в том, что в ее фронте реализуются более высокие сдвиговые напряжения, чем при обработке материала относительно плавной волной (не ударной). В процессе пластической деформации происходит полное или частичное блокирование подвижных дислокаций. Эксперименты показали, что при равных сдвиговых напряжениях характерная вязкость материала непосредственно вблизи фронта ударной волны существенно меньше, чем вдали от него. Это результат уменьшения плотности подвижных дислокаций со временем вследствие их блокировки. Сделан вывод, что ударно-волновое нагружение дает большее упрочнение и большую плотность дислокаций, чем статическое деформирование.

Объектом исследования [16] является плоская решетка из 20×25 атомов меди. Методом молекулярной динамики исследу-

ется поведение решетки на последовательных стадиях нагружения ударной волной с давлением 100 ГПа. История развития напряженного состояния сопоставляется с картиной зарождения и развития пластических сдвигов.

В [17] приводится расчетный график профиля массовой скорости в ударной волне для сплава алюминия 6061-Т6, хорошо согласующийся с полученным экспериментально в [18].

Аналитические исследования распространения упругопластических волн в материале с дислокациями проводились в [19]. Ставилась задача вывести аналитическое соотношение для так называемого числа Бленда [2] — отношение времени выхода волны на стационарный участок к длительности ее стационарного фронта. Знание этой характеристики позволяет оценить времена установления волн в различных материалах без проведения сложных и дорогостоящих экспериментов. Получено, что время выхода на стационарный режим уменьшается с ростом скорости нагружения и плотности нагружаемого материала. Это согласуется с экспериментами [3]. Для мишени из алюминия 6061-Т6 при продолжительности ударного импульса в 60 нс (наносекунд) получено, что толщина мишени должна быть 6,13 мм. При тех же условиях в эксперименте [3] толщина мишени оказалась равной 6,15 мм.

Основы феноменологического описания поведения неупругих сред, для которых существенны процессы зарождения и эволюции микродефектов — микротрещин, пор, межзеренных пустот и т.д. можно найти в [20—22].

Численный анализ напряжений в ударнике при столкновении с мишенью содержится в статье [23]. В ней расчеты проводились, для скоростей нормального удара, приводящих к разрушению ударника.

Вопросами не только численных расчетов, но и численного моделирования ударно-волновых процессов в различных реологических средах в последнее время посвящено значительное количество исследований. Так например в [24] рассматривается модель упругопластического тела при конечных деформациях, в которой уравнения связывают напряжения со скоростями переме-

щений, а не с деформациями, поскольку для полных деформаций не выполняется аддитивность их упругих и пластических составляющих. Показано, что разрушение, обусловленное действием растягивающих напряжений, вызванных внедрением бойка в преграду, может локализоваться у тыльной поверхности преграды после взаимодействия с этой поверхностью ударной волны сжатия. Аналогичная экспериментальная работа предложена в [25]. В других работах рассматриваются иные модели сред и способы иницирования ударных волн.

В последнее время создано большое число теоретических моделей, описывающих динамическое деформирование и разрушение материалов как на микро-, так и на макроуровнях. Однако они не всегда адекватно отражают реальный процесс деформации металлов. В работе [26] экспериментально путем сопоставления пространственно-временных профилей массовой скорости частиц в мишени из сплава Д16 с последующими микроструктурными исследованиями образцов выполнена идентификация микро-разрушений с макроскопическими характеристиками формы временных профилей. Наблюдались внешние сбросовые (релаксационные) процессы на пластическом фронте, которые выглядят как новые волновые фронты, однако на самом деле таковыми не являются. Это — разовые или периодические акты сброса напряжений. Получены профили ударных волн, аналогичные [7]. В соответствии с общепринятой терминологией [27] потери энергии при импульсном нагружении материала подразделяются на геометрические, обусловленные неоднородностью процесса распространения волны, гидродинамические, проявляющиеся в тех случаях, когда за время действия импульса задний фронт успевает догнать передний и разгрузить его, и «максвелловские» потери, непосредственно связанные с диссипацией энергии в среде. При одноосной деформации, например, и определенном соотношении между толщинами ударника и мишени два первых типа затухания могут быть исключены из рассмотрения. Известно, что одной из основных характеристик импульса сжатия, действующего на мишень, является амплитуда напряжения или массовой ско-

рости частиц на плато импульса. Как отмечалось [7], о величине затухания импульса в случае ударного нагружения можно судить по скорости свободной поверхности. Если материал ударника и мишени один и тот же, то между массовой скоростью частиц в мишени u_m и скоростью ударника u_y имеет место соотношение $u_y = 2u_m$. Аналогичное соотношение отмечается между скоростью свободной поверхности мишени u_s и массовой скоростью частиц в мишени u_m , т.е. $u_s = 2u_m$. Так что если за время длительности плато импульса не происходит присадки амплитуды импульса, то скорость ударника должна быть равна скорости свободной поверхности мишени, и, наоборот, разность $\Delta u = u_y - u_s$ должна характеризовать максвелловские потери энергии образца. Последние могут быть обусловлены движением элементарных носителей пластической деформации, а также зарождением областей локализованной деформации и разрушения.

Из сказанного также следует, что по графику изменения скорости свободной поверхности мишени можно судить о скорости ударника, взаимодействовавшего с этой мишенью, т.е. можно решить обратную задачу. Возможность осцилляционного поведения материала в упругопластических волнах нагрузки предсказана и проанализирована также в [28].

Большой интерес в задачах пластического деформирования тел ударными волнами представляет построение волны разгрузки. Особенно это важно знать при отражении или преломлении ударной волны на границе раздела двух сред. Из последних работ в этой области отметим [29—32], а также более ранние [33, 34]. В [29—30] исследовалась задача о преломлении упругой волны в идеальное упругопластическое полупространство в области активного нагружения. В [31] в условиях чистого сдвига решена задача о преломлении упругой волны в виде конечной ступеньки при условии упругой разгрузки. В [32] показано, что для подобной задачи за фронтом волны разгрузки может осуществляться процесс пластического нагружения и построено решение в зоне вторичных пластических течений. Волна вторичного пластического нагружения

(ВВПН) оказалась слабой ударной волной, на которой напряжения и скорости непрерывны. Начальная точка на ВВПН определяется из условия нарушения положительности диссипации энергии, т.к. это волна разгрузки. В дальнейшем численным методом с помощью характеристик соответствующей системы уравнений строится фронт волны, который не является уже прямолинейным. В области вторичного пластического течения характеристики также искривляются. Рассматривается также особый случай пластического шарнира (проскальзывания) на границе двух сред. В работе показано, что величина остаточных напряжений зависит от интенсивности падающей волны, параметров сред, но не зависит от длительности импульса.

