УДК 539.173

МЕХАНИЗМЫ ДВОЙНОГО И ТРОЙНОГО ДЕЛЕНИЯ ЯДЕР

© 2003 С. Г. Кадменский

Воронежский государственный университет

В рамках квантовомеханической теории деления построены волновые функции фрагментов двойного деления ядер и амплитуды парциальных делительных ширин с учетом сильной несферичности потенциалов взаимодействия фрагментов. Показано, что приближение сильной связи приводит к механизму ориентации осей симметрии фрагментов деления по оси симметрии делящегося ядра. Проанализирована структура потенциалов взаимодействия фрагментов и обоснован механизм выстраивания спинов и относительных орбитальных моментов фрагментов деления, объясняющий появление в эксперименте больших значений спинов фрагментов. Полученные механизмы обобщены на случай тройного деления ядер. Исследованы потенциалы взаимодействия и волновые функции осколков, а также парциальные делительные ширины тройного деления ядер.

1. Введение

В работах [1, 2] была развита квантовомеханическая теория спонтанного и вынужденного низкоэнергетического деления ядер, которая трактует деление как распад квазистационарного состояния делящегося ядра в рамках стационарного формализма теории ядерных реакций [3], единой теории ядра [4] и теории открытых Ферми-систем [5], успешно опробированного при описании протонного [6—7], альфа- [8] и кластерного [9] распадов ядер. Эта теория деления базируется на концепции переходных делительных состояний О. Бора [10] и применении адиабатического приближения [6, 1—2] для состояний уже разделившегося ядра. В этой теории естественным образом вводятся амплитуды парциальных делительных ширин и делительные фазы, зависящие от спинов, относительных орбитальных моментов и внутренних состояний осколков деления при строгом учете закона сохранения полного спина делящегося ядра.

В рамках развитой теории двойного деления проанализированы угловые распределения фрагментов низкоэнергетического фотоделения и обнаружены отклонения указанных распределений от распределений, предсказываемых формулой О. Бора [10]. Этот результат позволил обосновать [11] появление больших значений относительных орбитальных моментов и спинов фрагментов деления, наблюдаемых в эксперименте [12]. В работах [13—14] на основе теории тройного деления [2] при использовании экспериментальных данных по двойному делению ряда ядер были сделаны предсказания значений P-четных и P-нечетных асимметрий в угловых распределениях третьей частицы, вылетающей при тройном делении тех же ядер в реакциях (n, f) на поляризованных холодных нейтронах. В работе [15] была проанализирована структура потенциала взаимодействия третьей частицы и фрагментов деления, появляющихся при тройном делении ядер, и проведено исследование угловых распределений третьей частицы относительно направления вылета легкого фрагмента деления.При использовании приближения сильной связи [10] и факта достаточно хорошей экспериментальной реализации формулы О. Бора для угловых распределений фрагментов двойного деления ядер [10] с учетом квантово-механического принципа неопределенности для орбитальных моментов и углов вылета частиц в развиваемой теории деления [1,2] удалось придти к представлениям о том, что оси симметрии фрагментов деления совпадают по направлению с осью симметрии делящегося ядра, и что вылет фрагментов деления происходит преимущественно вдоль или против направления оси симметрии делящегося ядра.В настоящей работе будет проведен анализ волновых функций осколков двойного и тройного деления ядер при последовательном учете сильной несферичности потенциалов взаимодействия указанных осколков с целью доказательства справедливости сформулированных выше представлений и введения механизма «ориентационной накачки» больших значений относительных орбитальных моментов и спинов фрагментов деления.

2. Волновая функция делящегося ядра в асимптотической области двойного деления

Рассмотрим случай двойного деления аксиально-симметричного ядра, которое при его равновесных деформациях описывается волновой функцией $\Psi^{J\pi M}_{\sigma K}$, где J — спин ядра, M и K — соответственно проекции спина на ось Z л.с.к. и на ось симметрии указанного ядра, совпадающую с осью Z' внутренней системы координат (в.с.к.), π — четность, σ — прочие квантовые числа, включающие атомный вес A и заряд Z ядра. Асимптотика указанной волновой функции в окрестности точки разрыва ядра на фрагменты деления представляется в виде [13—14]:

$$\Psi^{J\pi M}_{\sigma K} \to \sum_{tq} b^{J\pi}_{t\sigma K} c^{J\pi}_{qtK} \Psi^{J\pi M}_{qK}\ , \tag{1}$$

где $b^{J\pi}_{t\sigma K}$ — амплитуда перехода волновой функции $\Psi^{J\pi M}_{\sigma K}$ в процессе эволюции делящегося ядра, связанной с изменением параметров его деформации, в волновую функцию $\Psi^{J\pi M}_{tK}$ переходного делительного состояния, определяемого в седловой точке потенциала деформации делящегося ядра [10], а $c^{J\pi}_{qtK}$ — амплитуда перехода переходного делительного состояния tK в моду деления qK, определяемую в окрестности точки разрыва ядра на фрагменты деления [16] и характеризуемую волновой функцией $\Psi^{J\pi M}_{qK}$. Поскольку для асимметричного по зарядам и массам образующихся фрагментов деления соответствующая мода деления связана с аксиально-симметричной грушевидной формой делящегося ядра при конечных значениях статических параметров октупольной деформации, волновую функцию $\Psi^{J\pi M}_{qK}$ можно представить как [10]

$$\Psi^{J\pi M}_{qK} = \sqrt{\frac{2J+1}{16\pi^2}}\Big[(1-\delta_{K,0})\ \{D^J_{MK}(\omega)\chi^\pi_{qK}(\xi) + \\ +(-1)^{J+K} D^J_{M-K}(\omega)\chi^\pi_{q\overline{K}}(\xi)\} + \delta_{K,0}\sqrt{2}D^J_{M0}(\omega)\chi^\pi_{qn}(\xi)\Big], \tag{2}$$

