УДК 539.142

МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕКТРОВ α-КЛАСТЕРНЫХ СОСТОЯНИЙ В ЯДРАХ*

© 2003 С. Д. Кургалин, Ю. М. Чувильский

Воронежский государственный университет

Предложена микроскопическая модель для описания α-частичных состояний в легких ядрах. Гамильтониан модели выражается через операторы Казимира группы $SU(3)$ и соответствующих подгрупп. Это обеспечивает простоту гамильтониана и наличие малого числа параметров. Моделирование спектров α-частичных состояний в ядрах ^{20}Ne и ^{32}S показало хорошие возможности модели в описании их свойств. Использование модели позволило выявить ряд характеристик спектров, которые могут оказаться общими для всех α-частичных состояний в $2s{-}1d$-ядрах

Введение

Состояния α-частица + магический остов (кор) атомного ядра активно исследуются в последнее время [1—6] как экспериментально, так и теоретически.

Альфа-частичные (или α-кластерные) состояния найдены уже почти во всех легких четно−четных ядрах вплоть до ^{44}Ti. Ширины таких состояний достаточно велики — близки к вигнеровскому пределу [7].

Особенностью α-кластерных состояний является то, что они легко возбуждаются в реакциях передач α-частиц и распадаются чаще всего на α-частицу и остаточное ядро, находящееся в основном состоянии [2]. Для описания этих состояний используются теоретические подходы, в которых ядро представляется в виде остова (остаточного ядра) в основном состоянии и α-частицы в поверхностной (кластерной) области ядра. Другой особенностью таких состояний является то, что они образуют в ядре ротационную полосу с квантовыми характеристиками (полными моментами и четностями) $J^{\pi} = 0^{+}, 1^{-}, 2^{+}, 3^{-}, \ldots$. Иными словами, картина энергетических уровней в таких системах демонстрирует существование явно выраженных вращательных полос с почти совпадающими моментами инерции.

Достаточно хорошо изучены спектры возбуждения ядер ^{16}O и ^{20}Ne. В них ротационная α-кластерная полоса расщеплена по энергии на две — четную и нечетную. С ростом массы ядер расщепление постепенно уменьшается и для достаточно тяжелых ядер становится незаметным. Эта полоса обрывается, и чем легче ядро, тем быстрее происходит обрыв — в ядрах ^{16}O и ^{20}Ne найденные максимальные моменты α кластерных уровней равны 7^{-} и 9^{-} соответственно, в ядре ^{44}Ti предполагается наличие α-кластерного уровня с моментом 16^{+}. Как показали проведенные исследования, количество α-кластерных уровней в ядрах ^{16}O и ^{20}Ne равно числу таких состояний в соответствующей ротационной полосе. Все обнаруженные α-кластерные состояния в этих ядрах входят в ротационную полосу, и других уровней с α-кластерными свойствами нет.

Следует отметить, что в ядрах возможно существование нескольких ротационных полос, образованных уровнями различной природы (например, деформацией). В работе [5] на основе экспериментального изучения реакции $^{16}\mathrm{O}(^{6}\mathrm{Li}, d)^{20}\,\mathrm{Ne}^{*}(\alpha)^{16}\,\mathrm{O}$ приведен список таких уровней в ядре ^{20}Ne, образующих ряд полос: полосу с моментами $J^{\pi} = 0^{+}, 2^{+}, 4^{+}, 6^{+}, \ldots$ над основным состоянием, две α-кластерные полосы — нечетную с нижним уровнем энергии $E^{*} = 5,78$ МэВ и четную с нижним уровнем $E^{*} = 8,6$ МэВ, и еще одну нечетную полосу с нижним уровнем $E^{*} = 8,85$ МэВ. Для этого ядра приведенные α-частичные ширины уровней α-кластерных полос отличаются от вигнеровского предела коэффициентом $\simeq 0,2-0,9$, в то время как для других

* Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант 02-02-16411.

полос их значения, по крайней мере, на порядок ниже.