Процесс деформирования среды за фронтом отраженных и преломленных волн исследовался также в [35—41] для среды С. С. Григоряна [42]. В [35] получено автомодельное решение при граничных условиях типа закона сухого трения Кулона. Рассмотрены режимы прилипания и проскальзывания на границе раздела сред для малых углов падения волн. С использованием условия пластичности типа Мизеса в [38] изучается отражение упругопластических волн от свободной поверхности для различных диаграмм зависимости давления от объемного сжатия при нагрузке и разгрузке. Волна разгрузки не построена. Косое преломление пластической волны на разрезе, образованном двумя полупространствами с проскальзыванием рассмотрено в [39], а в [40] аналогичная задача решается для нелинейной упругопластической модели среды.

Вопросами распространения, отражения и преломления волн на границе анизотропных сред посвящены работы [43—44].

Изучение закономерностей распространения плоских волн в анизотропных средах имеет важное значение для сейсмологии и сейсморазведки, так как на их примере можно исследовать фундаментальные особенности волновых процессов в анизотропных средах. Почти все сейсмические поля приближенно могут рассматриваться как локально плоские волны, а многие волновые процессы могут быть представлены в виде суперпозиции плоских волн.

Особенности распространения ударных волн в идеальной и упрочняющейся упругопластической среде изучались в работах [45—46]. В указанных средах могут существовать нейтральные ударные волны, на которых пластические деформации претерпевают разрыв. Получены значения скоростей волн и определены соотношения для разрывов величин при переходе через волновые поверхности. Аналогичные результаты для упруговязкопластических сред представлены в [47]; волны ускорений в этих средах изучались в [48—50]. Скорости пластических волн в изотропно-упрочняющейся среде получены в [51], а в анизотропной — в [52].

Вопросами распространения радиальных и сдвиговых цилиндрических и сферических упругопластических волн посвящено большое количество работ, обзор которых частично содержится в монографии [53]. Распространение цилиндрических волн от кольцевого импульса на поверхности упругопластического полупространства, распространяющегося со сверхзвуковой скоростью, рассмотрено в работе [54]. Решение получено лучевым методом по степеням расстояний от фронтов безвихревой и эквиволуменной волн. Этот метод был применен к динамическим задачам упруговязкопластических тел в [55], [83]. Вообще лучевой метод решения волновых задач у нас в стране интенсивно развивался Ленинградской школой механиков, возглавляемой В. М. Бабичем [56], а также Воронежской школой, возглавляемой Д. Д. Ивлевым и Г.И. Быковцевым [57—58], и применялся в многочисленных дальнейших публикациях в этом направлении.

Р. Шилд [59] рассмотрел осесимметричное деформирование жесткопластического тела при условии пластичности Треска и выявил существование двух характеристических направлений, совпадающих с линиями скольжения, что позволило использовать в дальнейшем методы плоской задачи. Замкнутая система уравнений на грани призмы Треска оказалась гиперболической, а характеристические направления совпадающими с траекториями главных напряжений. Условие пластичности Треска в задачах о распространении волн с успехом использовано также в [60—61], в которых решения получены численными методами. Исследования

автомодельных решений [62] показали, что применение условия пластичности Мизеса приводит в конкретных примерах к сложным двухточечным краевым задачам для нелинейных дифференциальных уравнений, содержащих особые точки. Эти трудности устранены при использовании условия пластичности Треска, которое, однако, применимо не ко всем моделям упругопластических сред. Модификация метода характеристик [63—64] численного решения уравнений динамики упругопластических сред повышает его точность в окрестности фронта ударной волны. Однако наличие особых точек неизвестных подвижных границ диссипативных областей и нарушение непрерывности искомых величин затрудняет применение разностных методов в различных предельных случаях.

В [65] исследуется вопрос о возможности возникновения разгрузки в упругопластическом пространстве с трансляционным упрочнением при равномерном скручивающем ударе. Постановка задачи принадлежит Х. А. Рахматулину. Аналогичная задача для нелинейно-упругой среды рассмотрена в [66]. Методом характеристик получено решение для случая активного нагружения и равномерной разгрузки. Построены кривые зависимости скорости нагружения от времени при условии возникновения разгрузки на пластической волне и на цилиндре.

В [67—69] рассматривались ударные волны в неоднородных упругих средах. Так в [69] изложен метод осреднения для динамических (волновых) уравнений теории упругости структурно неоднородных сред. Метод позволяет единообразно решать задачи о распространении гармонических волн в средах с диапазоном изменения структуры от полностью разупорядоченной до периодически слоистой. При этом в нулевом приближении учитываются различные эффекты волновых полей, в том числе их затухание. Работа является естественным продолжением и развитием исследований автора в области динамики стохастически неоднородных сред. Волны в вязкоупругой слоистой среде численным методом исследовались в [70], а для других моделей сред — в более ранних работах авторов. Решена задача о нормальном контактом взаимодействии упругого штампа в форме сплошного цилиндра конечной

длины с плоской поверхностью пакета произвольного числа упругих и вязкоупругих слоев. Результаты расчетов позволили исследовать распределение напряжений в круговой области контакта и изменение во времени контактного сопротивления плиты, а также выявили зоны концентрации интенсивности касательных напряжений, предшествующие переходу материала в пластическое состояние или откольное разрушение.

Из многочисленных работ по действию взрыва в упругопластическом пространстве отметим [71—72], где поля напряжений, скоростей и деформаций за фронтом волны сильного разрыва определялись методом характеристик с использованием конечно-разностных схем.

Как уже отмечалось, структура и профиль ударной волны напрямую связаны с вопросом ее затухания. Не вдаваясь детально в физико-механическую сторону описания механизма этого затухания, отметим, однако, следующее.

На ударных адиабатах и изэнтропах разрезания металлов [12] имеются изломы (точки разрыва производных) и перегибы, отражающие особенности поведения данных веществ, связанные с наличием упругих сил взаимодействия атомов в кристаллических структурах. В результате в определенном диапазоне параметров нагружения происходит расщепление ударной волны на упругий предвестник, распространяющийся со скоростью продольных возмущений и переносящий напряжение, равное пределу упругости Гюгонио, и пластическую волну. Последняя окончательно приводит материал в термодинамически равновесное состояние, соответствующее ударной волне данной интенсивности. Во фронте пластической волны происходит релаксация касательных напряжений, в результате чего одноосное деформированное состояние трансформируется в трехосное напряженное состояние, соответствующее поверхности текучести. Амплитуда предвестника при этом затухает по мере его распространения. Это затухание объясняется [9] взаимодействием упругой волны сжатия с волной разгрузки, возникающей сразу за упругим предвестником за счет релаксации напряжений. В результате этого взаимодействия через некоторый

промежуток времени амплитуда предвестника уже не будет зависеть от скорости соударения пластин v_0 и все параметры выйдут на асимптотики, соответствующие модели идеальной пластичности. Расчеты и эксперимент подтверждают [8], что скорость соударения влияет на упругий предвестник лишь на расстояниях до 7—8 мм от поверхности соударения.

