

УДК 535.33/.34: 621.373.826

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ $M1$ - И $E2$ -АМПЛИТУД В СЕЧЕНИИ МАГНИТОИНДУЦИРОВАННОГО СМЕШИВАНИЯ ДВУХ ВОЛН АТОМАМИ

© 2003 П. В. Миронова, В. Д. Овсянников, Е. В. Чаплыгин

Воронежский государственный университет

Рассчитано сечение когерентного смешивания двух лазерных волн атомами в магнитном поле, зависящее от соотношения Q электродипольной $E2$ и магнитодипольной $M1$ амплитуд магнитоиндуцированного трехфотонного процесса четвертого порядка. Получены общие формулы, определяющие влияние Q на поляризационную зависимость сечения процесса генерации излучения суммарной частоты двух резонансных волн в атомах индия и таллия. Рассчитана степень круговой поляризации генерируемого излучения в зависимости от ориентации векторов поляризации плоско поляризованных падающих волн и круговой дихроизм в сечении генерации для одной из волн при линейной поляризации другой волны. Получено выражение, определяющее Q через расстройки резонансов, соответствующих генерации циркулярно поляризованного излучения суммарной частоты двух линейно поляризованных волн.

1. Введение

Взаимодействие интенсивных волн в нелинейной среде может привести к их смешиванию, в результате которого генерируются волны на суммарных и/или разностных частотах. С развитием техники перестраиваемых лазеров процесс смешивания интенсивных волн в атомах стал одним из наиболее полезных нелинейно-оптических эффектов, поскольку он позволяет получить перестраиваемое по длине волны излучение в широком диапазоне частот [1]. В последние годы излучение двух или нескольких лазеров широко используется также и в прецизионных методах измерения фундаментальных характеристик атомных спектров [2], [3], разработка которых стимулируется высокоточными расчетами радиационных свойств многоэлектронных атомов [4], [5].

Процесс когерентного смешивания двух интенсивных волн в среде из свободных атомов запрещен в дипольном приближении, а магнитодипольная ($M1$) и электроквадрупольная ($E2$) амплитуды исчезают для рассеяния генерируемого излучения в направлении падающих коллинеарных волн. Данный запрет устраняется с помощью постоянного внешнего поля, электрического или магнитного, индуцирующего рассеяние излучения суммар-

ной или разностной частоты вперед. Под действием постоянного электрического поля возможно не только устранение дипольного запрета, но и индуцирование условий когерентности вместе с дополнительными резонансами в амплитуде смешивания частот двух лазерных излучений [6]. Магнитное поле более эффективно воздействует на резонансные амплитуды, не только индуцируя рассеяние вперед, но и усиливая резонансные особенности в амплитуде [7], [8].

Магнитоиндуцированное смешивание частот в атомарной среде открывает ряд новых возможностей для экспериментальных исследований фундаментальных свойств взаимодействия излучения с веществом и их практических приложений. Смешивание частот интенсивных волн атомами в магнитном поле можно использовать не только для преобразования лазерных частот и измерения нелинейных восприимчивостей атомов, но и для нелинейно-оптического детектирования возбужденных атомов в горячих парах и плазме [9]. Кроме того, дополнительным стимулом для изучения свойств магнитоиндуцированных двухчастотных процессов в атомах служат последние достижения в экспериментах с атомами в магнитооптических ловушках, охлаждаемых с помощью бихроматического лазер-

ного излучения. Интерес к индуцированным магнитным полем эффектам при многофотонных переходах в атомах обусловлен также и простотой управления, а также неразрушающим действием сильных магнитных полей, которые в отличие от электрических не могут вызывать эффектов ионизации и пробоя. Предварительные расчеты поляризационной и частотной зависимости соответствующих атомных восприимчивостей [7], [8] продемонстрировали возможность создания новых методов для эффективного управления преобразованием частот с помощью магнитного поля и разработки соответствующих приложений в метрологии микроскопических объектов.

Достижения в разработке методов преобразования частот были связаны с использованием ультракоротких высокоинтенсивных лазерных импульсов для генерации перестраиваемого рентгеновского и ультрафиолетового излучения. В комбинации с сильным магнитным полем, индуцирующим генерацию четных гармоник, высокоинтенсивные импульсы могут ускорять электроны до очень высоких энергий, обеспечивающих релятивистское резонансное возрастание эффективности генерации высших гармоник как нечетных, так и четных порядков. Эти достижения в изучении магнитоиндуцированных эффектов преобразования частоты атомами также являются стимулирующими факторами для анализа зависящих от поляризации, частоты и атомной структуры свойств бихроматического частотного смешивания, которое является высокоточным методом определения существенных данных по спектроскопическим характеристикам отдельных атомов.

Вследствие сферической симметрии атома только нечетное число фотонов (три, пять и т.д.) в электродипольном приближении могут смешаться в атомарной среде в один фотон генерированного излучения. Поэтому для двух коллинеарных лазерных лучей с частотами ω_1 и ω_2 излучение частоты $\omega' = \omega_1 \pm \omega_2$ может быть получено только под действием третьего поля. Тщательный анализ амплитуды трехфотонного рассеяния, индуцированного постоянным электрическим полем [10], показал существенное преимущество использования для этой цели постоянных полей по сравнению с излучением гармоник, например поля второй гармоники одной из падающих волн [9].

В качестве внешнего постоянного поля можно применять магнитное поле, которое, также нарушая симметрию атома, делает возможным когерентное (хотя и дипольно запрещенное) смешивание частот четного числа фотонов, так что фотон суммарной частоты может быть испущен коллинеарно сонаправленным или противоположно направленным падающим световым лучам [7]. Смешивание частот бихроматического излучения атомами в постоянном магнитном поле не только является эффективным поляризационно-управляемым методом преобразования частоты интенсивного излучения, но также дает возможность получить существенные данные по структурным свойствам атомов и атомных спектров.

Поглощение двух фотонов частот ω_1 и ω_2 , с испусканием фотона частоты ω' представляет собой нелинейный процесс низшего порядка, заключающийся во взаимодействии атома с тремя электромагнитными волнами (двумя падающими и одним рассеянным). Взаимодействия с двумя из волн могут быть электродипольными $E1$, а одно — электроквадрупольным $E2$ или магнито-дипольным $M1$ взаимодействием. Интерференция между соответствующими $E2$ и $M1$ амплитудами может оказать существенное влияние на поляризационную зависимость сечения смешивания частот [11].