В работе [6] исследована α-кластерная структура возбужденных состояний ядра ^{36}Ar на основе реакции $^{32}\mathrm{S}(^6\mathrm{Li},d)^{36}\,\mathrm{Ar}^*(\alpha)^{32}\,\mathrm{S}$ при энергиях ионов ^{6}Li 22 МэВ и 38 МэВ. Найдено, что в ядре ^{36}Ar существуют α-кластерные состояния с квантовыми характеристиками $J^\pi = 5^-, 6^+, 7^-, 8^+$ и 10^+, лежащие в интервале энергий возбуждения ядра от 11 МэВ до 25 МэВ. Эти состояния образуют ротационную полосу. В работе также обобщены результаты анализа α-частичных состояний в ядрах ^{16}O, ^{20}Ne, ^{28}Si, ^{32}S и ^{44}Ti. Свойства этих состояний и образуемых ими полос меняются с изменением массы ядра. Делается предположение о том, что в легких ядрах ^{16}O и ^{20}Ne существенную роль в определении свойств α-кластерных состояний играют остовы ядер (^{12}C и ^{16}O соответственно). Указывается, что в структуру основных состояний ядер ^{12}C и ^{16}O вносят заметный вклад четырехнуклонные корреляции по типу α-частицы. Следовательно, становятся возможными обменные процессы с налетающей α-частицей, что и приводит к энергетическому расщеплению ротационных полос по четности. В более тяжелых ядрах свойства остова, вероятно, играют меньшую роль, и налетающая α-частица и ядро-мишень образуют структуру, более близкую к модели жесткого ротатора, в которой нет расщепления по четности [6].

1. Современное состояние исследований α-кластерных уровней в ядрах

Как указывалось выше, α-кластерные состояния заселяются при упругом рассеянии α-частиц, в реакциях α-передач (^{6}Li, d), (^{16}O, ^{12}C) и некоторых других ядерных процессах. Основное свойство таких состояний — их сильное взаимодействие с открытыми или закрытыми каналами α-частица + ядро. Эти состояния характерны для четных ядер с $N = Z$ и массовыми числами $A \le 50$.

Модель резонирующих групп (МРГ) [8, 9] и подход на основе двухтельного потенциала [10] оказываются достаточными для того, чтобы описать низкоэнергетическую часть α-частичного спектра ^{20}Ne. Однако остается не решенной принципиальная проблема описания высокоэнергетической части этого спектра.

Недавние эксперименты дали большое количество данных об α-частичных состояниях. Значительное количество информации получено в области $2s-1d$-ядер. Например, стали известными [1, 11] более ста таких уровней в ядре ^{32}S, обладающих многими интересными свойствами. Большое число аналогичных уровней измерены в ядре ^{24}Mg [12]. Полученные спектры демонстрируют большое разнообразие необычных характеристик. Для ядра ^{22}Ne отмечается расщепление уровней, имеющихся в спектре ^{20}Ne. Появляются и так называемые «двойные пики».

Более тяжелые ядра обладают весьма сложными α-спектрами. Их наиболее существенным свойством является группировка уровней с одинаковым спином, которая хорошо известна для ядра ^{32}S. Моменты инерции состояний из таких групп близки к вычисленным двухтельным методом. Следовательно, фрагменты ядерной системы α-частица + ядерный кор оказываются в этих состояниях неискаженными. Заметим, что в теоретических подходах, описывающих такие состояния по аналогии с теорией двухатомных молекул (см., например, [13]), выявляется противоречие, если используемый в них двухтельный потенциал сравнивать с оптическим потенциалом, описывающим рассеяние α-частицы на том же ядре. Факт различия между этими потенциалами является существенным. Происхождение данной проблемы легко понять, если принять во внимание высокую плотность обсуждаемых уровней. Эта плотность значительно выше типичной плотности для системы двух тел, взаимодействующих друг с другом посредством ядерных сил.

Серьезный шаг вперед был сделан при разработке моделей другого типа, которые являются, фактически, вариантами коллективной модели. Они представлены колебательно-вращательной [14], солитонной [15] и некоторыми другими. Проблемы в подходах этого типа появляются при рассмотрении перехода к коллективным состояниям через α-кластерный канал. Как результат, из теории не следует уменьшение ширин α-частичных состояний этого типа.

Заслуживает внимания подход работ [16—18], в которых рассмотрены квазимолекулярные состояния. Гамильтониан, предложенный в этих работах, содержит $SU(3)$-инварианты в сочетании с феноменологическими факторами. В них делается попытка учесть и микроскопические свойства в рамках оболочечной модели, однако этот подход остается по своей сути все же феноменологическим.

Следует подчеркнуть, что возможность предсказаний у всех вышеперечисленных подходов весьма ограничена.

Чтобы установить связь между α-частичными состояниями и свойствами ядерных систем, найти сходство и различие таких состояний и объяснить их особенности, необходимо использовать микроскопический подход.

В настоящей работе предлагается новый микроскопический метод, разработанный на основе подходов МРГ и теории групп. Этот метод применяется для исследования спектров двух ядер: ^{20}Ne и ^{32}S. Экспериментально хорошо изученный спектр ядра ^{20}Ne был использован для отработки методики моделирования спектров на базе предложенной модели и проверки возможности обеспечить соответствие экспериментальных и теоретических данных. Слабо экспериментально исследованный спектр ^{32}S подробно проанализирован на базе данной модели и были сделаны возможные выводы и предсказания относительно характеристик его α-кластерных уровней.