На рис. 1 [8] представлены расчетные (1, 2) и экспериментальные (3, 4) данные для релаксационного затухания массовой скорости $V(h)$ за упругим предвестником при соударении пластин: 1 — $v_0 = 100$ м/с; 2 — $v_0 = 140$ м/с; 3 — армко-железо; 4 — малоуглеродистая сталь SAE 1018. Кривые 1, 2 относятся к стали En2A с зернистостью $z = 2033$ мм⁻² (h — расстояние по нормали к поверхности соударения). Теоретические кривые 1, 2 хорошо согласуются с экспериментальными данными для малоуглеродистой стали SAE 1018 и лежат выше (как и должно быть) последних для армко-железа, так как оно — более пластичный материал и в нем затухание проходит более интенсивно.

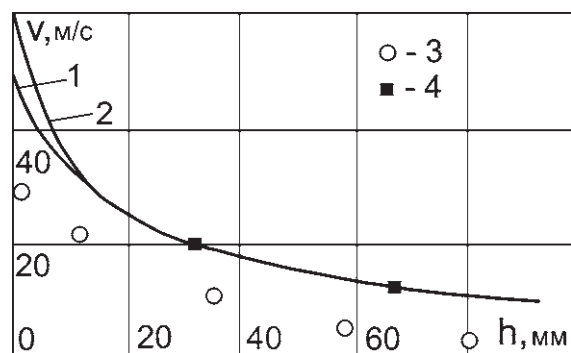


Рис. 1

На рис. 2 [73, 7] представлены полученные из расчета эпюры массовых скоростей V (а), нормальных напряжений σ (б), максимальных сдвиговых напряжений τ (в) в различные моменты времени t , мкс (кривые 1—5) после соударения пластин со скоростью $v_0 = 100$ м/с в случае зернистости $z = 2033$ мм⁻², когда начальная плотность дислокаций $n_0 = 10^5$ см⁻². Четко прослеживается двухфронтная конфигурация ударного импульса нагружения (умеренная ударная волна). По характеру расчетные кривые согласуются с экспериментальными [74—75].

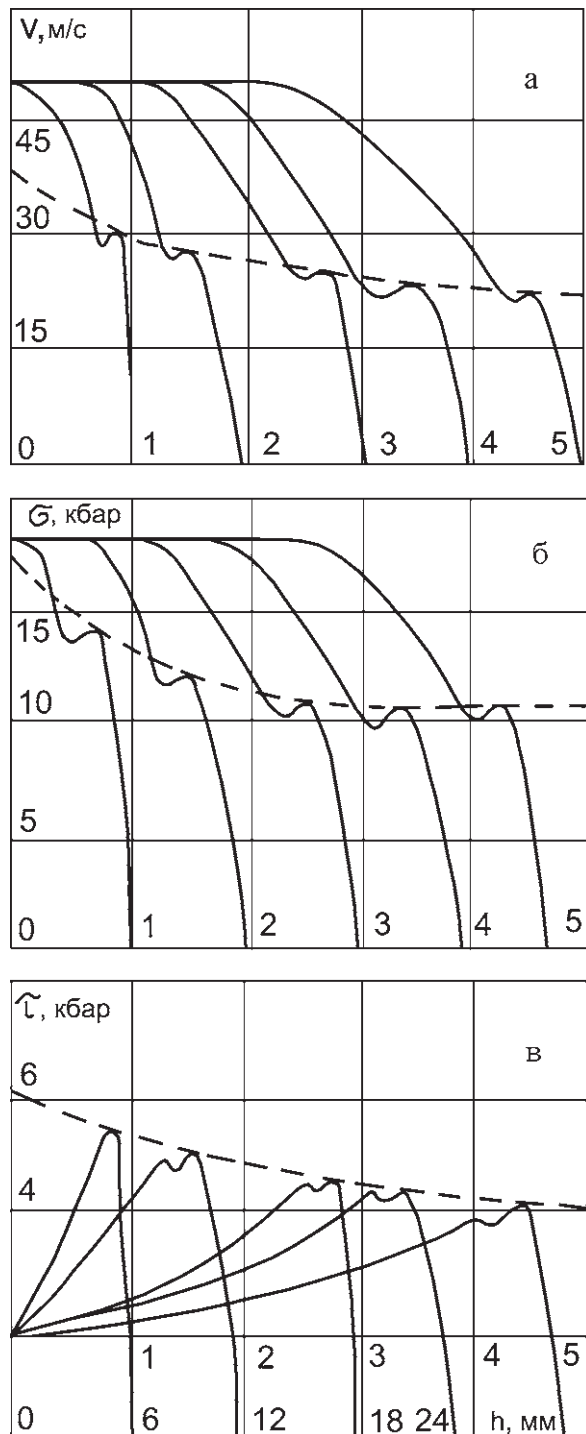


Рис. 2

Штриховая кривая в точности соответствует рассчитанному процессу затухания упругого предвестника. Имеющаяся на графиках «петля» соответствует так называемому «зубу текучести». Он соответствует почти упругой разгрузке за упругим предвестником, возникающей из-за начавшейся ранее релаксации напряжений в частицах среды, расположенных ближе к плоскости удара, то

есть уже охваченных возмущением. Происходит явление запаздывания текучести за фронтом упругого предвестника, хорошо известное в литературе.

Структура и профиль слабых ударных волн в металлах изучались в [76—77]. Для модели упруговязкой среды ударные волны, идущие со сверхзвуковой скоростью ($M > 1$, M — число Маха) также содержат на профиле разрыв, соответствующий скачкообразному изменению состояния вещества из начального в промежуточное. При $M < 1$ (дозвуковые волны) такой скачок отсутствует. Но он появляется уже при трансзвуковых скоростях (M^* незначительно больше 1, например, $M^* \sim 1,005$ (Fe); $\sim 1,006$ (Al); $\sim 1,001$ (Cu); $\sim 1,004$ (Pb)). Расстояние от упругого предвестника до фронта пластической волны экспоненциально уменьшается (с увеличением $M > M^*$) до нуля. Отмечено, что толщина пластической волны имеет порядок $\sim 10^{-1}$ мм. При увеличении скорости волны разница между значениями за волной, рассчитанными по соотношениям на пластической волне, и по соотношениям на волне в гидродинамическом приближении (мгновенная релаксация касательных напряжений до нуля за фронтом волны), становится несущественной. Это служит обоснованием того, что для сильных ударных волн можно пользоваться гидродинамическим приближением. В других случаях [1, 9] такое приближение не обеспечивает удовлетворительного описания экспериментальных кривых затухания. Как показано в [10], это объясняется неучетом в гидродинамической модели релаксационных свойств реальных металлов, играющих существенную роль в волновых процессах.