Следует отметить, что соотношение между $E2$ и $M1$ амплитудами является важной характеристикой, определяющей эффекты слабого электрон-нейтронного взаимодействия в оптических спектрах тяжелых атомов, в частности, в атомах таллия [12]. Поляризационные зависимости сечений и эффективности преобразования частот атомами зависят от этого соотношения и могут быть использованы для его измерения. В настоящей работе проводится анализ поляризационной зависимости сечения магнито-индуцированного рассеяния излучения суммарной частоты для дважды резонансного процесса когерентного сложения частот в среде из невзаимодействующих атомов таллия.

2. Резонансная амплитуда когерентного смешивания лазерных волн атомами в магнитном поле

Эффективность дважды резонансного процесса смешивания (для определенности — сложения) частот двух лазерных излучений ато-

мом в постоянном магнитном поле \mathbf{B} , энергетические диаграммы которого представлены на рис. 1, определяется амплитудой испускания фотона суммарной частоты $\omega' = \omega_1 + \omega_2$ с единичным вектором поляризации \mathbf{e}' и волновым вектором \mathbf{n}' после поглощения двух фотонов с частотами ω_1 и ω_2 и векторами $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{n}_1\}$ и $\{\mathbf{e}_2, \mathbf{n}_2\}$. Здесь $\omega' = E_{n_2L_2J_2} - E_{nL_0J_0} - \varepsilon'$, $\omega_1 = E_{nL_0J_1} - E_{nL_0J_0} - \varepsilon$, ($|\varepsilon| \ll \omega_1, |\varepsilon'| \ll \omega'$), $\omega_2 = \omega' - \omega_1$, где $E_{nL_0J_0}$ — энергия основного состояния атома $|nL_0J_0\rangle$, $E_{n_2L_2J_2}$ и $E_{nL_0J_1}$ энергии верхнего $|n_2L_2J_2\rangle$ и нижнего $|nL_0J_1\rangle$ возбужденных уровней (здесь и далее используется атомная система единиц $e = \hbar = m = 1$, $\alpha \approx 1/137$ — постоянная тонкой структуры). При этом нижнее резонансное состояние соответствует подуровню тонкой структуры основного состояния с тем же орбитальным моментом L_0 , так что электродипольный $E1$ переход между ними запрещен, а полные моменты J_0 и J_1 допускают как электроквадрупольный $E2$, так и магнитодипольный $M1$ радиационные переходы. Комплексные величины $\varepsilon = \Delta - i\Gamma/2$, $\varepsilon' = \Delta' - i\Gamma'/2$ учитывают как расстройки Δ , Δ' резонансов, так и ширины возбужденных уровней Γ , Γ' .

В первом неисчезающем порядке амплитуда может быть представлена в виде суммы матричных элементов четвертого порядка (см. например, [13], [14], [15]):

$$U \approx \langle nL_0J_0M_0 | \hat{V}_1 G_{E_0+\omega_1} [\hat{V}_B G_{E_0+\omega_1} \hat{V}_2 + \hat{V}_2 G_{E_0+\omega'} \hat{V}_B] G_{E_0+\omega'} \hat{V}_1^\dagger | nL_0J_0M_0' \rangle, \quad (1)$$

где в спектральном разложении независимых от времени атомных функций Грина можно оставить только резонансные члены

$$G_{E_0+\omega_1} = \frac{\langle \mathbf{r} | nL_0J_1M_1 \rangle \langle nL_0J_1M_1 | \mathbf{r}' \rangle}{\varepsilon}, \quad (2)$$

$$G_{E_0+\omega'} = \frac{\langle \mathbf{r} | n_2L_2J_2M_2 \rangle \langle n_2L_2J_2M_2 | \mathbf{r}' \rangle}{\varepsilon'}.$$

Процессы более низкого — третьего порядка, определяющие независимое от внешнего поля смешивание волн свободными атомами, не рассматриваются, поскольку их вклад в амплитуду когерентного рассеяния вперед тождественно равен нулю.

Переход между основным состоянием $|nL_0J_0M_0\rangle$ и первым возбужденным подуровнем тонкой структуры $|nL_0J_1M_1\rangle$ реализуется поглощением фотона за счет электроквадрупольного взаимодействия, оператор которого в одноэлектронном приближении имеет вид

$$\hat{V}_1 = \hat{V}_q = \frac{iF_1\alpha\omega_1}{2\sqrt{6}} r^2 (\{\mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{e}_1\}_2 \cdot \mathbf{C}_2(\theta, \varphi)), \quad (3)$$

или за счет магнитодипольного взаимодействия с оператором

$$\hat{V}_1 = \hat{V}_m = \frac{\alpha F_1}{4} ((\hat{\mathbf{J}} + \hat{\mathbf{S}}) \cdot [\mathbf{n}_1 \times \mathbf{e}_1]), \quad (4)$$

где $\hat{\mathbf{J}}$ и $\hat{\mathbf{S}}$ — операторы полного углового и спинового моментов атома. F_1 определяет

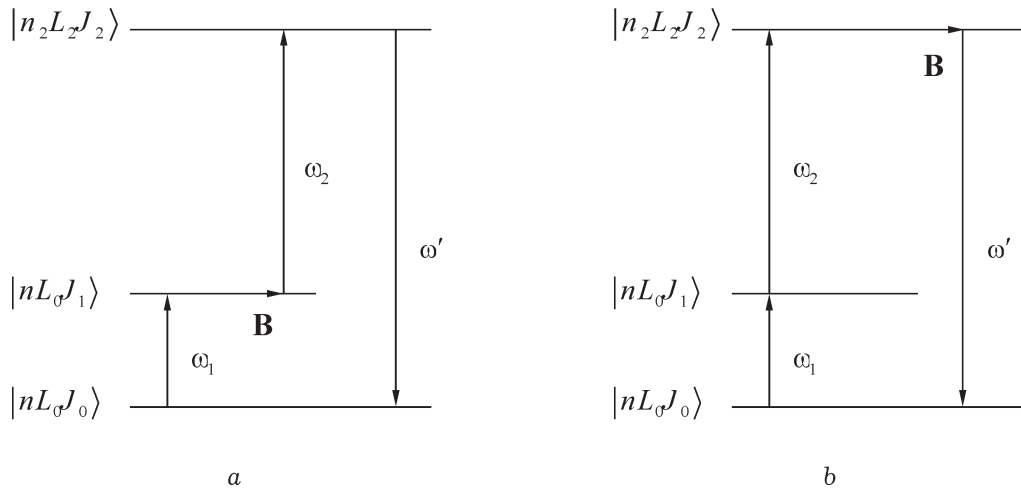


Рис. 1. Энергетические диаграммы дважды резонансного смешивания частот атомами в магнитном поле \mathbf{B} : (а) для перехода, в котором поле действует на атом в нижнем возбужденном состоянии $|nL_0J_1\rangle$; (б) для перехода, в котором поле действует на атом в верхнем возбужденном состоянии $|n_2L_2J_2\rangle$