где $D^J_{MK}(\omega)$ — обобщенная сферическая функция, зависящая от углов Эйлера $(\alpha,\beta,\gamma)\equiv\omega$, характеризующих ориентацию осей делящегося ядра по отношению к осям л.с.к.. Внутренние функции делящегося ядра $\chi^\pi_{qn}(\xi)$ для $K=0$ и $\chi^\pi_{qK}(\xi)$ для $K\neq 0$, зависящие от внутренних координат ядра ξ, имеют структуру вида

$$\chi^\pi_{qn}(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{qn}(\xi) + \pi\hat{p}\psi_{qn}(\xi))\ i^{\frac{(1-\pi)}{2}}; \\ \chi^\pi_{qK}(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{qK}(\xi) + \pi\hat{p}\psi_{qK}(\xi))\ i^{\frac{(1-\pi)}{2}}, \tag{3}$$

где $\hat{p}$ – оператор отражения пространственных координат, а функции $\psi_{qn}(\xi)$ и $\psi_{qK}(\xi)$ не обладают определенной четностью и соответствуют грушевидной форме делящегося ядра. Функция $\chi_{q\overline{K}}(\xi) = \tau\chi_{qK}(\xi)$, где τ — оператор обращения времени, а функция $\chi_{qn}(\xi)$ является собственной функцией оператора τ с собственным значением $n=(-1)^J$ [10].

Волновая функция моды деления $\Psi^{J\pi M}_{qK}$ (2) после разрыва делящегося ядра и формирования фрагментов двойного деления переходит в функцию $\left(\Psi^{J\pi M}_{qK}\right)^{\text{as}}$, которая при использовании методов единой теории ядра [4] и теории открытых Ферми-систем [5] представляется в виде

$$\left(\Psi^{J\pi M}_{qK}\right)^{\text{as}} = \\ = \left\langle G^{J\pi M}(x,R;x',R')\middle|\hat{Q}(H-E)\hat{P}\middle|\Psi^{J\pi M}_{qK}(x',R')\right\rangle, \tag{4}$$

где R — модуль радиус-вектора $\mathbf{R}=\mathbf{R}_1-\mathbf{R}_2$, характеризующего относительное движение фрагментов деления, причем $\mathbf{R}_i$ — координата центра тяжести i-го фрагмента $(i=1,2;\ A_1\le A_2)$; x — полный набор координат делящегося ядра за исключением координаты R. В формуле (4) фигурирует расходящаяся функция Грина $G^{J\pi M}(x,R;x',R')$, являющаяся решением уравнения:

$$\hat{Q}(H-E)\hat{Q}G^{J\pi M}(x,R;x',R') = \delta(x-x')\delta(R-R'), \tag{5}$$

где H и E — полный гамильтониан и энергия делящегося ядра, проекционный оператор $\hat{Q}$ имеет вид $\hat{Q}=1-\hat{P}$, а оператор $\hat{P}$ определяется как $\hat{P}=\sum_s\left|\Psi^{J\pi M}_s\right\rangle\left\langle\Psi^{J\pi M}_s\right|$, где функции $\Psi^{J\pi M}_s$ образуют полный ортонормированный базис многочастичных оболочечных функций, участвующих в формировании стационарных и квазистационарных состояний делящегося ядра, включая и исследуемое состояние $\sigma\pi JMK$, в области конфигурационного пространства координат (x,R), называемой оболочечной, где делящееся ядро имеет компактную форму и еще не перешло в делительные каналы.

Если воспользоваться методом ортогонального проектирования [17], то операторы $\hat{Q}(H-E)\hat{P}$ и $\hat{Q}(H-E)\hat{Q}$, входящие в формулы (4) и (5), можно заменить соответственно на оператор H и на оператор $(\tilde{H}-E)$, где $\tilde{H} = H_0 + \tilde{V}$, $\tilde{V} = V + \chi\hat{P}$, причем V — потенциал взаимодействия фрагментов деления, H_0 — гамильтониан невзаимодействующих фрагментов, а величина $\chi \to +\infty$. В этом случае можно ввести полный ортонормированный базис собственных функций $\Psi_a^{J\pi M\pm}(x,R)$ гамильтониана $\tilde{H}$ с непрерывными энергиями E_a:

$$(\tilde{H} - E_a)\Psi_a^{J\pi M\pm}(x,R) = 0 \qquad (6)$$

и представить решение уравнения (5) в виде [3]:

$$G^{J\pi M}(x,R;x',R') = \\ = \sum_a \int \frac{dn_a}{dE_a} dE_a \frac{\Psi_a^{J\pi M+}(x,R)\Psi_a^{*J\pi M-}(x',R')}{E_a - E + i\delta}, \qquad (7)$$

где добавка $(+i\delta)$ в знаменателях (7) приводит к появлению в асимптотике функции Грина (7) только расходящихся сферических волн, а интегрирование по dE_a проводится с учетом энергетической плотности dn_a/dE_a состояний a. Действие оператора $\chi\hat{P}$ в уравнении (6) приводит к тому, что волновые функции $\Psi_a^{J\pi M\pm}$ ортогональны функциям делительной моды $\Psi_{qK}^{J\pi M}$ и затухают при переходе в оболочечную область делящегося ядра. Эти функции описывают потенциальное рассеяние фрагментов деления друг на друге, при котором могут проявиться только «квази-молекулярные» оптические резонансы, но не возникают многочастичные резонансы, соответствующие состояниям ядра в оболочечной области. Решение уравнения (6), в свою очередь, можно представить в виде [3]:

$$\Psi_a^{J\pi M\pm}(x,R) = \varphi_a^{J\pi M}(x,R) + \\ + \sum_b \int dE_b \frac{dn_b}{dE_b} \frac{\varphi_b^{J\pi M}(x,R)\left\langle \varphi_b^{*J\pi M}(x',R') \right| T^{\pm} \left| \varphi_a^{J\pi M}(x',R') \right\rangle}{E_b - E_a \pm i\delta}, \qquad (8)$$