После выхода на свободную поверхность ударная волна отражается волной разрежения (разгрузки). Расчет передает сложный двухфронтный характер профиля волны разрежения, также состоящего из упругого и пластического участков [1, 7, 12, 17]. Обращает на себя внимание то, что если в гидродинамическом приближении в волне разрежения происходит точное удвоение массовой скорости, реализующейся за фронтом ударной волны, то в более точном приближении вязкоупругого тела массовая скорость за волной разрежения на 5—7 % меньше.

Расчетный (1) [17] и экспериментальный (2) [18] профили массовой скорости в сплаве Al 6061-T6 ($\sigma = 1,1$ ГПа) представлены на рис. 3. В модели среды учтено: 1) наличие пластических поворотов; 2) распределение подвижных дефектов по величинам стартовых напряжений; 3) локальный разогрев плоскостей скольжения и последующее их остывание.

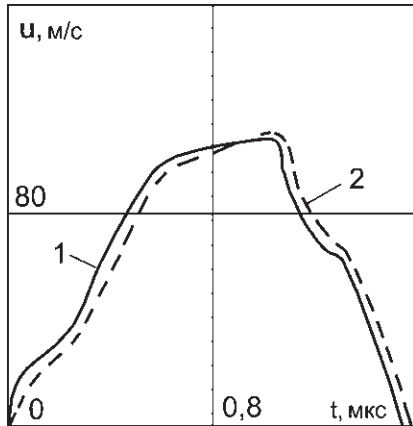


Рис. 3

При этом в физически реальных процессах высокоскоростного соударения амплитуда (интенсивность) ударной волны сначала быстро возрастает, а затем монотонно убывает до нуля, что соответствует разгрузке (см., например, экспериментально полученный (рис. 4) профиль ударной волны [78], проходящий через образец; продолжительность импульса Δt , амплитуда давления — P , 1 — фронт ударной волны, 2 — импульс, 3 — разгрузка, 4 — направление распространения фронта).

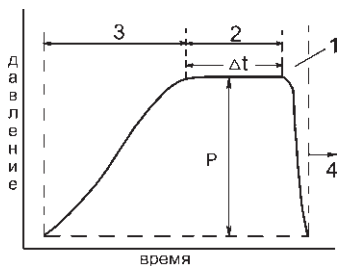


Рис. 4

Некоторые интересные графики распределения давления в волнах нагрузки и разгрузки, не противоречащие описанным выше, содержатся в [24], хотя постановка задач в ней иная (внедрение жесткого тела вращения в упругопластическую преграду).

Рассмотрим теперь профили ударных волн в металлах с фазовыми переходами (сильные ударные волны с давлением во фронте ~ 10 ГПа). Модель двухфазного твердого тела с учетом физико-химических превращений в условиях высоких давлений разработана Р. И. Нигматулиным [4—6].

На рис. 5 в [7] дана схема многоволнового возмущения и его развития в виде эпюры напряжения (сплошная жирная линия). Стрелками отмечены скорости различных волн, а именно: D_y — скорость упругого предвестника (h); D_1 — скорость первой ударной волны (fg), сжимающей вещество в виде первой (исходной) фазы ($D_1 < D_y$); D_{12} — скорость второй волны (релаксационная ударная волна (ed)), переводящей вещество в состояние второй фазы (фазы высокого давления), причем $D_{12} < D_1$; c_y и c_2 скорости упругой и пластической волн разгрузки; c_{21} — скорость ударной волны разрежения, на которой происходит обратный фазовый переход. Штрихпунктирные линии иллюстрируют затухание возмущения (волн D_{12} , D_1 , D_y) из-за догоняющей разгрузки (волны c_y , c_2 , c_{21}). Затухание на начальном участке, которое можно назвать релаксационными, связано с тем, что в момент соударения среда целиком воспринимает нагрузку как первая фаза (менее плотная) и лишь по прошествии некоторого времени поверхностные слои переходят в более плотную модификацию, разгружая первую волну. Многоволновой характер возмущения приводит к тому, что волны разгрузки «съедают» ударную волну поэтапно: сначала волну фазового перехода D_{12} (первая D_1 и упругая D_y на этом этапе практически имеют

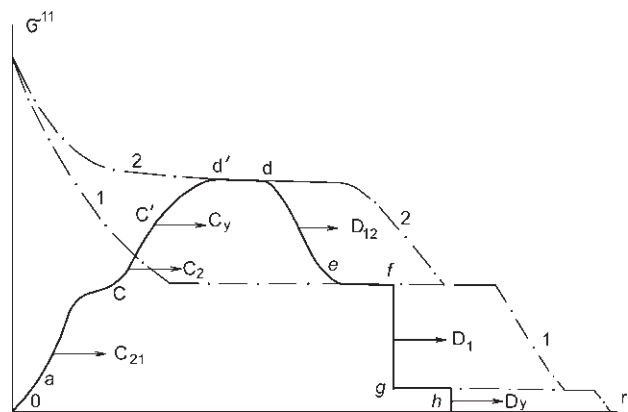


Рис. 5

стационарные параметры), затем первую волну D_1 и, наконец, упругий предвестник. Следует заметить, что волна нагрузки распадается на первую D_1 и вторую D_{12} лишь на некотором расстоянии от поверхности соударения после некоторого ослабления возмущения волнами разгрузки. Сравнение экспериментальных и расчетных данных подтвердило также предположение о связи упрочнения материала с фазовым переходом.

С целью обоснования приемлемой аппроксимации профиля ударного импульса в работе [79] приводится качественный анализ структуры ударных волн в процессе их распространения на основе дислокационной кинетики пластического деформирования материала.

В результате этого анализа на рис. 6 показан данный профиль для слабых и умеренных ударных волн с давлением во фронте менее 10 ГПа и протяженностью по времени порядка 10^{-6} с. Отражение такого идеализированного ударного импульса конечной протяженности представлено на рис. 7.