амплитуду напряженности электрического поля первой волны. Переходы между состояниями $|nL_0J_1M_1\rangle$ и $|n_2L_2J_2M_2\rangle$, а также между $|n_2L_2J_2M_2\rangle$ и $|nL_0J_0M'_0\rangle$ сопровождаются поглощением фотона из второй падающей волны с вектором напряженности электрического поля $\mathbf{F}_2 = F_2\mathbf{e}_2$ и испусканием фотона генерируемой волны с вектором поля $\mathbf{F}' = F'\mathbf{e}'$ соответственно. Дипольный оператор взаимодействия атома с этими волнами имеет вид

$$\hat{V}_d = \frac{1}{2}(\mathbf{F} \cdot \mathbf{r}) = \frac{rF}{2}(\mathbf{C}_1(\theta, \varphi) \cdot \mathbf{e}), \quad (5)$$

где $\mathbf{C}_k(\theta, \varphi) = \sqrt{4\pi/(2k+1)}\mathbf{Y}_k(\theta, \varphi)$ — модифицированная сферическая функция [16], зависящая от угловых переменных радиус-вектора $\mathbf{r} = \{r, \theta, \varphi\}$, определяющего положение атомного электрона.

Оператор взаимодействия атома с магнитным полем $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_0$ в первом порядке по амплитуде B имеет вид (считаем, что B измеряется в единицах напряженности атомного поля $B_0 = 2.35 \times 10^5$ Т)

$$\hat{V}_B = \frac{B}{2}((\hat{\mathbf{J}} + \hat{\mathbf{S}}) \cdot \mathbf{e}_0). \quad (6)$$

Таким образом, каждая из двух диаграмм магнитоиндуцированного трехфотонного перехода содержит E2 и M1 части, так что амплитуда смешивания частот представляется в виде суммы четырех слагаемых:

$$U = U_m^{(1)} + U_m^{(2)} + U_q^{(1)} + U_q^{(2)}. \quad (7)$$

Слагаемые $U_m^{(1)}$ и $U_m^{(2)}$ определяют магнитодипольную часть амплитуд процессов (a) и (b) рис. 1, соответствующую M1-взаимодействию атома с фотоном частоты ω_1 . Подставляя явный вид операторов (4), (5), (6) в выражение (1) и выполняя интегрирование по угловым переменным с помощью общих методов квантовой теории углового момента [16], получаем:

$$U_m^{(1)} = \frac{81b}{2i\varepsilon} \sum_{p\lambda} C_{J_0M_0}^{J_0M'_0} \sum_{p_1p_2} a_{p_1p_2p}^{(m1)} \Phi_{p_1p_2p\lambda}^{(m)}; \quad (8)$$

$$U_m^{(2)} = \frac{81b}{2i\varepsilon'} \sum_{p\lambda} C_{J_0M_0}^{J_0M'_0} \sum_{p_1p_2} a_{p_1p_2p}^{(m2)} \Phi_{p_1p_2p\lambda}^{(m)}, \quad (9)$$

где $b = \alpha F_1 F_2 F' B R_1 R_2 S / 1296 \varepsilon \varepsilon'$ — множитель, зависящий от напряженностей полей, расстройек резонансов ε и ε' и радиальных матричных элементов E1- и M1-переходов между основным и резонансными уровнями $R_1 = \langle nL_0J_1 | r | n_2L_2J_2 \rangle$,

$R_2 = \langle n_2L_2J_2 | r | nL_0J_0 \rangle$, $S = \langle nL_0J_0 | nL_0J_1 \rangle$ (см. рис. 1), $C_{J_0M_0}^{J_0M'_0}$ — коэффициент Клебша–Гордана, определяющий зависимость амплитуды от ориентации полного момента $\hat{\mathbf{J}}_0$ (от магнитного квантового числа M_0).

$$a_{p_1p_2p}^{(m1)} = \frac{(-1)^{1+J_0+J_1+p_1-p}}{\sqrt{2J_0+1}} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & p_1 \\ J_2 & J_1 & J_1 \end{Bmatrix} \times \\ \times \begin{Bmatrix} 1 & p_1 & p_2 \\ J_2 & J_0 & J_1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 & 1 & p \\ J_0 & J_0 & J_2 \end{Bmatrix} Q^{(m1)},$$

$$a_{p_1p_2p}^{(m2)} = \frac{(-1)^{J_0+J_1+p_1+p_2-p}}{\sqrt{2J_0+1}} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & p_1 \\ J_2 & J_1 & J_1 \end{Bmatrix} \times \\ \times \begin{Bmatrix} 1 & p_1 & p_2 \\ J_2 & J_0 & J_1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 & 1 & p \\ J_0 & J_0 & J_2 \end{Bmatrix} Q^{(m2)}$$

— инвариантные атомные множители, зависимость которых от спина, орбитального и полного моментов определяется 6j-символами и произведениями угловых частей от приведенных матричных элементов операторов M1 и E1 взаимодействий:

$$Q^{(m1)} = \langle L_0J_0 || \mathbf{J} + \mathbf{S} || L_0J_1 \rangle \langle L_0J_1 || \mathbf{J} + \mathbf{S} || L_0J_1 \rangle \times \\ \times \langle L_0J_1 || \mathbf{C}_1 || L_2J_2 \rangle \langle L_2J_2 || \mathbf{C}_1 || L_0J_0 \rangle,$$

$$Q^{(m2)} = \langle L_0J_0 || \mathbf{J} + \mathbf{S} || L_0J_1 \rangle \langle L_0J_1 || \mathbf{C}_1 || L_2J_2 \rangle \times \\ \times \langle L_2J_2 || \mathbf{J} + \mathbf{S} || L_2J_2 \rangle \langle L_2J_2 || \mathbf{C}_1 || L_0J_0 \rangle,$$

которые также можно представить в виде произведений 6j-символов и коэффициентов Клебша–Гордана. Множитель

$$\Phi_{p_1p_2p\lambda}^{(m)} = (-1)^\lambda \sqrt{(2p_1+1)(2p_2+1)(2p+1)} \times \\ \times \{ \{ \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_0 \}_{p_1} \otimes [\mathbf{n}_1 \times \mathbf{e}_1]_{p_2} \otimes \mathbf{e}'^* \}_{p-\lambda}$$

представляет собой неприводимое тензорное произведение единичных векторов, определяющее зависимость амплитуды от поляризации и направления распространения падающих и рассеянной волн.