где $\varphi_a^{J\pi M}(x,R)$ — собственная функция невозмущенного уравнения Шредингера $(H_0 - E_a)\varphi_a^{J\pi M}(x,R) = 0$, а величина $T^{\pm}$ обозначает T-матрицу, удовлетворяющую уравнению:

$$T^{\pm} = \tilde{V} + \tilde{V}\frac{1}{E_a - H_0 \pm i\delta}T. \qquad (9)$$

Следуя методике работы [3], сначала построим волновую функцию $\varphi_a(x,R)$, не имеющую фиксированного значения полного спина J и нормированную на δ-функцию по энергии, в форме:

$$\varphi_a(x,R) \equiv \varphi_{\mathbf{k}_c c\beta M_F}(x,R) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\sqrt{\frac{k_c M_c}{\hbar^2}} e^{i\mathbf{k}_c\mathbf{R}} U_{c\beta M_F}, \qquad (10)$$

где $\mathbf{k}_c$ — волновой вектор относительного движения фрагментов деления в канале $c \equiv \sigma_1\pi_1K_1\sigma_2\pi_2K_2$, причем $k_c = \sqrt{\frac{2M_cQ_c}{\hbar^2}}$, $\upsilon_c = \frac{\hbar k_c}{M_c}$, Q_c и M_c — энергия и приведенная масса фрагментов; $\beta \equiv J_1J_2F$, а $U_{c\beta M_F}$ — функция спина канала, имеющая вид

$$U_{c\beta M_F} = \left\{ \Psi_{\sigma_1K_1}^{J_1\pi_1M_1}(\omega_1,\xi_1)\Psi_{\sigma_2K_2}^{J_2\pi_2M_2}(\omega_2,\xi_2) \right\}_{FM_F}. \qquad (11)$$

В формуле (11) $\Psi_{\sigma_iK_i}^{J_i\pi_iM_i}(\omega_i,\xi_i)$ — волновая функция i-го аксиально-симметричного фрагмента деления, не имеющего статических нечетных, включая и октупольные, деформаций и описываемая [10] формулой (4) при замене индексов $Jq\pi K\omega\xi$ на индексы $J_i\sigma_i\pi_iK_i\omega_i\xi_i$ и внутренних волновых функций χ_{qK}^{π}, $\chi_{q\overline{K}}^{\pi}$ и χ_{qn}^{π} на соответствующие внутренние функции фрагментов деления $\chi_{\sigma_iK_i}^{\pi_i}$, $\chi_{\sigma_i\overline{K_i}}^{\pi_i}$ и $\chi_{\sigma_in_i}^{\pi_i}$.

Разлагая экспоненту $e^{i\mathbf{k}_c\mathbf{R}}$ в ряд по шаровым функциям, функцию (10) можно представить в виде

$$\varphi_{\mathbf{k}_c c\beta M_F} = \\ = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{\frac{k_cM_c}{\hbar^2}}\sum_L i^L Y_{LM_L}^{*}(\Omega_{\mathbf{k}_c})Y_{LM_L}(\Omega_{\mathbf{R}})j_L(k_cR)U_{c\beta M_F}, \qquad (12)$$

где $j_L(k_cR)$ — сферическая функция Бесселя, а телесный угол $\Omega_{\mathbf{R}} \equiv \theta_{\mathbf{R}},\varphi_{\mathbf{R}}$ определяет направление радиус-вектора $\mathbf{R}$ в л.с.к.

Тогда, подставляя (12) в (8), проводя интегрирование по $dE_bd\Omega_{\mathbf{k}_b}$ с учетом того, что $\frac{dn_b}{dE_b} = M_bk_bd\Omega_{\mathbf{k}_b}$, и используя технику работы

[3], можно получить функцию $\Psi_{a}^{J\pi M\pm}(x,R)$, обладающую определенным спином и нормированную на δ-функцию по энергии:

$$\Psi_{\alpha}^{J\pi M\pm}(x,R)=\sum_{\alpha'}U_{\alpha'}^{J\pi M}(x)\frac{f_{\alpha'\alpha}^{J\pi\pm}(R)}{R}, \qquad (13)$$

где каналовая функция $U_{\alpha}^{J\pi M}(x)$ с определенным полным спином J фрагментов деления имеет вид

$$U_{\alpha}^{J\pi M}(x)=\left\{U_{c\beta M_F}i^{L}Y_{LM_L}(\Omega_{\mathbf{R}})\right\}_{JM}, \qquad (14)$$

причем $\alpha\equiv c\beta L$, а набор координат x определен как $x\equiv\omega_1\xi_1\omega_2\xi_2\Omega_{\mathbf{R}}$. Амплитуда $f_{\alpha'\alpha}^{J\pi\pm}(R)$ в (13) удовлетворяет системе связанных радиальных уравнений

$$\left(\frac{d^2}{dR^2}-\frac{L'(L'+1)}{R^2}+k_{c'}^2\right)f_{\alpha'\alpha}^{J\pi\pm}(R)-$$
$$-\frac{2M_c'}{\hbar^2}\sum_{\alpha''}\tilde{V}_{\alpha'\alpha''}^{J\pi M}(R)f_{\alpha''\alpha}^{J\pi\pm}(R)=0, \qquad (15)$$

$$\tilde{V}_{\alpha'\alpha''}^{J\pi M}(R)=\left\langle U_{\alpha'}^{J\pi M}\left|\tilde{V}\right|U_{\alpha''}^{J\pi M}\right\rangle, \qquad (16)$$

с граничными условиями: $f_{\alpha'\alpha}^{J\pi\pm}(R)\to 0$ при $R\to 0$ и

$$f_{\alpha'\alpha}^{J\pi\pm}(R)\to\mp\frac{1}{2i}\sqrt{\frac{2}{\pi\hbar\upsilon_c}}\left\{e^{\mp i\left(k_cR-\frac{L\pi}{2}\right)}\delta_{\alpha'\alpha}\mp S_{\alpha'\alpha}^{J\pi\pm}e^{\pm i\left(k_{c'}R-\frac{L'\pi}{2}\right)}\right\} \qquad (17)$$