2. Экспериментальная ситуация с α-кластерными состояниями

Альфа-частичные полосы в экспериментальном спектре ядра ^{20}Ne имеют регулярное поведение и являются почти прямыми линиями [1, 4—6], если при их рассмотрении используется шкала единиц, пропорциональная $L(L+1)$ (L — орбитальный момент). Две самые нижние полосы спектра практически параллельны. Расстояние между полосами уменьшается «снизу вверх» и, кроме того, оно существенно меньше величины осцилляторного параметра $\hbar\omega$, характерной для ядра ^{20}Ne.

В α-частичном спектре ядра ^{32}S имеется около 120 резонансов [11]. Для 86 уровней спектра определены полные моменты с величиной, большей 2/3. Основные свойства этого спектра: чрезвычайно большое количество α-частичных состояний и специфическая группировка уровней с одинаковым спином, результатом которой является их высокая плотность.

Сравнивая спектры вышеуказанных ядер, можно сделать вывод о сильной зависимости плотности уровней спектров от массового числа ядер A.

Заметим, что экспериментальные данные в приведенных примерах не являются полной информацией, так как энергетическое разрешение в экспериментах для обсуждаемых ядер недостаточно высоко; моменты многих уровней не определены (обычно измеряется только доминирующий момент группы уровней); энергетический диапазон измерений ограничен; приведенная ширина α-частичных состояний не исследуется.

3. Теоретическая модель описания α-кластерных уровней

Для описания α-частичных состояний разработана теоретическая модель на основе мультикластерной (не двухтельной) МРГ и гамильтониана с симметрией группы $SU(3)$.

Волновая функция этой модели имеет вид:

$$\Psi_A = \hat{A}\left[\prod_{i=1}^{k}\varphi_i \cdot \hat{N}^{-1/2}\Psi_{rel}\Delta\right]. \qquad (1)$$

Здесь Ψ_A — A-нуклонная волновая функция мультикластерной системы; A — оператор антисимметризации; φ_i — волновая функция кластера i (в частности, нуклона); Ψ_{rel} — волновая функция относительного движения k кластеров в схеме $SU(3)$; $\hat{N}$ — ядро перекрывания МРГ; Δ — основные квантовые числа, характеризующие систему в целом. В представленной здесь модели мы используем α-частицы как кластеры (составные части системы). В этом случае

$$\Delta \equiv \{[f]=[4^{A/4}],(\lambda\mu),L,S=0,T=0,J=L,\delta\}, \qquad (2)$$

где $[f]$ — схема Юнга; $(\lambda\mu)$ — символ Эллиотта группы $SU(3)$; L,S,T,J — орбитальный момент, спин, изоспин, и полный момент соответственно; δ — дополнительные квантовые числа.

Отметим, что если описывать кор ядра волновой функцией (1), то асимптотическое состояние системы α-частица + кор будет подобным данному. α-частичные состояния при этом определены как резонансные состояния с теми же основными квантовыми числами, что и канал α-частица + кор ядра.

Описание α-частичных состояний базируется на использовании гамильтониана, построенного с помощью полного набора коммутирующих инвариантных операторов группы $SU(3)$ и ее соответствующих подгрупп:

$$H = H_{osc} + a_1\hat{L}^2 + a_2(QQ) + \\ + a_3((Q \otimes Q)Q) + a_4(Q(\hat{L} \otimes \hat{L})), \quad (3)$$

где H_{osc} — осцилляторный гамильтониан; $\hat{L}$ — оператор углового момента; Q — квадрупольный оператор; a_i — параметры. Компоненты оператора Q имеют вид [19, 20]:

$$Q^m = \sqrt{4\pi/5}\sum_i((\rho_i^2/\rho_{i_0}^2)Y_{2m}(\theta_{\rho_i}, \varphi_{\rho_i}) + \\ + (p_i^2/p_{i_0}^2)Y_{2m}(\theta_{p_i}, \varphi_{p_i})), \quad (4)$$

где ρ_i — координаты Якоби, характеризующие A-нуклонную систему; p_i — импульсы.

Так как гамильтониан (3) зависит от нуклонных координат, то он является микроскопическим. Он связывает Q^2-, Q^3- и QL^2-баргмановские силы [21].

Отметим, что обсуждаемая модель является, в некотором отношении, распространением $SU(3)$-модели [19] на α-частичные состояния. Она развивается путем включения в рассмотрение слагаемых, пропорциональных Q^3 и QL^2.