Слагаемые $U_q^{(1)}$ и $U_q^{(2)}$ в (7) определяют электроквадрольную часть амплитуд процессов (a) и (b) рис. 1, соответствующую E2-взаимодействию атома с фотоном частоты ω_1 . После интегрирования по угловым переменным эти величины принимают вид

$$U_q^{(1)} = \frac{45ibQ\sqrt{6}}{2\varepsilon} \sum_{p\lambda} C_{J_0M_0}^{J_0M'_0} \sum_{p_1p_2} a_{p_1p_2p}^{(q1)} \Phi_{p_1p_2p\lambda}^{(q)}, \quad (10)$$

$$U_q^{(2)} = \frac{45ibQ\sqrt{6}}{2\varepsilon'} \sum_{p\lambda} C_{J_0 M_0}^{J_0 M_0'} \sum_{p_1 p_2} a_{p_1 p_2 p}^{(q2)} \Phi_{p_1 p_2 p \lambda}^{(q)}, \quad (11)$$

где $Q = 3\omega_1 R / (5S)$ — фактор, определяющий соотношение $E2$ и $M1$ амплитуд,

$$R = \langle nL_0 J_0 | r^2 | nL_0 J_1 \rangle$$

— радиальный матричный элемент $E2$ перехода.

$$a_{p_1 p_2 p}^{(q1)} = \frac{(-1)^{J_0 + J_1 + p_1 - p}}{\sqrt{2J_0 + 1}} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & p_1 \\ J_2 & J_1 & J_1 \end{Bmatrix} \times \\ \times \begin{Bmatrix} 2 & p_1 & p_2 \\ J_2 & J_0 & J_1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 & 1 & p \\ J_0 & J_0 & J_2 \end{Bmatrix} Q^{(q1)}, \\ a_{p_1 p_2 p}^{(q2)} = \frac{(-1)^{J_0 + J_1 - p}}{\sqrt{2J_0 + 1}} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & p_1 \\ J_2 & J_1 & J_1 \end{Bmatrix} \times \\ \times \begin{Bmatrix} 2 & p_1 & p_2 \\ J_2 & J_0 & J_1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 & 1 & p \\ J_0 & J_0 & J_2 \end{Bmatrix} Q^{(q2)},$$

— инвариантные атомные множители, зависимость которых от спина, орбитального и полного моментов определяется $6j$ -символами и произведениями угловых частей приведенных матричных элементов операторов $E2$ и $E1$ взаимодействий атома с электромагнитными волнами:

$$Q^{(q1)} = \langle L_0 J_0 \| \mathbf{C}_2 \| L_0 J_1 \rangle \langle L_0 J_1 \| \mathbf{J} + \mathbf{S} \| L_0 J_1 \rangle \times \\ \times \langle L_0 J_1 \| \mathbf{C}_1 \| L_2 J_2 \rangle \langle L_2 J_2 \| \mathbf{C}_1 \| L_0 J_0 \rangle,$$

$$Q^{(q2)} = \langle L_0 J_0 \| \mathbf{C}_2 \| L_0 J_1 \rangle \langle L_0 J_1 \| \mathbf{C}_1 \| L_2 J_2 \rangle \times \\ \times \langle L_2 J_2 \| \mathbf{J} + \mathbf{S} \| L_2 J_2 \rangle \langle L_2 J_2 \| \mathbf{C}_1 \| L_0 J_0 \rangle.$$

Поляризационная зависимость амплитуд (1), (2) определяется тензором

$$\Phi_{p_1 p_2 p \lambda}^{(q)} = (-1)^\lambda \sqrt{(2p_1 + 1)(2p_2 + 1)(2p + 1)} \times \\ \times \{ \{ \{ \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_0 \}_{p_1} \otimes \{ \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{e}_1 \}_{p_2} \otimes \mathbf{e}^{*s} \}_{p-\lambda}.$$

3. Поляризационная зависимость сечения когерентного смешивания двух волн

Наибольший интерес представляет случай когерентного рассеяния вперед, в направлении распространения падающих волн, при котором проекция полного момента J_0 одна и та же в начальном и конечном состояниях $M'_0 = M_0$, и следовательно $\lambda = 0$. Амплитуда

когерентного рассеяния излучения суммарной частоты ансамблем атомов, помещенных в магнитное поле, определяется усреднением амплитуды U по состояниям с различными магнитными квантовыми числами:

$$U_{coh} = \frac{1}{2J_0 + 1} \sum_{M_0 = -J_0}^{J_0} U. \quad (12)$$

После усреднения по M_0 в выражениях (8)—(11) остаются только слагаемые с $p = 0$, которые можно представить в виде

$$U_m^{(1)} = \frac{b}{\varepsilon} [4\varphi_2 - 2\varphi_1 - \varphi'], \quad (13)$$

$$U_m^{(2)} = \frac{3b}{2\varepsilon'} [2\varphi_2 - 2\varphi_1 - \varphi'],$$

$$U_q^{(1)} = \frac{bQ}{\varepsilon} [2\varphi_2 + \varphi'], \quad U_q^{(2)} = \frac{3bQ}{2\varepsilon'} \varphi', \quad (14)$$

где поляризационные факторы φ' , φ_1 , φ_2 с учетом коллинеарности всех излучений (волновой вектор $\mathbf{n} \equiv \mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_2 = \mathbf{n}'$ перпендикулярен векторам поляризации \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 , \mathbf{e}') определяются комбинацией скалярных и смешанных произведений

$$\varphi' = (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2)(\mathbf{e}^{*s} \cdot [\mathbf{n} \times \mathbf{e}_0]), \quad (15)$$

$$\varphi_1 = (\mathbf{e}^{*s} \cdot \mathbf{e}_2)(\mathbf{e}_1 \cdot [\mathbf{n} \times \mathbf{e}_0]), \quad (16)$$

$$\varphi_2 = (\mathbf{e}^{*s} \cdot \mathbf{e}_1)(\mathbf{e}_2 \cdot [\mathbf{n} \times \mathbf{e}_0]). \quad (17)$$

Таким образом, амплитуду (12) можно представить в виде

$$U_{coh} = \frac{b}{\varepsilon\varepsilon'} (a'\varphi' + a_1\varphi_1 + a_2\varphi_2), \quad (18)$$

где

$$a' = -\frac{(1-Q)}{2} (3\varepsilon + 2\varepsilon'), \quad (19)$$

$$a_1 = -(3\varepsilon + 2\varepsilon'), \quad (20)$$

$$a_2 = 3\varepsilon + 2(2+Q)\varepsilon'. \quad (21)$$

Эти выражения позволяют выяснить особенности поляризационной зависимости сечения сложения частот и, в частности, возможности измерения по ним отношения $E2$ и $M1$ амплитуд, определяемого фактором Q . Среди этих особенностей наиболее интересны эффекты «кругового дихроизма»: эллиптическая поляризация генерируемой волны при линейной поляризации падающих излучений

и различие сечений генерации для левой и правой циркулярной поляризации одной из падающих волн при линейной поляризации другой волны.