при $R\to\infty$. В формуле (17) $S_{\alpha'\alpha}^{J\pi\pm}$ — матричный элемент S-матрицы, описывающей рассеяние фрагментов деления друг на друге и связанной с оператором $T^{\pm}$ (9) соотношением [3]:

$$S_{\alpha'\alpha}^{J\pi\pm}=\delta_{\alpha'\alpha}\mp 2\pi i\left\langle\tilde{j}_{L'}(k_{c'}R)U_{\alpha'}^{J\pi M}\left|T^{\pm}\right|\tilde{j}_{L}(k_cR)U_{\alpha}^{J\pi M}\right\rangle, \qquad (18)$$

где $\tilde{j}_L(k_cR)=\sqrt{\frac{2k_cM_c}{\pi\hbar^2}}j_L(k_cR)$. Подставляя волновую функцию (13) в формулу (7) и проводя интегрирование по энергии E_a, можно найти функцию Грина $G^{J\pi M}(x,R;x',R')$ в асимптотической области $R\to\infty$:

$$G^{J\pi M}(x,R;x',R')=$$
$$=\sum_{\alpha}U_{\alpha}^{J\pi M}(x)\sqrt{\frac{M_c}{\hbar^2k_c}}\frac{e^{i\left(k_cR-\frac{L\pi}{2}\right)}}{R}\sum_{\alpha'}\left\langle U_{\alpha'}^{J\pi M}(x')\frac{\tilde{f}_{\alpha'\alpha}^{J\pi -}(R')}{R'}\right|. \qquad (19)$$

Тогда волновая функция $(\Psi_{qK}^{J\pi M})^{\text{as}}$ (4) представляется при $R\to\infty$ в виде:

$$\left(\Psi_{qK}^{J\pi M}\right)^{\text{as}}\to\sum_{\alpha}U_{\alpha}^{J\pi M}\frac{e^{i\left(k_cR-\frac{L\pi}{2}\right)}}{R}\sqrt{\frac{\Gamma_{qK\alpha}^{J\pi}}{\hbar\upsilon_c}}, \qquad (20)$$

где амплитуда парциальной делительной ширины $\sqrt{\Gamma_{qK\alpha}^{J\pi}}$ определяется как

$$\sqrt{\Gamma_{qK\alpha}^{J\pi}}=\sqrt{2\pi}\sum_{\alpha'}\left\langle U_{\alpha'}^{J\pi M}\frac{\tilde{f}_{\alpha'\alpha}^{J\pi -}(R)}{R}\left|H\right|\Psi_{qK}^{J\pi M}\right\rangle. \qquad (21)$$

Формула (21) более корректно учитывает характер взаимодействия фрагментов деления, нежели аналогичная формула для амплитуды парциальной ширины $\sqrt{\Gamma_{qK\alpha}^{J\pi}}$, использованная в работе [1].

3. Механизм выстраивания осей симметрии фрагментов деления по оси симметрии делящегося ядра

Для понимания связи ориентаций осей симметрии аксиально-симметричных фрагментов деления с ориентацией оси симметрии аксиально-симметричного делящегося ядра воспользуемся методом, предложенным в работе [1].

Структура формулы (21), определяющей амплитуду парциальной делительной ширины, приводит к серьезной трудности. В этой формуле фигурирует интеграл по всему набору $(3A-3)$ координат делящегося ядра (ω,ξ), от которых зависит волновая функция $\Psi_{qK}^{J\pi M}(\omega,\xi)$, но входящая в этот интеграл функция $U_{\alpha'}^{J\pi M}\frac{\tilde{f}_{\alpha'\alpha}^{J\pi -}(R)}{R}$, соответствующая уже сформированным фрагментам деления, зависит от набора $(3A-3)$ координат $\omega_1,\xi_1,\omega_2,\xi_2,\mathbf{R}$, которые не включают в себя координату ω. Для преодоления этой трудности можно осуществить переход функций $D_{M_1K_1}^{J_1}(\omega_1)$, $D_{M_2K_2}^{J_2}(\omega_2)$, которые входят в волновые функции фрагментов деления $\Psi_{\sigma_1K_1}^{J_1\pi_1M_1}$, $\Psi_{\sigma_2K_2}^{J_2\pi_2M_2}$, во в.с.к. делящегося ядра, используя преобразование Вигнера:

$$D_{M_iK_i}^{J_i}(\omega_i)=\sum_{K_i'}D_{M_iK_i'}^{J_i}(\omega)D_{K_i'K_i}^{J_i}(\omega_i'), \qquad (22)$$