Задача сопряжена с отражением не только волны нагрузки, но и волны разгрузки, что вносит существенные трудности. Приходится моделировать еще и сам процесс

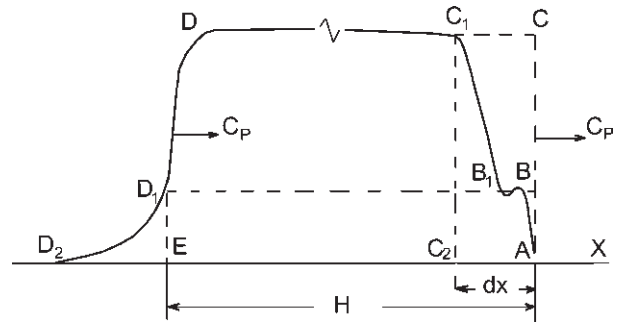


Рис. 6

деформирования материала. Но учет конечности импульса и его прямоугольный профиль открывают широкую перспективу объяснения такого явления как откол на поверхности тела, изменение профиля тыльной поверхности и т.д. На рис. 7 изображена кинематическая картина той схемы деформирования среды при отражении, которая здесь принимается: зоны 3—4 испытывают нагрузку, а зоны 6—10 — упругую разгрузку, причем в этих зонах используется другой метод решения, а именно метод характеристик. Такой подход привел к возможности отыскания аналитического решения во всей области деформирования. При этом описывается и вторичное пластическое течение в области разгрузки.

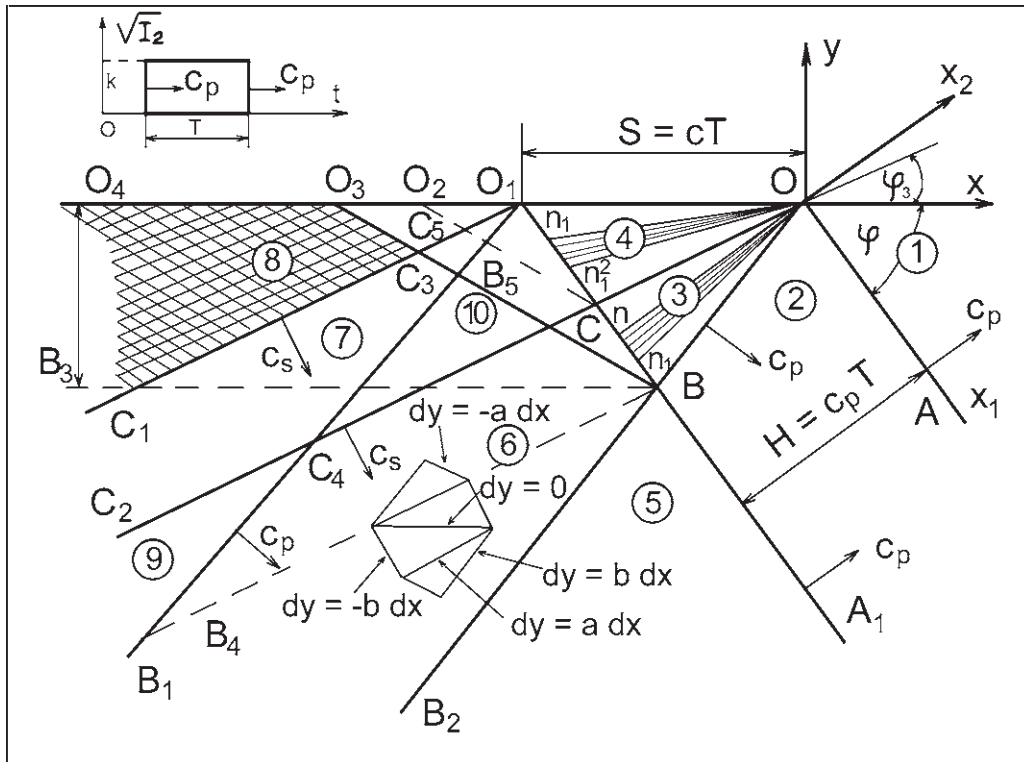


Рис. 7

Результаты конкретных расчетов приведены в [80] на графиках рис. 8. Из них следует, что в данной задаче вполне возможен тыльный откол в виде треугольной «чашечки» $O_1O_3C_3$ (рис. 9) аналогичный по форме приведенному в [81]. Однако сам механизм разрушения детально не изучается — это отдельная большая работа. Отметим лишь, что при отражении импульса сжатия от свободной поверхности в теле возникают растягивающие напряжения, которые и приводят к отколу.

Критериев же разрушения достаточно много, тем не менее в работе [80] приводятся еще два возможных критерия непосредственно применяемых к исследуемой задаче (один из них приведен на рис. 10).

Процесс нагружения в зоне 8 рис. 7 характеризуется лучом OA – B . Если луч пересечет «линию среза» — разрушение вязкое, если «линию отрыва» — разрушение хрупкое и произойдет путем отрыва (откола). Это, в свою очередь, зависит от того, что больше: октаэдрическое нормальное напряжение σ_* или октаэдрическое касательное напряжение τ_* в данном материале.

В заключение — несколько частных замечаний. Отметим, что мы рассматриваем прочность материала в отличие от конструктивной прочности, т.е. прочности элементов конструкций в заданных условиях нагружения. В первом случае говорят о прочности, разрушении материала, во втором — тела [82]. Для материалов, близких к хрупкому разрушению (хотя это не является причиной, запрещающей появление пластических деформаций) при высокоскоростных деформациях сопротивление разрушению (предел прочности) практически равно сопротивлению при медленном нагружении, но само разрушение происходит при значительно меньших деформациях (малых деформациях), чем при медленном нагружении. Если же материал разрушается путем скольжения (среза), то уровень пластического удлинения (деформация) практически такой же, как и при медленном нагружении, но зато заметно вырастают прочностные характеристики (предел прочности).