3.1. Степень циркулярной поляризации генерируемой волны

Рассмотрим зависимость степени циркулярной поляризации рассеянной волны от частот (расстроек резонансов Δ и Δ'), взаимной ориентации векторов поляризации падающих волн и от ширин резонансных уровней Γ и Γ' . Обе падающие волны будем считать линейно поляризованными, а вектор индукции постоянного магнитного поля \mathbf{B} лежащим в плоскости поляризации, так что векторы $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ удобно представить в виде разложения по базису единичных ортогональных векторов $\{\mathbf{e}_0, [\mathbf{n} \times \mathbf{e}_0]\}$:

$$\mathbf{e}_{1,2} = \mathbf{e}_0 \cos \theta_{1,2} + [\mathbf{n} \times \mathbf{e}_0] \sin \theta_{1,2}. \quad (22)$$

Тогда амплитуду (12) можно представить в виде

$$U_{coh} = \frac{b}{\epsilon \epsilon'} [A(\mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{e}^*) + B([\mathbf{n} \times \mathbf{e}_0] \cdot \mathbf{e}^*)], \quad (23)$$

где

$$A = \epsilon'(1 + Q) \sin(\theta_1 + \theta_2) + ((3 + Q)\epsilon' + 3\epsilon) \sin(\theta_2 - \theta_1), \quad (24)$$

$$B = -\epsilon'(1 + Q) \cos(\theta_1 + \theta_2) + (2Q\epsilon' - \frac{3}{2}(1 - Q)\epsilon) \cos(\theta_2 - \theta_1). \quad (25)$$

Для эффективного сечения рассеяния излучения суммарной частоты получаем выражение

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sim |U_{coh}|^2 = & \left| \frac{b}{\epsilon \epsilon'} \right|^2 [|A|^2 |(\mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{e}^*)|^2 + \\ & + |B|^2 |([\mathbf{n} \times \mathbf{e}_0] \cdot \mathbf{e}^*)|^2 + 2Re\{AB^*(\mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{e}^*)([\mathbf{n} \times \mathbf{e}_0] \cdot \mathbf{e}^*)\}]. \end{aligned} \quad (26)$$

Последнее слагаемое в правой части, определяемое интерференцией слагаемых амплитуды (23), приводит к зависимости сечения от направления вращения (спиральности) вектора циркулярной поляризации рассеиваемой волны. Это означает, что генерируемое излучение может быть эллиптически поляризованным при линейной поляризации падающих волн. Чтобы определить степень круговой поляризации рассеиваемой волны, запишем вектор \mathbf{e}' в виде:

$$\mathbf{e}' = \frac{\mathbf{u} + i\gamma'[\mathbf{n} \times \mathbf{u}]}{\sqrt{1 + \gamma'^2}},$$

где $\mathbf{u} = \mathbf{e}_0 \cos \theta' + [\mathbf{n} \times \mathbf{e}_0] \sin \theta'$ — единичный вектор, направленный вдоль главной оси эллипса поляризации; параметр γ' определяет степень круговой $\xi' = 2\gamma'/(1 + \gamma'^2)$ и линейной $l' = (1 - \gamma'^2)/(1 + \gamma'^2)$ поляризации испущенного фотона. Степень циркулярной поляризации можно определить отношением

$$D' = \frac{d\sigma^{(+)} / d\Omega - d\sigma^{(-)} / d\Omega}{d\sigma^{(+)} / d\Omega + d\sigma^{(-)} / d\Omega}, \quad (27)$$

где

$$\frac{d\sigma^{(\pm)}}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left| \frac{b}{\epsilon \epsilon'} \right|^2 [|A|^2 + |B|^2 \pm 2Im(A^*B)], \quad (28)$$

определяет сечение рассеяния волны с правой и левой циркулярной поляризацией ($l' = 0, \xi' = \pm 1$). После подстановки (28) в (27) выражение для степени циркулярной поляризации принимает вид:

$$D' = \frac{2Im(A^*B)}{|A|^2 + |B|^2}. \quad (29)$$

Как видно из (29), случай стопроцентной циркулярной поляризации рассеянной волны $D' = \pm 1$ возможен при $B = \pm iA$. Из этого соотношения между коэффициентами (24), (25) можно выразить величину Q через расстройки резонансов Δ, Δ' и отношение ширин $y = \Gamma'/\Gamma$. В частности, при $\theta_1 = \theta_2 = \pi/4$ получим $A = \epsilon'(1 + Q)$ и $B = 2\epsilon'Q + 3\epsilon(Q - 1)/2$. Подставляя эти выражения в уравнение $B = iA$ и разрешая его относительно Q , находим

$$Q = \frac{3(4xx' + 1)}{4y(4x'^2 + 1) + 3(4xx' + 1)}, \quad (30)$$

где $x = \Delta/\Gamma, x' = \Delta'/\Gamma'$ — отношения расстроек резонансов к ширинам, соответствующие максимальному значению степени поляризации, $D' = 1$.

Существенное упрощение выражений для A и B можно получить и в том случае, когда плоскость поляризации одной из волн совпадает по направлению или перпендикулярна магнитному полю. Например, если зафиксировать $\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_0$, (т.е. $\theta_1 = 0$) тогда коэффициенты (24) и (25), а с ними и степень поляризации (29) остаются зависящими только от θ_2 :

$$A = [(3\epsilon + 2\epsilon') + 2\epsilon'(1 + Q)] \sin \theta_2, \quad (31)$$

$$B = \frac{1}{2}(Q-1)[3\varepsilon + 2\varepsilon'] \cos \theta_2. \quad (32)$$

Можно определить оптимальное значение угла θ_2^m , соответствующее максимальному абсолютному значению $|D'(\theta_2^m)|=1$. Оказывается, что численное значение $|D'|$ может быть близко к единице даже при достаточно больших значениях расстройок Δ и Δ' , как это видно из рис. 3, на котором приведен график зависимости степени круговой поляризации от расстройок Δ и Δ' при выборе оптимального значения угла $\theta_2 = \theta_2^m$, представленного на рис. 2. В расчетах использовано численное значение величины $Q = 0.352$, полученное для атомов таллия в [11]. Как видно из рисунков, резкие изменения как θ_2^m , так и D'

происходят в достаточно узкой области частот. При этом качественное поведение функций $D'(\Delta, \Delta'), \theta_2(\Delta, \Delta')$ не зависит от отношения ширины Γ' и Γ . Это отношение может лишь слабо повлиять на ширину резонансной области.