Гамильтониан (3) можно преобразовать в другой вид и записать с использованием операторов Казимира $\hat{g}_i$ [1, 21, 22]:

$$H = \hat{g}_1 + b_1\hat{L}^2 + b_2\hat{g}_2 + b_3\hat{g}_3 + b_4\hat{\Omega}, \quad (5)$$

где b_i — параметры.

Если базис волновых функций (1) состоит из собственных волновых функций всех этих операторов, то есть характеризуется квантовыми числами $(\lambda\mu), L, \Omega$, то собственные значения гамильтониана будут выражаться следующим образом:

$$E = n\hbar\omega + b_1\hbar^2L(L+1) + b_2(2/3)(\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + \\ + 3(\lambda+\mu)) + b_3(1/9)(\lambda-\mu)[(\lambda+2\mu)(2\lambda+\mu) + \\ + 9(\lambda+\mu+1)] - (\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3(\lambda+\mu)) + b_4\Omega, \quad (6)$$

где n — главное квантовое число; ω — осцилляторная частота; Ω — собственное значение оператора Баргмана $\hat{\Omega}$ [21]. Таким образом, вычисление вышеназванных величин является единственной проблемой, требующей некоторых усилий. Эта процедура была реализована путем диагонализации оператора Баргмана на неортогональном базисе волновых функций с определенной проекцией K.

Предложенный гамильтониан упрощает решение проблемы вычисления спектра. Наш выбор пространства состояний и гамильтониана выявляет специфические свойства системы. Они были обнаружены, когда исследовались свойства мультикластерной динамической модели [23]. Волновые функции этой модели — микроскопические, такие же, как волновые функция МРГ (1), однако феноменологический гамильтониан описывает взаимодействие между кластерами, а не между нуклонами, и антисимметризация и ренормализация проводится после решения динамических проблем.

В [23] были развиты теоретико-групповые методы анализа матричных элементов различных операторов в формализме теории групп перестановок. Основным результатом этого анализа является доказательство факта, что ядерная система с четным числом нуклонов при $N = Z$ ведет себя как система k стабильных α-частиц ($k = Z/2$), если ее гамильтониан построен путем коммутации микроскопических инвариантных операторов группы $SU(3)$ и ее подгрупп, выраженных через нуклонные переменные. Другими словами, в этом случае отсутствует связь между каналами, в которых возникают и распадаются α-частицы. Если исследовать не гамильтониан, а любой другой оператор, выраженный через те же инварианты, то обменные матричные элементы исчезают и, таким образом, вышеуказанный вывод также становится справедливым.

Если система описывается гамильтонианом со слабой связью каналов развала, то волновая функция имеет форму (1), и обменные амплитуды всех наблюдаемых малы. Это справедливо для остаточного взаимодействия, которое определяет рассеяние α-частиц. При использовании обсуждаемого гамильтониана единственными типами каналов, сильно заселяемых при α-рассеянии и реакциях α-передач, будут неупругие каналы с возбуждением кора ядра, которые описываются волновыми функциями вида (1).

Добавим, что вышеприведенные соображения приводят для ядер с немагическим кором к величинам спектроскопических факторов α-кластеров, отличным от единицы.

Доказательство обсуждаемых свойств системы дано в [23]. Отметим, что в соответствии с представлениями данного метода все упомянутые здесь свойства ядерных систем с четным числом нуклонов и $N = Z$ остаются в силе, если заменить одну α-частицу одним нуклоном или нуклонной парой.

Суммируя вышеприведенные аргументы, можно предположить существование таких ядерных систем, которые сохраняют свойства группы неискаженных α-частиц.

4. Микроскопическая $SU(3)$-модель α-частичных состояний в $2s-1d$-ядрах

Обсуждаемый подход, как и любой другой теоретико-групповой подход, дает возможность провести полную классификацию собственных состояний гамильтониана с использованием квантовых чисел, и, следовательно, предсказать число связанных уровней. Это важно для построения базиса модели.

Как было отмечено выше, набор квантовых чисел, описывающих спектр гамильтониана (3), недостаточен для однозначного определения микроскопической волновой функции (1). Следовательно, необходимо определить множество неприводимых представлений $(\lambda\mu)$ группы $SU(3)$.