где ω_i' — углы Эйлера, определяющие ориентацию осей симметрии i-го фрагмента по отношению к осям симметрии делящегося ядра. Подставляя формулу (22) в каналовую функцию $U_{\alpha}^{J\pi M}$ (14) и умножая ее на непрерывную функцию $\varphi(\omega_{21})$, зависящую от углов Эйлера ω_{21} второго фрагмента по отношению к осям симметрии первого фрагмента и обладающую свойством $\varphi(0)=1$, можно получить новую каналовую функцию $U_{\alpha}^{J\pi M}(x_1)$, которая при умножении на функцию $\frac{\tilde{f}_{\alpha'\alpha}^{J\pi-}(R)}{R}$ становится зависящей от набора координат $x_1, R \equiv \omega, \omega_{21}, \omega_1', \omega_2', \xi_1, \xi_2, \mathbf{R}$. Имея в виду проведение интегрирования в формуле (21) по набору координат ω, ξ и допуская, что для спонтанного и низкоэнергетического деления ядер основной вклад в амплитуду парциальной ширины (22) вносят компоненты гамильтониана делящегося ядра H, диагональные по внутренним волновым функциям фрагментов деления, естественно представить набор внутренних координат ξ делящегося ядра в виде $\xi \equiv \omega_{21}, \xi_1, \xi_2, \mathbf{R}$, где координаты ξ_1 и ξ_2 соответствуют внутренним координатам фрагментов деления в каналовой функции $U_{\alpha}^{J\pi M}(x_1)$. В этом случае набор координат, от которых зависит функция $U_{\alpha'}^{J\pi M}(x_1)\frac{\tilde{f}_{\alpha'\alpha}^{J\pi-}(R)}{R}$, будет содержать по сравнению с набором координат ξ две лишние координаты ω_1' и ω_2', которые при проведении интегрирования с использованием этой функции в формуле (21) можно рассматривать как параметры, от которых зависит получаемая в этом случае амплитуда парциальной ширины $\sqrt{\Gamma_{qK\alpha}^{J\pi}(\omega_1', \omega_2')}$. Тогда при подстановке каналовых функций $U_{\alpha}^{J\pi M}(x_1)$ и амплитуд $\sqrt{\Gamma_{qK\alpha}^{J\pi}(\omega_1', \omega_2')}$ в формулу (20) получаемая функция $(\Psi_{qK}^{J\pi M}(\omega, \omega_{12}, \omega_1', \omega_2', \xi_1, \xi_2, \mathbf{R}))^{\mathrm{as}}$ станет также зависящей от двух лишних переменных ω_1', ω_2'. Для компенсации этой зависимости необходимо ввести в дополнение к интегрированию по переменным $\omega, \omega_{12}, \xi_1, \xi_2$ интегрирование по лишним координатам ω_1', ω_2' при переходе [1] от получаемой при использовании функции $(\Psi_{qK}^{J\pi M}(\omega, \omega_{12}, \omega_1', \omega_2', \xi_1, \xi_2, \mathbf{R}))^{\mathrm{as}}$ многомерной плотности потока $\mathbf{j}_{qK}^{J\pi M}(\omega, \omega_{12}, \omega_1', \omega_2', \xi_1, \xi_2, \mathbf{R})$ к наблюдаемой плотности потока фрагментов $\mathbf{j}_{qK}^{J\pi M}(\mathbf{R})$ в направлении радиус-вектора $\mathbf{R}$.

Прежде чем проводить указанное интегрирование, явно выделим входящий в амплитуду парциальной делительной ширины $\sqrt{\Gamma_{qK\alpha}^{J\pi}(\omega_1', \omega_2')}$ (21) интеграл перекрытия A_{qKc}^{π} внутренних функций фрагментов деления и делящегося ядра:

$$A_{qKc}^{\pi}(\omega, \omega_{12}, \omega_1, \omega_2, \mathbf{R}) = \\ = \int d\xi_1 d\xi_2 \chi_{\sigma_1 K_1}^{*\pi_1}(\xi_1(\omega_1)) \chi_{\sigma_2 K_2}^{*\pi_2}(\xi_2(\omega_2)) \chi_{\sigma K}^{\pi}(\xi(\omega)), \quad (23)$$

где в явном виде показана связь внутренних координат ξ_1, ξ_2, ξ с осями симметрии соответствующих ядер, обусловленная приближением сильной связи, в рамках которой строятся внутренние волновые функции аксиально-симметричных деформированных ядер в обобщенной модели ядра [10]. Если атомные веса (A_i) фрагментов деления достаточно велики $(A_i >> 1)$, то интеграл перекрытия (23) даже при наличии шейки в предразрывной конфигурации делящегося ядра с высокой степенью точности будет иметь структуру вида

$$A_{qKc}^{\pi}(\omega, \omega_{12}, \omega_1, \omega_2, \mathbf{R}) = \\ = A_{qKc}^{\pi}(\mathbf{R}) \delta^{1/2}(\omega_1') \delta^{1/2}(\omega_2') \delta^{1/2}(\omega_{12}), \quad (24)$$

где $\delta^{1/2}(x)$ — амплитуда δ-функции $\delta(x)$.

При подстановке данного интеграла перекрытия в интеграл формулы (21) амплитуда парциальной ширины $\sqrt{\Gamma_{qK\alpha}^{J\pi}(\omega_1', \omega_2')}$ представится как

$$\sqrt{\Gamma_{qK\alpha}^{J\pi}(\omega_1', \omega_2')} = \sqrt{\Gamma_{qK\alpha}^{J\pi}(0,0)} \delta^{1/2}(\omega_1') \delta^{1/2}(\omega_2'). \quad (25)$$

Наличие амплитуд δ-функций в формуле (25), позволяет проводить вычисление наблюдаемой плотности потока $\mathbf{j}_{qK}^{J\pi M}(\mathbf{R})$ в упрощенной форме при использовании модифицированных каналовых функций $U_{\alpha}^{J\pi M}(\bar{x})$ и модифицированных амплитуд парциальных ширин $\sqrt{\bar{\Gamma}_{qK\alpha}^{J\pi}}$. Функции $U_{\alpha}^{J\pi M}(\bar{x})$, зависящие от набора координат $\bar{x} \equiv (\omega, \xi_1, \xi_2, \mathbf{R})$, получаются из каналовых функций $U_{\alpha}^{J\pi M}(x)$ (14) при условии $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Амплитуды $\sqrt{\bar{\Gamma}_{qK\alpha}^{J\pi}}$ определяются формулой (21), в которой интегрирование производится по набору переменных $\omega, \omega_{12}, \xi_1, \xi_2, \mathbf{R}$, вместо каналовых функций $U_{\alpha}^{J\pi M}(x)$ (14) и волновой функции $\Psi_{qK}^{J\pi M}(\omega, \xi)$ используются модифицированные каналовые функции $U_{\alpha}^{J\pi M}(\bar{x})$ и функция $\delta^{1/2}(\omega_{12})\Psi_{qK}^{J\pi M}(\omega, \xi)$ соответственно, а гамильтониан делящегося ядра $H(\omega_1, \xi_1, \omega_2, \xi_2, \mathbf{R})$ заменяется на тот же гамильтониан при $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Радиальные функции $\tilde{f}^{J\pi-}_{\alpha'\alpha}(R)$, входящие в интеграл (21), рассчитываются теперь с помощью решения системы связанных уравнений типа (15) при замене в матричном элементе $\tilde{V}^{J\pi M}_{\alpha'\alpha''}(R)$ (16) потенциала взаимодействия фрагментов деления $V(\omega_1,\xi_1,\omega_2,\xi_2,\mathbf{R})$ на тот же потенциал при $\omega_1=\omega_2=\omega$.