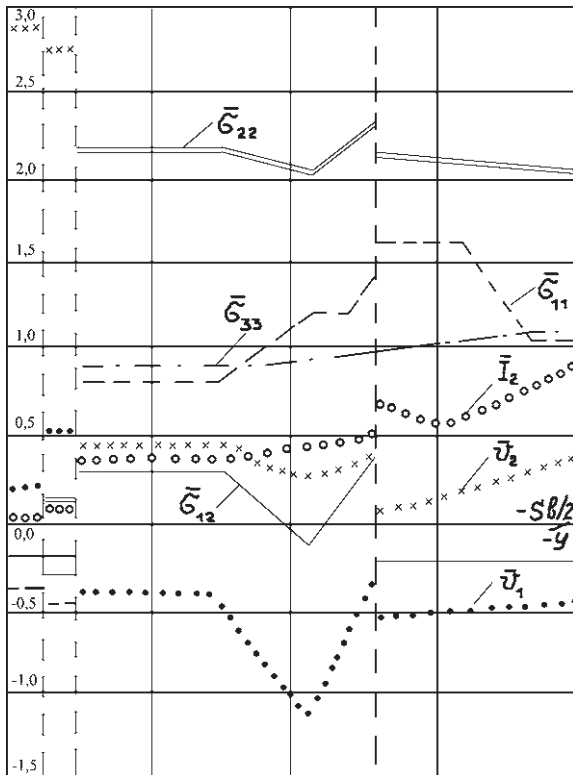


Рис. 8

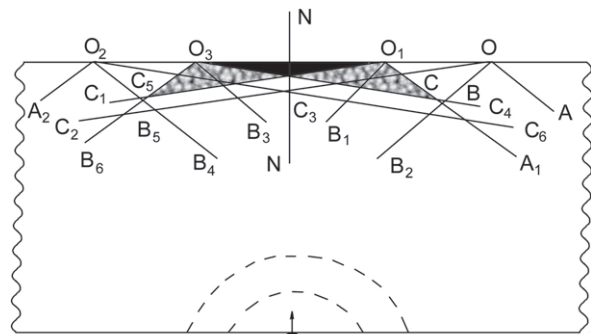


Рис. 9

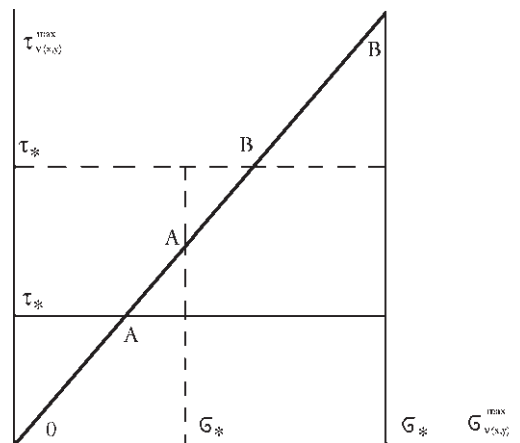


Рис. 10

Кроме этого отметим, что во всех задачах отражения и преломления волн на поверхности тел не рассматривались свойства и структура самой поверхности, составляющие анализ микроскопического описания поведения твердых тел. Другие вопросы, близкие к теме данного обзора, можно найти, например, в [84], где представлен также большой список литературных источников.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Альтшулер Л.В.* Прочность и упругость железа и меди при высоких давлениях ударного сжатия / Л. В. Альтшулер, М. И. Бражник, Г. С. Телегин // ПМТФ. — 1971. — № 6.
2. *Bland D.R.* Structure of the shock wave in a solids / D. R. Bland // J. Inst. Math. and its Appl. — 1965. — V. 1, № 1.
3. *Jonston S.N.* Dislocation dynamic and steady plastic wave profiles / S. N. Jonston, L. M. Barker // J. Appl. Phys. — 1969. — V. 40, № 10.
4. *Нигматулин Р.И.* Модель движения и ударные волны в двухфазных металлах с фазовыми переходами / Р. И. Нигматулин // ПМТФ. — 1970. № 1. — С. 88—95.
5. *Нигматулин Р.И.* Ударные волны и фазовые превращения в железе / Р. И. Нигматулин, Н. Х. Ахмадеев // ПМТФ. — 1976. № 5. — С. 128—135.
6. *Ахмадеев Н.Х.* Структура ударно-волновых течений с фазовыми превращениями в железе вблизи свободной поверхности / Н. Х. Ахмадеев, Н. А. Ахметова, Р. И. Нигматулин // ПМТФ. — 1984. — № 6. — С. 113—119.
7. *Майборода В.П.* Скоростное деформирование конструкционных материалов / В. П. Майборода, А. С. Кравчук, Н. Н. Холин — М.: Машиностроение, — 1986. — 261 с.
8. *Нигматулин Р.И.* Запаздывание текучести и упрочнение при скоростном деформировании металлов / Р. И. Нигматулин, Н. Н. Холин // ДАН СССР. — 1973. — Т. 209, № 1. — С. 58—61.
9. *Фомин В.М.* Численное моделирование волн сжатия и разрежения в металлах / В. М. Фомин, Э. М. Жакимов // ПМТФ. — 1979. № 5, — С. 114—122.
10. *Мержиевский Л.А.* О выборе модели для описания затухания ударных волн в металлах / Л. А. Мержиевский, А. Д. Реснянский // ФГВ. — 1963. — Т. 19, № 1. — С. 99—105.
11. *Козин Н.С.* Определяющие соотношения динамической пластичности / Н. С. Козин, А. А. Тузовский, Н. Н. Холин // ПМТФ. — 1978, № 1. С. 153—163.
12. *Мержиевский Л.А.* Численное моделирование ударно-волновых процессов в металлах / Л. А. Мержиевский, А. Д. Реснянский // ФГВ. — 1984. — Т. 20, № 5. — С. 114—122.
13. *Канель Г.И.* Модель кинетики пластической деформации металлов в условиях ударно-волнового нагружения / Г. И. Канель // ПМТФ. — 1982. — № 2. — С. 105—110.
14. *Тейлор Дж.У.* Динамика дислокаций и динамическая текучесть / Дж. У. Тейлор // Сб. пер.: Механика, — 1966. — Т. 98, № 4. — С. 145—152.
15. *Гилман Дж.Дж.* Динамика дислокаций и поведение материалов при ударном воздействии / Дж. Дж. Гилман // Сб. пер.: Механика. — 1980. — Т. 102, № 2.
16. *Могилевский М.А.* Картина развития пластической деформации на последовательных стадиях ударно-волнового нагружения кристалла / М. А. Могилевский, И. О. Мынкин. — Новосибирск, 1985. Деп. в ВИНТИ 11.06.85., № 4115-85 Деп.
17. *Макаров П.В.* Упругопластическое деформирование металлов волнами напряжений и эволюция дефектной структуры / П. В. Макаров // ФГВ. — 1987. № 1. — С. 22—28.
18. *Lipkin J.* Reshock and release of shock-compressed 60061-T6 aluminium / J. Lipkin, J. R. Asay // J. Appl. Phys. — 1977. — V. 48, № 1. — P. 182—189.
19. *Гайков А.Л.* Распространение упругопластической волны в материале с дислокационной кинетикой пластического деформирования / А. Л. Гайков, Ю. И. Мещеряков // ПМТФ. — 1989. № 6. — С. 158—162.
20. *Николаевский В.Н.* О динамике фронтов разрушения в хрупких телах / В. Н. Николаевский // Изв. АН СССР. МТТ. — 1980. № 5. — С. 106—115.
21. *Болотин В.В.* Объединенные модели в механике разрушения / В. В. Болотин // Изв. АН СССР. МТТ. — 1984. № 3. — С. 127—137.
22. *Глушко А.И.* О кинетическом подходе к разрушению горных пород / А. И. Глушко, И. И. Нещеретов // Изв. АН СССР. МТТ. — 1986. № 6. — С. 140—146.
23. *Белов Н.Н.* Численный анализ разрушения тел в пространственных задачах соударения / Н. Н. Белов, А. М. Корнеев, В. В. Шуталев // Изв. АН СССР. МТТ. — 1988. № 1. — С. 189—191.
24. *Кондауров В.И.* Численное моделирование процесса внедрения жесткого тела вращения в упругопластическую преграду / В. И. Кондауров, И. Б. Петров, А. С. Холодов // ПМТФ. — 1984. № 4. — С. 132—139.
25. *Степанов Г.В.* Сопротивление внедрению конического стержня в упругопластическую среду / Г. В. Степанов, Э. Г. Сафаров // Пробл. Прочности. — 1990. № 4. — С. 69—75.
26. *Атрошенко С.А.* Механизмы локализованного разрушения материала в волнах нагрузки / С. А. Атрошенко, Т. В. Баличева, А. К. Дива-