Начнем с анализа континуума состояний α-частица + кор ядра. Асимптотическое состояние α-частицы характеризуется спином $S = 0$, изоспином $T = 0$, угловым моментом L, полным спином $J = L$ и схемой Юнга $[f]$, являющейся произведением α-частичной схемы Юнга $[4]$ и схемы Юнга кора ядра $[f_c] = [4^{(A-1)/4}]$:

$$[f] = [f_c]\times[4] = [4^{(A-1)/4}]\times[4] = [4^{A/4}]. \qquad (7)$$

Символ Эллиотта $(\lambda\mu)$ в данном случае неопределен. Разложение двухчастичной волновой функции относительного движения непрерывного спектра $\varphi_E^L(\rho)$ в ряд по гармоническим осцилляторным функциям $\varphi_{nL}(\rho)$ имеет вид:

$$\varphi_E^L(\rho) = \sum_n^{\infty} C_n^L(E)\varphi_{nL}(\rho). \qquad (8)$$

Как показано в [24] это разложение сходится, но не нормировано. В результате возникает бесконечное число символов Эллиотта $(n0)$, характеризующих волновую функцию относительного движения. Таким образом, полное число символов Эллиотта, характеризующих компоненты двухтельной волновой функции непрерывного спектра A-нуклонной системы, представляет собой произведение

$$(\lambda\mu) = (\lambda_c\mu_c)\times(n0). \qquad (9)$$

После этой процедуры становится ясным метод создания базиса квазисвязанных состояний, которые сильно связаны с упругим α-частичным каналом. Основное требование к таким состояниям: они должны характеризоваться квантовыми числами, совпадающими с квантовыми числами произвольной компоненты разложения в ряд A-нуклонной волновой функции непрерывного спектра. Однако, чтобы построить этот базис, необходимо решить несколько проблем. Дело в том, что принцип Паули определяет правила отбора для базисных волновых функций. В частности, он устанавливает нижний предел числа n, так как антисимметризатор $\hat{A}$ уничтожает компоненты, у которых главное осцилляторное квантовое число меньше определенного значения. Иначе говоря, не все слагаемые с символами Эллиотта $(\lambda\mu)$ «выживают» при действии антисимметризатора. С другой стороны, некоторые неприводимые представления группы $SU(3)$ содержатся много раз в волновых функциях с перестановочной симметрией $[f]$. Установить эти правила отбора и сформировать список разрешенных слагаемых — основная задача данной части исследования.

Для анализа правил отбора будем использовать оболочечную модель ядра. В этом случае волновая функция (1) записывается в виде:

$$\Psi_A^{sh} = \Phi_{000}(R)\Psi_A, \qquad (10)$$

где первый множитель $\Phi_{000}(R)$ в правой части уравнения (10) — волновая функция нулевых колебаний центра масс ядра, а волновая функция Ψ_A представляется в виде суперпозиции волновых функций оболочечной модели. В самом простом случае эта суперпозиция сводится к одному слагаемому (см. [25]). Очевидно, что свойства симметрии волновых функций в правой и левой частях выражения (10) одни и те же. Это дает возможность использовать для классификации состояний хорошо развитые методы оболочечной модели гармонического осциллятора [8].

Ограничения на значения главных квантовых чисел осцилляторных функций n хорошо известны [21, 8]. Для $2s-1d$-ядер имеет место соотношение $n \geq 8$. Если это значение не так велико (общее число дырок в главных осцилляторных оболочках мало), нетрудно получить для любых ядер набор символов Эллиотта, разрешенных принципом Паули [8].

Проблема существования кратных неприводимых представлений более сложна [7, 8]. Первая причина этого состоит в том, что конфигурации нуклонов в ядре, фактически, определяются дополнительными квантовыми числами. Тем не менее, квантовые числа $[f],(\lambda\mu)LSTJ$ могут определять разные конфигурации в оболочечной модели — различные комбинации частиц и дырок. Естественно, при этом используется не обычная, а трансляционно-инвариантная модель оболочек [8, 26]. Некоторые состояния в обычной оболочечной модели являются ложными [7]. Однако, проблема такой неоднозначности остается и для ТИМО [8]. Эти проблемы были разрешены с использованием метода, представленного в [8]. Результаты табл. 1 показывают величины конфигурационных мультиплетов для обычной (ν_{sh}) и трансляционно−инвариантной моделей оболочек (ν_{tism}) для $2s-1d$-ядер, далеких от магических, при различных значениях n.

Таблица 1

Различные конфигурации в $2s-1d$-ядрах

n	ν_{sh}	ν_{tism}
8	1	1
9	2	1
10	5	3
11	9	4
12	17	8

Вторая причина неоднозначности состоит в том, что некоторые неприводимые представления группы $SU(3)$ содержат произведения нуклонных волновых функций, обладающих перестановочной симметрией $[f]$ [19]. К счастью, методы определения такой неоднозначности и необходимые таблицы произведений представлены в [19] (см. также [20]). Заметим, что эти таблицы, относящиеся к низшим конфигурациям $2s-1d$-ядер, помогают при рассмотрении и более высоких конфигураций. При этом математическая проблема базиса становится разрешимой. Окончательный список разрешенных символов Эллиотта для ядра ^{32}S для значений $n=8,9$ с их кратностью представлен в табл. 2.