3.2. Циркулярный дихроизм сечения для падающих волн

Рассмотрим случай линейной поляризации первой падающей волны и циркулярной поляризации второй волны. Тогда разложение векторов $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ по базису $\{\mathbf{e}_0, [\mathbf{n} \times \mathbf{e}_0]\}$ можно представить в виде

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_0 \cos \theta_1 + [\mathbf{n} \times \mathbf{e}_0] \sin \theta_1,$$

$$\mathbf{e}_2 = \frac{\mathbf{u}_2 + i\gamma_2[\mathbf{n} \times \mathbf{u}_2]}{\sqrt{1 + \gamma_2^2}},$$

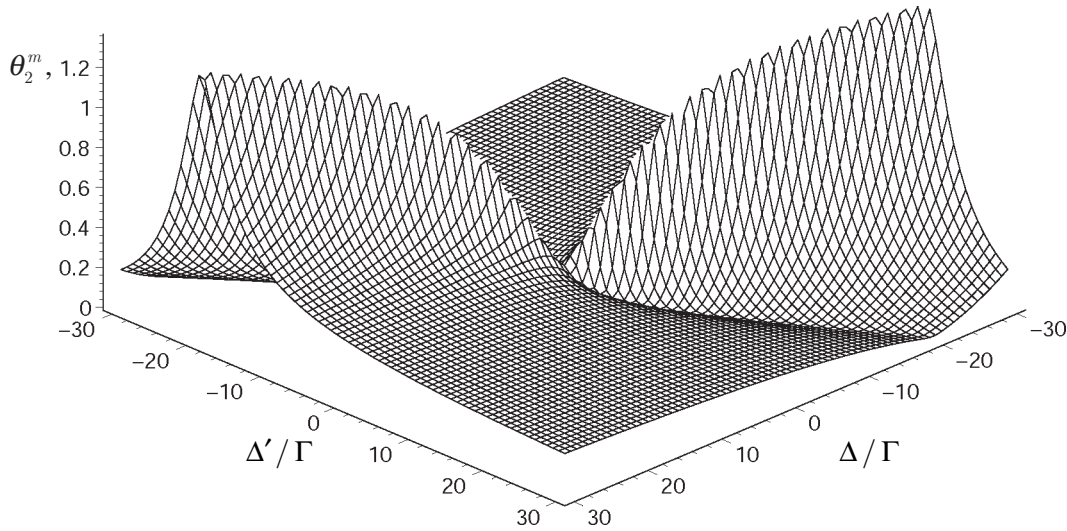


Рис. 2. Зависимость угла θ_2^m , соответствующего максимальным абсолютным значениям функции (29), от расстройок резонансов Δ и Δ' при $\Gamma = \Gamma'$

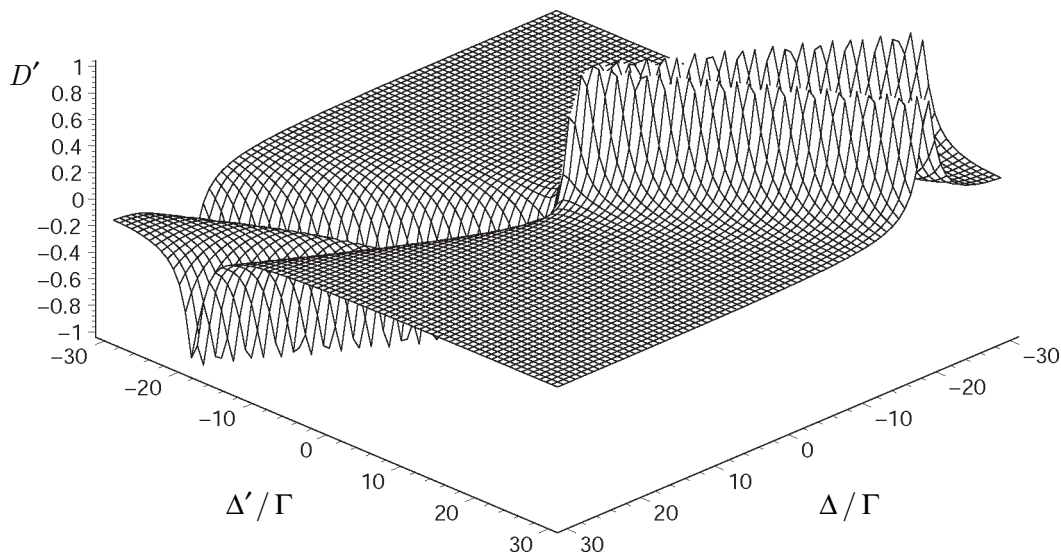


Рис. 3. Степень циркулярной поляризации рассеянной волны (29) при $\theta_2 = \theta_2^m$ (см. рис. 2)

где $\mathbf{u}_2 = \mathbf{e}_0 \cos \theta_2 + [\mathbf{n} \times \mathbf{e}_0] \sin \theta_2$ — единичный вектор, направленный вдоль главной оси эллипса поляризации; параметр γ_2 определяет степени круговой $\xi_2 = 2\gamma_2/(1 + \gamma_2^2)$ и линейной $l_2 = (1 - \gamma_2^2)/(1 + \gamma_2^2)$ поляризации падающей волны частоты ω_2 . Определим циркулярный дихроизм сечения когерентного сложения частот относительно этой волны.