Физический смысл полученного результата состоит в том, что из-за влияния приближения сильной связи [10] оси фрагментов деления ориентированы строго по оси симметрии делящегося ядра. Наличие шейки в предразрывной конфигурации делящегося ядра может дать некоторые малые отклонения углов Эйлера ω_1 и ω_2 от углов Эйлера ω, однако коэффициенты жесткости для таких отклонений при $A_1, A_2 \gg 1$ будут очень большими, что приводит к очень большим энергиям изгибных колебаний («bending»-колебаний) в предразрывной конфигурации ядра. Условие $\omega_1=\omega_2=\omega$ приводит практически к отсутствию аналогичных колебаний и в области уже сформировавшихся фрагментов деления. Поскольку в работе [1] использовалось условие $\omega_1=\omega_2=\omega$, то ее результаты остаются в силе.

4. Структура потенциала взаимодействия фрагментов двойного деления ядер

Потенциал взаимодействия фрагментов двойного деления ядер $V_c(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2)$, диагональный по индексу канала c, можно представить в виде суммы кулоновского $V_c^{\text{coul}}(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2)$ и ядерного $V_c^{\text{nuc}}(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2)$ потенциалов. В качестве ядерного потенциала $V_c^{\text{nuc}}(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2)$ можно использовать действительную часть усредненного оптического ядерного потенциала взаимодействия фрагментов деления, совпадающую, как было показано в теории открытых Ферми-систем [5], с обобщенным потенциалом Хартри–Фока. Выражение для этого потенциала было построено в работе [18] на основе теории конечных Ферми-систем [19] при выборе эффективных взаимодействий в канале частица-дырка нулевого радиуса:

$$V_c^{\text{nuc}}(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2) = A_1A_2C_0\left[\frac{F_{in}-F_{ex}}{\rho_0}\left(\int\rho_1^2(\mathbf{r})\rho_2(\mathbf{R}+\mathbf{r})d\mathbf{r} + \int\rho_1(\mathbf{r})\rho_2^2(\mathbf{R}+\mathbf{r})d\mathbf{r}\right) + F_{ex}\int\rho_1(\mathbf{r})\rho_2(\mathbf{R}+\mathbf{r})d\mathbf{r}\right], \quad (26)$$

где $C_0, F_{in}, F_{ex}, \rho_0$, — константы [19], а вектора $\mathbf{r}$, $(\mathbf{R}+\mathbf{r})$ отсчитываются от центров тяжести соответствующих фрагментов.Представляя одночастичную нуклонную плотность аксиально-симметричного деформированного фрагмента как

$$\rho_i(\mathbf{r}) = \rho_0\left[1+\exp\left(\frac{r-R_{A_i}(\mathbf{r},\omega_i)}{a}\right)\right]^{-1}, \quad (27)$$

где

$$R_{A_i}(\mathbf{r},\omega_i) = R^0_{A_i}\left[1+\beta_2^{(i)}B(\mathbf{r},\omega_i)\right], \quad (28)$$

а величина $B(\mathbf{r},\omega_i)$ определяется при использовании преобразования Вигнера из в.с.к. фрагмента в л.с.к. как

$$B(\mathbf{r},\omega_i) = Y_{20}(\theta_i) = \sum_m D^{*2}_{m0}(\omega_i)Y_{2m}(\Omega_{\mathbf{r}}), \quad (29)$$

причем θ_i — угол между вектором $\mathbf{r}$ и осью симметрии i-го фрагмента. Считая параметры деформации $\beta_2^{(i)}$ фрагментов деления достаточно малыми, разложим функции $\rho_i(\mathbf{r}), \rho_i^2(\mathbf{r})$, $\rho_i(\mathbf{R}+\mathbf{r}), \rho_i^2(\mathbf{R}+\mathbf{r})$ в ряд по этим параметрам, ограничиваясь членами первого порядка. Для иллюстрации продемонстрируем разложение для функции $\rho_i(\mathbf{R}+\mathbf{r})$:

$$\rho_i(\mathbf{R}+\mathbf{r}) = \rho_i^0(|\mathbf{R}+\mathbf{r}|) + \frac{\partial\rho_i^0(|\mathbf{R}+\mathbf{r}|)}{\partial R^0_{A_i}}R^0_{A_i}\beta_2^{(i)}B(\mathbf{R}+\mathbf{r},\omega_i) + \ldots \quad (30)$$

Для функции $Y_{2m}(\Omega_{\mathbf{R+r}})$, входящей в определение величины $B(\mathbf{R}+\mathbf{r},\omega_i)$, можно использовать формулу [20]:

$$Y_{2m}(\Omega_{\mathbf{R+r}}) = \frac{1}{|\mathbf{R}+\mathbf{r}|^2}\sum_{LM}S_LR^{2-L}r^L(-1)^LY_{LM}(\Omega_{\mathbf{r}})Y_{2-L,m-M}(\Omega_{\mathbf{R}}),$$