Таблица 2

Классификация уровней низкоэнергетических α-частичных полос ядра ^{32}S

$(\lambda\mu)$	n=8	n=9	L^π	n=8	n=9
(03)	0	1	0^+	5	0
(04)	2	0	1^-	0	43
(14)	0	6	2^+	11	0
(15)	2	0	3^-	0	79
(25)	0	10	4^+	13	0
(26)	2	0	5^-	0	76
(36)	0	13	6^+	11	0
(37)	1	0	7^-	0	76
(47)	0	8	8^+	7	0
(48)	1	0	9^-	0	45
(58)	0	4			
(69)	0	1			

В заключение сосредоточим внимание не на математическом, а на физическом аспекте базиса. Формально, обсуждаемый базис бесконечен по n. Однако, из-за наличия слагаемого $n\hbar\omega$ энергия квазисвязанного состояния возрастает с ростом n. Следовательно, возрастание n приводит к увеличению энергии резонансов, и она быстро может превысить потенциальный барьер. Такие состояния обладают очень большой шириной распада и поэтому их крайне трудно обнаружить. Поэтому в данном случае мы, фактически, имеем дело с конечным числом α-состояний.

5. Спектроскопические факторы α-частичных состояний в микроскопическом подходе

Предлагаемая микроскопическая модель позволяет получить выражения для спектроскопических факторов S_α α−частиц в обсуждаемых состояниях. Величина S_α имеет вид:

$$\begin{aligned} S_\alpha &\equiv \left|\left\langle \Psi_A \mid \Psi_c \varphi_{(n0)}(\rho)\Psi_\alpha \right\rangle\right|^2 = \\ &= \left|\left\langle [f_A]\delta_A(\lambda_A\mu_A) \mid [f_c]\delta_c(\lambda_c\mu_c)[4](n0)\right\rangle \times \right. \\ &\times \left.\left\langle (\lambda_A\mu_A)\omega_A L \mid (\lambda_c\mu_c)\omega_c 0(n0)L \right\rangle\right|^2 , \end{aligned} \tag{11}$$

где Ψ_A — резонансная волновая функция; Ψ_c — волновая функция ядерного кора в основном состоянии. Последний множитель в (2) — скалярный фактор коэффициента Клебша−Гордана группы $SU(3)$ [8]. Он аналогичен скалярному фактору цепи редукций групп более высокого ранга [27]. Отметим, что этот фактор зависит от квантовых чисел δ_A. Если выбор этих величин неоднозначен, то имеет место вырождение при выбранном гамильтониане. В реальной ядерной системе это вырождение снимается остаточным взаимодействием в гамильтониане (3) и квантовые числа δ_A зависят от этого неизвестного потенциала.

В случае кратных невырожденных представлений в модели определено правило сумм:

$$W_\alpha \equiv \sum_{\delta_A} S_\alpha(\delta_A) = \left|\langle(\lambda_A\mu_A)\Omega_A L \,|\, (\lambda_c\mu_c)\Omega_c 0(n0)L\rangle\right|^2 . \tag{12}$$

Заметим, что эти суммы равны единице в случае полос с $n = 8, 9$ состояний α + магический кор ядра. К сожалению, информация о приведенных ширинах и, следовательно, о спектроскопических факторах α −частичных состояний других ядер в современной литературе не представлена.

6. Моделирование спектров ядер ^{20}Ne и ^{32}S

Процедура моделирования спектров ядер включает в себя подгонку полученных данным методом теоретических значений и соответствующих экспериментальных величин. Для спектра ядра ^{32}S она заключается в следующем.

Во-первых, был проанализирован экспериментальный спектр ядра ^{20}Ne. Каждая его полоса оказалась связанной с определенным значением квантового числа n. Отметим, что уровни полосы с $n = 10$ — триплетные, так что теоретические величины дают положение их центроидов. Развитая в настоящей работе модель также приводит к линейным полосам. Наклон каждой полосы определяется параметрами b_1 и b_4, задающими основные свойства полос и устанавливающими их отличие друг от друга. К сожалению, невозможно строго зафиксировать значения параметров b_2 и b_3, так как уравнения, возникающие при подгонке данных по полосам, фактически, являются линейными. Следовательно, один из этих параметров может быть выбран произвольно.

Во-вторых, был исследован спектр ядра ^{32}S. Для символа Эллиотта $(\lambda_c\mu_c)$ кора ядра ^{28}Si было выбрано значение $(\lambda_c\mu_c) = (0,12)$. Следствием этого выбора стал набор символов Эллиотта α -частичных состояний ядра ^{32}S и их специфические свойства. В этом случае значения $\lambda - \mu$ равны −4, −3, −2 для $n = 8, 9, 10$ соответственно. В результате, собственные значения оператора Казимира $\hat{g}_3$ при $n = 9$ будут равны нулю и положение состояний нечетной четности не зависит от параметра b_3. Это позволяет сделать процедуру подгонки спектров более простой.