- ков, Ю. И. Мещеряков // Пробл. Прочности. — 1990. № 5. — С. 98—105.
27. *Duvall G.E.* Maxwell-like representations in condensed materials. Decay of shock wave / G. E. Duvall // Iran. J. Sci. and Tech. — 1978. № 7. — P. 57—62.
28. *Мещеряков Ю.И.* Аналитическое исследование структуры упругопластических волн на основе дислокационной модели / Ю. И. Мещеряков, В. А. Морозов // Численные методы механики сплошной среды. — 1976. — 7, № 3. — С. 130—137.
29. *Быковцев А.Г.* Преломление поляризованных волн на границе упругого и упругопластического полупространства / А. Г. Быковцев // ПММ. — 1985. — Т. 49, в. 2. — С. 307—315.
30. *Быковцев А.Г.* О преломлении волны сдвига в нелинейно-упругое и упругопластическое полупространство / А. Г. Быковцев // ПММ. — 1986. — Т. 50, в. 3. — С. 490—497.
31. *Быковцев А.Г.* О преломлении ударных волн чистого сдвига в упругопластическое полупространство / А. Г. Быковцев // ПММ. — 1989. — Т. 53, в. 2. — С. 309—318.
32. *Быковцев А.Г.* О процессе пластического нагружения за фронтом ударной волны разгрузки / А. Г. Быковцев // ПММ. — 1990. — Т. 54, в. 3. — С. 485—496.
33. *Зволинский Н.В.* Отражение и преломление плоской пластической волны при наличии граничной плоскости / Н. В. Зволинский // ПММ. — 1967. — Т. 31, в. 5. — С. 848—860.
34. *Wlodarczyk E.* On loading process behind the front of a shock wave reflected from a solid moving partition in non-elastic medium / E. Wlodarczyk // J. Tech. Phys. — 1977. V. 18, № 2. — P. 163—170.
35. *Ковшов А.Н.* О преломлении упругой волны в упругопластическое полупространство / А. Н. Ковшов // Изв. АН СССР. МТТ. — 1972. № 6. — С. 82—88.
36. *Ковшов А.Н.* О преломлении волн сдвига в грунт / А. Н. Ковшов // Изв. АН СССР. Физика Земли. — 1975. № 8. — С. 36—41.
37. *Ковшов А.Н.* Отражение пластической волны, падающей под углом на жесткую стенку / А. Н. Ковшов, А. М. Скобеев // Изв. АН СССР. МТТ. — 1973. № 1. — С. 54—59.
38. *Ковшов А.Н.* Об отражении упругопластической волны от свободной поверхности / А. Н. Ковшов // Изв. АН СССР. МТТ. — 1975. № 4. — С. 116—121.
39. *Глушко А.И.* Косое преломление пластической волны на разрезе / А. И. Глушко // Изв. АН СССР. МТТ. — 1977. № 5. — С. 147—152.
40. *Колесников В.А.* Косой удар по поверхности упругопластического полупространства / В. А. Колесников // Изв. АН СССР. МТТ. — 1981. № 6. — С. 71—76.
41. *Зубкова А.Н.* Распространение одномерных волн напряжений в вязкопластической среде / А. Н. Зубкова, Г. В. Рыков // Распространение упругих и упругопластических волн. Алма-Ата: Наука, Каз. ССР, — 1973. — С. 165—173.
42. *Григорян С.С.* Об основных представлениях динамики грунтов / С. С. Григорян // ПММ. — 1960. — Т. 24. № 6. — С. 1057—1072.
43. *Петрашень Г.И.* Распространение волн в анизотропных упругих средах / Г. И. Петрашень — Л.: Наука, 1980, — 280 с.
44. *Осипов И.О.* Распространение плоских волн в анизотропной среде, контактирующей с жидкостью / И. О. Осипов // Изв. АН СССР. МТТ. — 1989. № 6. — С. 144—154.
45. *Быковцев Г.И.* О распространении ударных волн в упругопластических средах / Г. И. Быковцев, Л. Д. Кретова // ПММ. — 1972. — Т. 36, в. 1. — С. 106—111.
46. *Чернышов А.Д.* О распространении ударных волн в упругопластической среде с упрочнением / А. Д. Чернышов, А. Е. Лимарев // ПММ. — 1971. — Т. 35, в. 6. — С. 1083—1088.
47. *Безгласный П.А.* О распространении ударных волн в упруговязкопластической среде / П. А. Безгласный, Н. Д. Вервейко // Изв. АН СССР. МТТ. — 1971. № 5. — С. 71—76.
48. *Bhushan B.* Propagation of weak waves in elastic-plastic elastic-visco-plastic solids with interfaces / B. Bhushan, W. E. Jahsmann // Int. J. Solids and Struct. — 1978. — 14, № 1. — P. 39—57.
49. *Balaban M.M.* Acceleration waves in elastic-plastic materials / M. M. Balaban, A. E. Green, P. A. Naghdi // Int. J. Eng. Sci. — 1970. — 8, № 4. — P. 315—355.
50. *Janssen D.M.* Propagation of weak waves in elastic-plastic solids / D. M. Janssen, S. K. Data, W. E. Jahsmann // J. Mech. And Phys. Solids. — 1972. — 20. № 1. — P. 1—18.
51. *Ting T.C.T.* Plastic wave speeds in isotropically work-hardening materials / T. C. T. Ting // Trans. ASME. — 1977. — E-44, № 1. — P. 68—72.
52. *Johnson J.N.* Plastic wave velocities for anisotropic solids / N. J. Johnson — CANCAM 73. C. R. 4 eme Congr. Can. Mech. App. Monreal, — 1973.
53. *Новацкий В.К.* Волновые задачи теории пластичности. — М.: Мир. — 1978. — 307 с.
54. *Бабичева Л.А.* О распространении цилиндрического импульса по границе упругопластической среды / Л. А. Бабичева, Н. Д. Вервейко // Тр. НИИМ ВГУ. — Воронеж. — 1971. — В. 4. — С. 96—100.
55. *Бабичева Л.А.* Лучевой метод решения динамических задач в упруговязкопластических телах / Л. А. Бабичева, Г. И. Быковцев, Н. Д. Вервейко // ПММ. — 1973. — Т. 37, в. 1. — С. 145—155.