где $S_L = \left[\frac{(4\pi)5!}{(2L+1)(5\text{-}2L)!}\right]^{\frac{1}{2}}C^{2m}_{(2-L)L(m-M)M}$. Разлагая полученные в формулах вида (30) функции от модулей $|\mathbf{R}+\mathbf{r}|$ в ряд по шаровым функциям $Y_{l0}(\theta_{\mathbf{Rr}}) = \sum_m Y_{lm}(\Omega_{\mathbf{R}})Y^*_{lm}(\Omega_{\mathbf{r}})\sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}}$ и подставляя полученные разложения в формулу (26), потенциал $V_c^{\text{nuc}}(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2)$ можно представить как

$$V_c^{\text{nuc}}(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2) = = V_{c0}^{\text{nuc}}(R) + \sum_i V_{ci}^{\text{nuc}}(R)\beta_2^{(i)} B(\mathbf{R},\omega_i). \quad (31)$$

Кулоновский потенциал взаимодействия фрагментов деления $V_c^{\text{coul}}(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2)$ выражается формулой:

$$V_c^{\text{coul}}(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2) = Z_1 Z_2 e^2 \iint \frac{\rho_1(\mathbf{r}_1)\rho_2(\mathbf{r}_2)}{|\mathbf{R}+\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \quad (32)$$

Поскольку после разрыва делящегося ядра на фрагменты деления, выполняется условие $R > |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$, функцию $|\mathbf{R}+\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|^{-1}$ можно разложить в ряд по степеням $\frac{|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|}{R}$ с сохранением членов второго порядка малости:

$$|\mathbf{R}+\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|^{-1} = \frac{1}{R} + \frac{\mathbf{R}(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)}{R^3} + + \frac{3(\mathbf{R},\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)^2 - R^2(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)^2}{2R^5} + \ldots \quad (33)$$

Подставляя разложение (33) в формулу (31), учитывая, что плотности фрагментов обладают свойством $\rho(\mathbf{r}_i) = \rho(-\mathbf{r}_i)$, связанным с законом сохранения четности, и пользуясь разложениями вида (30), потенциал $V_c^{\text{coul}}(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2)$ можно привести к форме, аналогичной форме, полученной ранее в работе [18]:

$$V_c^{\text{coul}}(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2) = = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} + \frac{3}{5}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{R^3}\sum_{i=1}^{2}\beta_2^{(i)}(R_{A_i}^0)^2 B(\mathbf{R},\omega_i). \quad (34)$$

5. Механизм выстраивания спинов и относительных орбитальных моментов фрагментов деления

Несферическая часть потенциала взаимодействия фрагментов деления $V_c(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2)$ (31), (34) не содержит зависимости от величин $N^I(\omega_1,\omega_2) = \sum_m D_{m0}^I(\omega_1) D_{m0}^{*I}(\omega_2)$, связанных с прямым взаимодействием между собой спинов фрагментов деления. Подобные зависимости в потенциале $V_c(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2)$ возникают только в малых членах второго и более высоких порядков по параметрам деформации $\beta_2^{(i)}$. Это означает, что структура потенциала взаимодействия фрагментов деления не может приводить к появлению механизма «ориентационной накачки» спинов фрагментов деления, основанного на появлении членов, зависящих от структур вида $N^I(\omega_1,\omega_2)$ и рассмотренного в работе [21].Вся несферичность потенциала взаимодействия фрагментов деления $V_c(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2)$ обусловлена членами, линейно зависящими от величин $B(\mathbf{R},\omega_i)$, определяемых формулой (29) с заменой $\mathbf{r}$ на $\mathbf{R}$ и описывающих связь относительных угловых моментов и спинов фрагментов деления.Для понимания особенностей этой связи исследуем детальнее свойства величины $B(\mathbf{R},\omega_i)$. Эта величина не меняет проекции спина фрагмента деления на его ось симметрии, поскольку в нее входит функция Вигнера $D_{m0}^{*2}(\omega_i)$ с нулевым значением соответствующей проекции. Поскольку величина $B(\mathbf{R},\omega_i)$ из-за скалярности потенциала взаимодействия фрагментов деления $V_c(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2)$ является скаляром, то есть не меняется при переходе из одной в другую систему координат, то это величина не меняет полного спина делящейся системы. Действительно, величину $B(\mathbf{R},\omega_i)$ можно представить в форме:

$$B(\mathbf{R},\omega_i) = \sqrt{4\pi}\sum_{mJ} C_{22-mm}^{J0} Y_{2-m}(\beta_i,\alpha_i) Y_{2m}(\theta_{\mathbf{R}},\varphi_{\mathbf{R}})\delta_{J,0}, \quad (35)$$

где β_i,α_i — углы Эйлера, входящие в определение ω_i, из которой прямо следует, что полный спин J, связанный с величиной $B(\mathbf{R},\omega_i)$, равен нулю. Это означает, что несферические члены потенциала $V_c(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2)$, связанные с $B(\mathbf{R},\omega_i)$, могут изменить относительный орбитальный момент $\mathbf{L}$ фрагментов деления на величину $\Delta\mathbf{L}_i$, имеющую положительную четность, при условии, что одновременно спин i-го фрагмента $\mathbf{J}_i$ меняется на величину $\Delta\mathbf{J}_i = -\Delta\mathbf{L}_i$. При этом проекции спина $\Delta\mathbf{J}_i$ и относительного орбитального момента $\Delta\mathbf{L}_i$ на ось симметрии i-го фрагмента равны нулю. Учет несферических членов потенциала $V_c(\mathbf{R},\omega_1,\omega_2)$ может привести к появлению механизма генерации больших значений относительных орбитальных моментов и спинов фрагментов деления. Для понимания природы этого механизма воспользуемся результатом предыдущего раздела, в котором было показано, что из-за эффектов приближения сильной связи для внутренних волновых функций фрагментов деления и делящегося ядра, оси симметрии фрагментов деления совпадают с осью симметрии делящегося ядра. Это означает, что потенциал взаимодействия фрагментов деления должен рассчитываться при условии $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, когда этот потенциал можно представить в виде $V_c(R,\theta_\omega)$, где θ_ω — угол между направлением радиуса-вектора $\mathbf{R}$ и осью симметрии делящегося ядра, и использовать для его определения формулы (31), (34) при замене в них величин $B(\mathbf{R},\omega_i)$ на величину $B(\mathbf{R},\omega)$. Но тогда механизм генерации относительных орбитальных моментов и спинов фрагментов, предложенный в работе [18] и связанный с появлением изгибных колебаний фрагментов деления по отношению к радиусу-вектору $\mathbf{R}$, направление которого фактически принимается совпадающим с направлением оси симметрии делящегося ядра, в принципе, не реализуется. Вместо этого механизма возникает механизм выстраивания относительных орбитальных моментов и спинов фрагментов деления, связанный с колебаниями радиуса-вектора $\mathbf{R}$ относительно оси симметрии делящегося ядра.