Подставляя (18) в формулу для сечения, получим

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sim |U_{coh}|^2 = & \left| \frac{b}{\epsilon\epsilon'} \right|^2 \left[|a'|^2 |\varphi'|^2 + |a_1|^2 |\varphi_1|^2 + \right. \\ & + |a_2|^2 |\varphi_2|^2 + 2Re(a'a_1^* \varphi' \varphi_1^*) + \\ & \left. + 2Re(a'a_2^* \varphi' \varphi_2^*) + 2Re(a_1 a_2^* \varphi_1 \varphi_2^*) \right]. \end{aligned} \quad (33)$$

Определяя полное сечение для произвольной поляризации рассеянной волны, проведем в (33) суммирование по всем возможным направлениям вектора \mathbf{e}' , используя соотношение

$$\sum_{\mathbf{e}'} (\mathbf{a} \cdot \mathbf{e}') (\mathbf{b} \cdot \mathbf{e}'^*) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{n}') (\mathbf{b} \cdot \mathbf{n}').$$

Полученное в результате суммирования выражение можно представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}^{(\pm)} = & \frac{1}{2} \left| \frac{b}{\epsilon\epsilon'} \right|^2 \left[|a'|^2 + |a_2|^2 + \right. \\ & \left. + 2 \sin^2 \theta_1 (|a_1|^2 + ReA) \pm \sin(2\theta_1) ImA \right], \end{aligned} \quad (34)$$

где $A = a'a_1^* + a'a_2^* + a_1 a_2^*$. Подставляя (34) в (27), находим степень циркулярного дихроизма относительно второй падающей волны $\{\mathbf{e}_2, \omega_2\}$ как функцию угла θ_1 и коэффициентов (19)—(21)

$$D_2 = \frac{\sin(2\theta_1) ImA}{|a'|^2 + |a_2|^2 + 2 \sin^2 \theta_1 (|a_1|^2 + ReA)}. \quad (35)$$

Графики зависимости оптимального угла θ_1^m и циркулярного дихроизма D_2 от расстройек резонансов Δ и Δ' представлены на рис. 4 и 5 для случая $\Gamma = \Gamma'$. Изменение отношения между Γ и Γ' не оказывает влияния на качественное поведение обеих функций.

Аналогичные результаты для циркулярного дихроизма D_1 относительно первой волны $\{\mathbf{e}_1, \omega_1\}$, являющегося функцией угла θ_2 , представлены на рис. 6, 7.

Как видно из рисунков, вследствие суммирования по поляризациям генерируемой волны, максимальное значение степени дихроизма D_2 не превышает по абсолютной величине 0.7, быстро исчезая при $\Delta/\Gamma \gg 1$, $\Delta'/\Gamma' \gg 1$, а $|D_1| \leq 0.5$ и значение $|D_1| \approx 0.4$ может сохраняться и при $\Delta/\Gamma \gg 1$, $\Delta'/\Gamma' \gg 1$. При этом соотношение расстроек Δ и Δ' , при которых D_1 и D_2 заметно отличны от нуля, существенно зависит от соотношения E2 и M1 амплитуд и может служить для измерения Q .

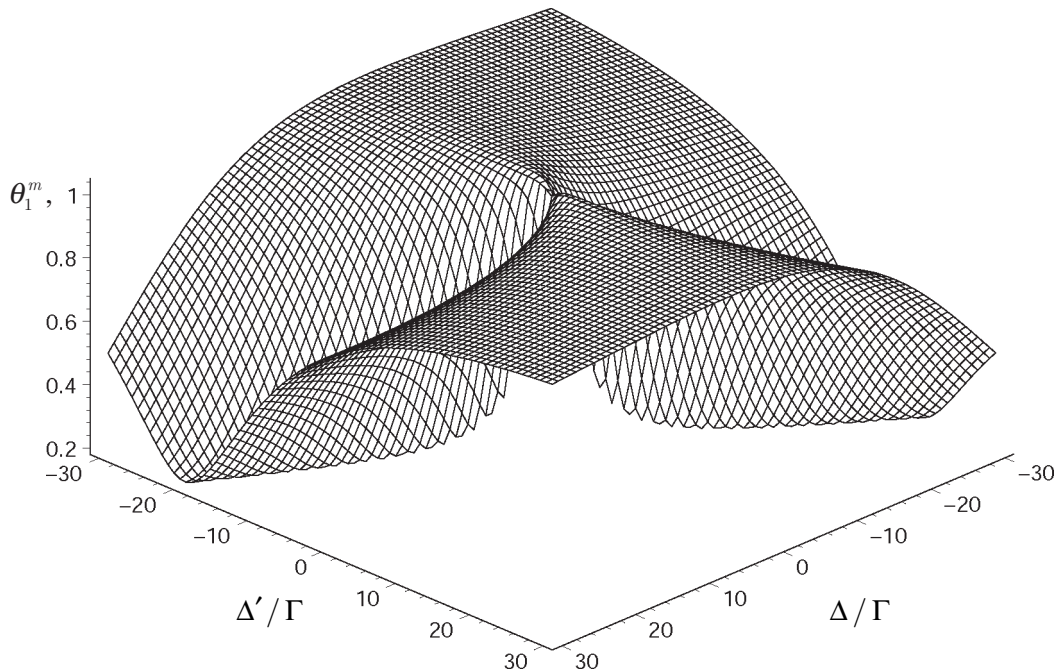


Рис. 4. Зависимость угла θ_1^m , соответствующего максимальным абсолютным значениям функции (35), от расстроек резонансов Δ и Δ' при $\Gamma = \Gamma'$

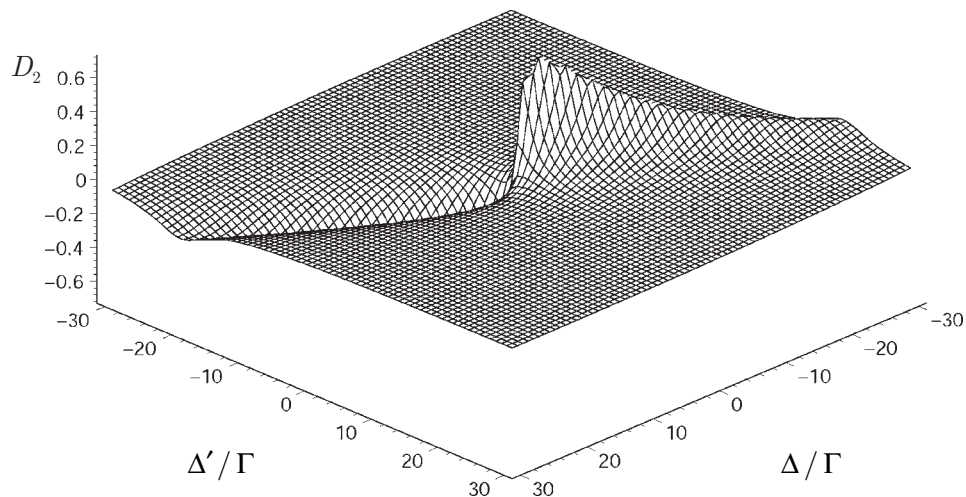


Рис. 5. Степень дихроизма (35) при оптимальном угле θ_1^m , представленном на рис. 4