Величины параметров b_i, полученные из анализа спектра ^{20}Ne, использовались в качестве начальных значений при подгонке спектра ^{32}S. При этом вышеупомянутое свойство параметра b_2 позволило задать его значение. Результатом подгонки спектра ^{32}S стало достаточно хорошее соответствие экспериментальных и теоретических величин. Это позволяет сделать вывод, что предложенная модель воспроизводит основные свойства спектров. С другой стороны, отметим и некоторые проблемы. Так, из результатов табл. 2 можно сделать вывод, что число полученных уровней нечетной четности намного больше количества измеренных в эксперименте. Это различие может быть результатом недостаточного энергетического разрешения эксперимента (в обсуждаемом эксперименте оно не превышает 15 кэВ) или результатом малости приведенных ширин большинства таких состояний. Кроме того, в эксперименте не удается определить часть уровней положительной четности. Следовательно, необходимо проводить дальнейшие экспериментальные исследования в этой области.

7. Результаты и выводы

В заключение приведем основные результаты и выводы данной работы.

1. Для описания α -частичных состояний легких ядер предложена новая микроскопическая модель. Модель является теоретически обоснованной, при ее использовании доказано сохранение набора наблюдаемых величин, свойственных α -частичным системам.

2. Гамильтониан модели удобен для получения α -частичных спектров легких ядер, так как он выражается через операторы Казимира группы $SU(3)$ и соответствующих подгрупп. Это обеспечивает простоту гамильтониана и наличие только малого числа параметров и позволяет изучать закономерности в α -частичных спектрах легких ядер.

3. Гамильтониан является микроскопическим, так как он записан через нуклонные переменные. Это позволяет исследовать многие микроскопические характеристики обсуждаемых состояний, такие как приведенные ширины, вероятности γ-переходов и т. д. С другой стороны, это дает возможность в дальнейшем установить связь между этим гамильтонианом и гамильтонианом с более реалистичными ядерными силами.

4. Одной из важных составляющих модели является метод построения базиса α-частичных состояний. Он позволяет определить и количество таких состояний. Использование этой модели для анализа спектра ядра ^{32}S выявляет много интересных его свойств, которые оказываются общими для всех α-частичных состояний в $2s-1d$-ядрах.

5. Модель может быть использована не только в обсуждаемой области, но при анализе других ядерных спектров. В будущем желательно сравнить параметры b_i, параметры α-частичных спектров и спектров других состояний для $2s-1d$- и соседних ядер.

6. Моделирование спектров α-частичных состояний в ядрах ^{20}Ne и ^{32}S демонстрирует хорошие потенциальные возможности предлагаемой модели в описании характеристик различных видов спектров.

7. Принципиально важным для продолжения теоретических исследований является дальнейшее накопление экспериментальных данных, касающихся α-частичных уровней в спектрах ядер, и, в особенности, определение их приведенных ширин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gol'dberg V.Z., Dukhanov V.I., Pakhomov A.E. et al.* High lying α-cluster states in the light nuclei ^{16}O, ^{20}Ne, ^{22}Ne and ^{24}Mg // ЯФ. — 1997. — Т. 60. № 7. — С. 1186—1193.

2. *Merchant A.C.* Alpha particle cluster states in fp-shell nuclei // Phys. Rev. — 1987. — V. C36. — P. 778–791.

3. *Kurgalin S.D., Tchuvil'sky Yu. M.* Microscopic $SU(3)$ model of α-partical states in $2s1d$ nuclei / Journal of Physics G: Nucl. Part. Phys. — 1999. — V. 25. — P. 929—931.

4. *Артемов К.П., Бреннер М., Головков М.С. и др.* Функция возбуждения упругого рассеяния α-частиц на ^{28}Si и α-кластерная структура ядра ^{31}Si // ЯФ. — 1992. — Т. 55. Вып. 4. С. 884—889.

5. *Артемов К.П., Головков М.С., Панкратов В.В., Рудаков В.П.* О «лишнем» уровне в ядре ^{20}Ne // ЯФ. — 1999. — Т. 62. № 7. С. 1227—1230.

6. *Артемов К.П., Головков М.С., Панкратов В.В., Рудаков В.П.* α-кластерная структура ядра ^{36}Ar // ЯФ. — 1998. — Т. 61. № 1. С. 13—16.

7. *Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф.* Нуклонные ассоциации в легких ядрах. — М.: Наука, 1969. — 414 с.