56. Бабич В.М. О лучевом методе вычисления интенсивности волновых фронтов / В. М. Бабич, А. С. Алексеев // Изв. АН СССР. Сер. Геофиз. — 1958. № 1. — С.3—18.
57. Ивлев Д.Д. Теория упрочняющегося пластического тела / Д. Д. Ивлев, Г. И. Быковцев — М.: Наука, 1971. — 231 с.
58. Быковцев Г.И. Теория пластичности / Г. И. Быковцев, Д. Д. Ивлев. — Владивосток.: Дальнаука, 1998. — 528 с.
59. Шилд Р. О пластическом течении металлов в условиях осевой симметрии / Р. Шилд // Сб. пер.: «Механика». — 1957. — № 1. — С. 102—122.
60. Anand S. C. Usage of Tresca yield condition in finite element plane strain analysis / C. S. Anand, F. E. Wilberger // Int. J. Solids and Struct. — 1978. — 14, № 8. — P. 625—637.
61. Carg S. K. Numerical solutions for spherical elastic-plastic wave propagation / К. С. Salodh // Z. Angewandte Math. And Phys. — 1968. — 19. № 5. — P. 778—787.
62. Слепян Л.И. Механика трещин. — Л.: Судостроение. — 1981. — 295 с.
63. Кукуджанов В.Н. об одном новом методе численного интегрирования уравнений динамики упругих и упругопластических волн / В. Н. Кукуджанов, Е. Н. Веденяпин // Вопросы выч. и прикл. мат. — Ташкент. — 1980. В. 60. — С. 32—37.
64. Степанов Г.В. Применение модифицированной схемы метода характеристик для расчета распространения плоской волны нагрузки / Г. В. Степанов, В. В. Харченко // Пробл. Прочности. — 1983. № 6. — С. 42—45.
65. Буренин А.А. Скручивающий удар по упругопластическому пространству / А. А. Буренин, В. В. Лапыгин, А. Д. Чернышов // Межвуз. темат. сб.: Исследования по механике сплошных сред. — Воронеж. — 1974. — В. 3. — С.43—51.
66. Буренин А.А. Динамическая задача о вращении жесткого вала в упругой среде при конечных деформациях / А. А. Буренин, А. Д. Чернышов // Тр. НИИМ ВГУ. — Воронеж. — 1970. — В. 2. — С. 137—145.
67. Чигарев А.В. Распространение ударных волн в стохастически неоднородной упругой среде / А. В. Чигарев // Прикл. мех. — 1972. — Т.8, в. 5. — С. 69—75.
68. Бестужева Н.П. К применению марковского приближения в динамике стохастических сред / Н. П. Бестужева, А. В. Чигарев // ПММ. — 1977. — Т. 41, В. 6. — С. 1099—1106.
69. Чигарев А.В. Метод осреднения в динамических задачах теории упругости структурно неоднородных сред / А. В. Чигарев // ПММ. — 1990. — Т. 54, в. 2. — С. 258—266.
70. Римский В.К. О соударении деформируемого штампа с многослойной вязкоупругой плитой / В. К. Римский, П. Ф. Сабодаш // Изв. АН СССР. МТТ. — 1984. № 1. — С. 78—85.
71. Трофимов Н.И. О действии взрыва в упругопластическом пространстве. Случай линейной постановки задачи / Н. И. Трофимов // Сб.: Научные труды ф-та ПММ ВГУ. — Воронеж. — 1971. В. 1. — С. 21—38.
72. Цветков Ю.Д. О действии взрыва в упругопластическом пространстве / Ю. Д. Цветков // Межвуз. сб.: МДТТ. — Куйбышев. — 1975. — В. 1. — С. 41—48.
73. Нигматуллин Р.И. К модели упругопластической среды с дислокационной кинетикой пластического деформирования / Р. И. Нигматуллин, Н. Н. Холин // Изв. АН СССР. МТТ. — 1974. № 4. — С. 131—146.
74. Tylor J. Elastic-plastic properties of iron / J. Tylor, M. Rice // J. Appl. Phys. — 1962. — V. 34. № 2. — P. 751—758.
75. Jones O. Dynamics yield behaviour of explosively loaded metals determined by a Quarts transducer technique / O. Jones, F. Neilson, W. Bencolic // J. Appl. Phys. — 1962. — V. 33. № 11. — P. 3224—3232.
76. Козин Н.С. Ударные адиабаты и профили слабых ударных волн в металлах / Н. С. Козин, Н. К. Кузьмина // ПМТФ. — 1977. № 4. — С. 124—132.
77. Годунов С.К. Структура ударных волн в упруго-вязкой среде / С. К. Годунов, Н. С. Козин // ПМТФ. — 1974. № 5. — С. 101—116.
78. Мурр Л.Е. Микроструктура и механические свойства металлов и сплавов после нагружения ударными волнами / Л. Е. Мурр // Ударные волны и явления высокоскоростной деформации металлов / Под ред. Г. Н. Эпштейна. — М.: Металлургия, 1964. — 512 с.
79. Баскаков В.А. Качественный анализ структуры и профили ударных волн в металлах / В. А. Баскаков // Межвуз. сб. н. тр. «Актуальные задачи механики твердого деформируемого тела». — Воронеж: ВГУ. — 1990. — С. 20—26.
80. Баскаков В.А. Анализ распространения и динамического воздействия ударных волн на деформируемое твердое тело / В. А. Баскаков // Докт. дисс., Воронеж. — 1991. — 385 с.
81. Гласс И.И. Ударные волны и человек / И. И. Гласс — М.: Мир, 1977, — 191 с.
82. Качанов Л.М. Основы механики разрушения / Л. М. Качанов — М.: Наука, 1974, — 311 с.
83. Вerveйко Н.Д. Лучевая теория упруговязкопластических волн и волн гидроудара / Н. Д. Вerveйко. — Воронеж: Изд-во ВГУ. — 1997. — 204 с.
84. Баскаков В.А. О распространении и отражении поверхностей сильного разрыва (ударных волн) в твердых телах / В. А. Баскаков, А. Е. Чернов // Тр. V Междунар. н.-техн. конф. и шк. молодых ученых, асп-ов и ст-ов «Авиакосмические технологии — АКТ — 2004». — Воронеж: Изд-во ВГТУ. — 2004. — Ч.1. — С. 35—49.