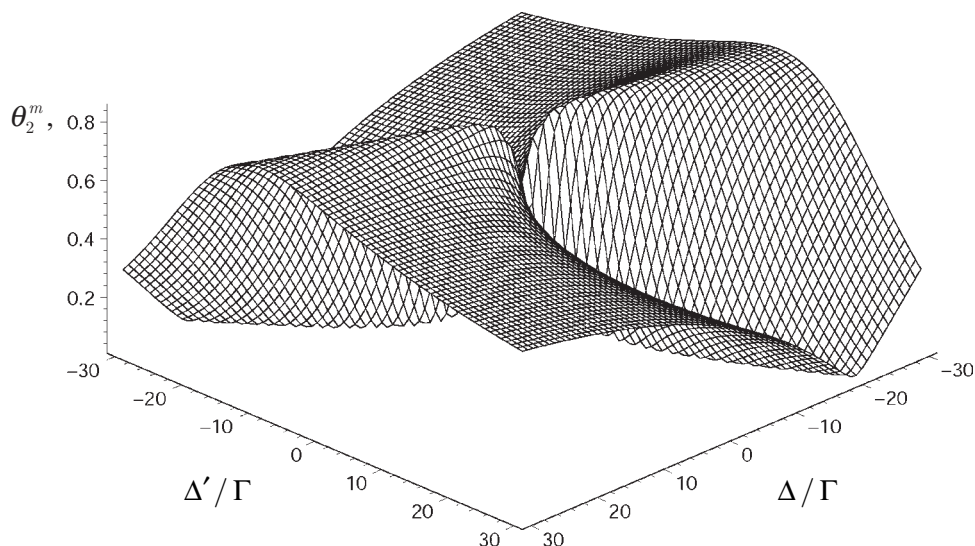


Рис. 6. Зависимость угла θ_2^m , соответствующего максимальным абсолютным значениям функции D_1 , от расстроек резонансов Δ и Δ' при $\Gamma = \Gamma'$

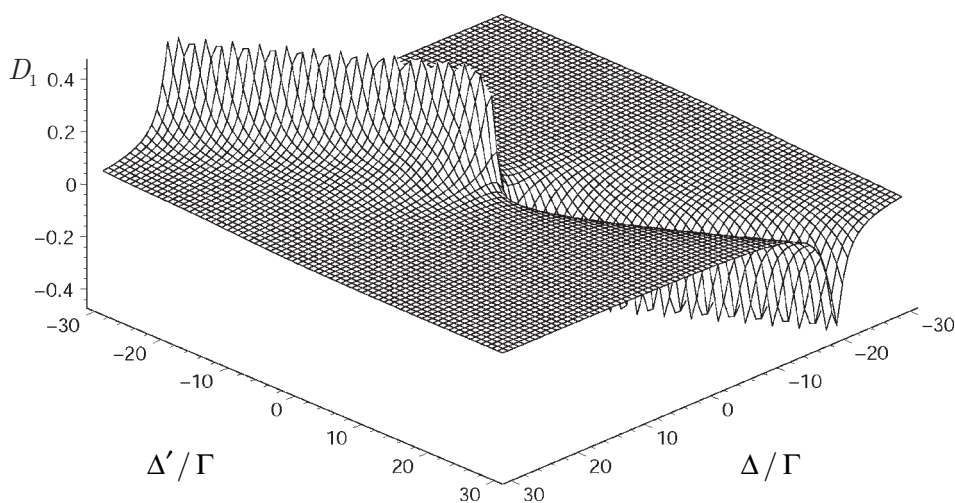


Рис. 7. Степень циркулярного дихроизма D_1 при оптимальном угле θ_2^m , представленном на рис. 6

4. Заключение

Таким образом, когерентное смешивание частот двух лазерных излучений дает возможность измерять структурные характеристики оптического спектра атомов. В частности, и степень круговой поляризации генерируемой на частоте $\omega' = \omega_1 + \omega_2$ волны, и круговой дихроизм относительно падающих волн могут служить для определения отношения E2 и M1 амплитуд Q . Знание этой величины необходимо, в частности, при изучении эффектов слабого электрон-нуклонного взаимодействия в оптических спектрах атомов. Тем самым процесс смешивания частот предоставляет возможность измерения эффектов слабых сил в атомных спектрах.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования РФ и CRDF (USA), грант VZ-010-0.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шен И. Р. Принципы нелинейной оптики: Пер. с англ./Под ред. С. А. Ахманова. М.: «Наука». 1989. 560 с.
2. Magno W. C., Prandini R. B., Nussenzveig P., Vianna S. S. // Phys. Rev. A. 2001. V. 63. 063406.
3. Gaarde M. B., Antoine P., Persson A., Carre B., L'Huillier A., Wahlström C.-G. // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 1996. V. 29. P. L163.
4. Johnson W. R., Plante D. R. and Sapirstein J. // Adv. At.Mol.Phys. 1995. V.35. 255.
5. Drake G. W. F. Handbook of Atomic, Molecular and Optical Physics. Ch.11. Woodbury, NY: American Institute of Physics. 1995.
6. Manakov N.L., Ovsianikov V.D. // Laser Physics 2000. V. 10. P. 1251.
7. Khalev K.V., Ovsianikov V.D. // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2001. V. 34. 3843.
8. Khalev K.V., Ovsianikov V.D., Chernushkin V.V. // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2002. V. 35. 2283.
9. Акимов Д.А., Желтиков А.М., Коротеев Н.И., Майлз Р.Б., Наумов А.Н., Сидоров-Бирюков Д.А., Федотов А.Б. // Квантовая электроника. 1998. Т. 25. 1105.
10. Manakov N.L., Ovsianikov V.D. // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2000 V. 33. 2057.
11. Ovsianikov V.D., Pershin N.V., Tchaplugin E.V. // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2003. V. 36. 1603.
12. Majumder P.K., Tsai L.L. // Phys. Rev. A. 1999. V. 60. 267.
13. Рапопорт Л.П., Зон Б.А., Манаков Н.Л. Теория многофотонных процессов в атомах. М.: Атомиздат. 1978. 184 с.
14. Manakov N.L., Ovsianikov V.D., Rapoport L.P. // Phys. Rep. 1986. V.141. P. 319.
15. Manakov N.L., Ovsianikov V.D., Rapoport L.P. // Phys. Rep. 1992. V. 210. P. 111.
16. Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. Л.: «Наука», 1975. 440 с.