8. Нуклонные ассоциации в атомных ядрах и ядерные реакции многонуклонных передач / Немец О.Ф., Неудачин В.Г., Рудчик А.Т., Смирнов Ю.Ф., Чувильский Ю.М.; Отв.ред. Г.Ф.Филиппов.– Киев: Наукова думка, 1988. — 488 с.

9. *Вильдермут К., Тан Я.* Единая теория ядра: Пер. с англ. — М.: Мир, 1980. — 504 с.

10. *Matsuse T., Kamimura M.* A study of α-widths of ^{28}Ne based on ^{16}O and α-cluster model // Progr. Theor. Phys. — 1973. — V. 49. № 5. — P. 1765—1767.

11. *Brenner M. et.al.* // Proc. 2nd Latinoamerican Conf. on Nucl. and Heavy Ion Phys. Caracas, Sept. 1—5, 1997.

12. *Abegg R., Davis C.A.* ^{24}Mg states observed via $^{20}Ne(\alpha,\alpha_0)^{28}Ne$ // Phys. Rev. — 1991. — V. C43. — P. 2523—2540.

13. *Abbondanno U., Datta S., Cindro N., Basrak Z., Vannini G.* Potential-well approach to the analysis of $^{12}C+^{16}O$ and $^{16}O+^{16}O$ resonances // J. Phys. — 1989. — V. G15. — P. 1845—1854.

14. *Abbondanno U., Bethge K., Cindro N., Greiner W.* A unified quasi-molecular picture of $\alpha+{}^{12}C$, $\alpha+{}^{26}O$ and heavy-ion resonances // Phys. Lett. — 1990. — V. B249. — P. 396—401.

15. *Ludu A., Sandulescu A., Greiner W.* Quasimolecular resonances in the alpha $+^{26}Ne$ system // J. Phys. — 1995. — V. G21. — P. 1715—1730.

16. *Cseh J., Scheid W.* On the relation between cluster and superdeformed states of light nuclei // J. Phys. G. — 1992. — V. 18. P. 1419—1429.

17. *Cseh J., Levai G., Algora A., Hess P.O., Kato K.* The semimicroscopic algebraic cluster model: I. Basic concepts and relations to other models // New ideas on clustering in nuclear and atomic physics. Ed. by N. Cindto and W. Scheid. Proc. of the 174. WE-Heraeus-seminar. Rauischholzhausen (Germany), 9—13 June 1997. — P. 921—926.

18. *Levai G., Cseh J., Van Isacker P., Scheid W.* The semimicroscopic algebraic cluster model: II. Detailed analysis. // New ideas on clustering in nuclear and atomic physics. Ed. by N. Cindto and W. Scheid. Proc. of the 174. WE-Heraeus-seminar. Rauischholzhausen (Germany), 9—13 June 1997. — P. 927—933.

19. Elliott J.P. Collective motion in the nuclear shell model. Classification schemes for states of mixed configurations.// Proc.Roy.Soc., London.– 1958.– V. A245. N 1240.– P.128–145.

20. *Harvey M.* The nuclear SU_3 model // Adv. Nucl. Phys. — 1968. — V. 1. — P. 67—182.

21. *Филиппов Г.Ф., Овчаренко В.И., Смирнов Ю.Ф.* Микроскопическая теория коллективных возбуждений атомных ядер. Киев: Наукова думка, 1981. — 368 с.

22. *Ванагас В.В.* Алгебраические основы микроскопической теории ядра. М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. лит., 1988. — 364 с.

23. *Eramzhyan R.A., Ryzhikh G.G., Tchuvil'sky Yu.M.* Antisimmetrization in the Multicluster Dynamic Model of Nuclei and the Nucleon Exchange Effects. // Preprint of Cyclotron Institute Texas University, Texas, USA. — 1997. — № 97-02.

24. *Yamani H.A., Fishman L.* J-matrix method: Extensions to arbitrary angular momentum and to Coulomb scattering // Journal of mathematical physics. — 1975. — V. 16. № 2. — P. 410—420.

25. *Elliott J.P., Skyrme T.H.R.* Centre-of-mass effects in the nuclear shell model // Proc. Roy. Soc. — 1955. — V. A232. — P. 561—566.

26. *Kurdiumov I.V., Smirnov Yu.F., Shitikova K.V., El-Samarai S.H.* Translationally invariant shell model // Nucl. Phys. — 1970. — V. A145. — P. 593—612.

27. *Obukhovsky I.T., Smirnov Yu.F., Tchuvil'sky Yu.M.* On the construction of wave-functions in the six-quark system // J. Phys. — 1982. — V. A15. — P. 7—23.