Указанный механизм выстраивания может быть связан с несферичностью кулоновского барьера, появляющегося при сложении ядерного $V_c^{\text{nuc}}(R,\theta_\omega)$ и кулоновского $V_c^{\text{coul}}(R,\theta_\omega)$ потенциалов взаимодействия фрагментов деления для минимальных значений модуля радиуса-вектора $R = R_m(\theta_\omega)$, зависящих от угла θ_ω, при которых ядерный потенциал $V_c^{\text{nuc}}(R,\theta_\omega)$ практически исчезает:

$$R_m(\theta_\omega) = \\ = R^0_{A_1}(1 + \beta_2^{(1)} Y_{20}(\theta_\omega)) + R^0_{A_2}(1 + \beta_2^{(2)} Y_{20}(\theta_\omega)) + s, \tag{36}$$

где величина s связана с наличием «шейки» в предразрывной конфигурации делящегося ядра и оценивается [18] как $s = 0.5$ Фм, а радиус $R^0_{A_i}$ представляется в виде $R^0_{A_i} = 1.4 A_i^{1/3}$ Фм. Разлагая шаровую функцию $Y_{20}(\theta_\omega)$ в ряд по углам θ_ω и ограничиваясь членами первого порядка малости, величину $R_m(\theta_\omega)$ (36) можно привести к виду

$$R_m(\theta_\omega) = R_m - \sqrt{\frac{5}{4\pi}}\,\frac{3}{2}\sum_{i=1}^{2} R^0_{A_i}\beta_2^{(i)}\theta_\omega^2.$$

При подстановке этого значения $R_m(\theta_\omega)$ в формулу (34) для потенциала $V_c^{\text{coul}}(R,\theta_\omega)$, взятую при $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, и проведении разложения этого потенциала по степеням θ_ω^2 с сохранением членов первого порядка малости,- можно получить выражение для величины максимума кулоновского барьера $B^{\text{coul}}(\theta_\omega)$ в зависимости от угла θ_ω:

$$B^{\text{coul}}(\theta_\omega) = B_0^{\text{coul}} + \frac{C\theta_\omega^2}{2}, \tag{37}$$

где

$$B_0^{\text{coul}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_m}\left\{1 + \frac{1}{R_m^2}\sum_{i=1}^{2}\left(R^0_{A_i}\right)^2\left(\frac{9}{20\pi}\right)^{1/2}\beta_2^{(i)}\right\}, \tag{38}$$

$$C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_m}\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\sum_{i=1}^{2}\beta_2^{(i)}\left[\frac{3R^0_{A_i}}{R_m} - \frac{9}{5}\frac{\left(R^0_{A_i}\right)^2}{R_m^2}\right]. \tag{39}$$

Если атомные веса A_i и заряды Z_i связать с массовой $\Delta A = (A_2 - A_1)$ и зарядовой $\Delta Z = (Z_2 - Z_1)$ асимметриями фрагментов деления:

$$A_1 = \frac{A - \Delta A}{2}, A_2 = \frac{A + \Delta A}{2}; \\ Z_1 = \frac{Z - \Delta Z}{2}, Z_2 = \frac{Z + \Delta Z}{2}, \tag{40}$$

то можно провести разложение функции (37) в ряд по степеням $\left(\frac{\Delta Z}{Z}\right)$ и $\left(\frac{\Delta A}{A}\right)$. Учитывая, что максимальные значения $\left(\frac{\Delta Z}{Z}\right)$ и $\left(\frac{\Delta A}{A}\right)$ для спонтанного и низкоэнергетического вынужденного деления ядер с $A \approx 240$ оказываются ≈ 0.2, в этом разложении можно ограничиться членами нулевого порядка малости и для величины C при $A_1 = A_2 = A/2 \approx 120$; $Z_1 = Z_2 = Z/2 \approx 46$ и $\beta_2^{(1)} \approx \beta_2^{(2)} \approx 0.3$ получить значения: $C \approx 100$ Мэв, $R_m = 17$ Фм.

Уравнение Шредингера для относительного орбитального движения фрагментов деления во в.с.к. делящегося ядра для малых углов θ_ω можно представить по аналогии с работой [21] в виде

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2MR_m^2}\frac{1}{\theta_\omega}\frac{\partial}{\partial\theta_\omega}\left(\theta_\omega\frac{\partial}{\partial\theta_\omega}\right) - \\ -\frac{\hbar^2}{2MR_m^2}\frac{1}{\theta_\omega^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi_\omega^2} + \frac{C\theta_\omega^2}{2} - \varepsilon\right]\Psi_\varepsilon(\theta_\omega,\varphi_\omega) = 0, \tag{41}$$

где приведенная масса фрагментов деления M равна $M = m\dfrac{A}{4} = 60m$, причем m — масса нуклона. Решения уравнения (41) описывают колебания направления радиуса-вектора **R** относительно оси симметрии делящегося ядра по углам θ_ω. Для основного колебательного состояния энергия $\varepsilon = \varepsilon_0$, а нормированная с фазовым объемом $\sin\theta_\omega d\theta_\omega d\varphi_\omega$ волновая функция $\Psi_0(\theta_\omega, \varphi_\omega)$ определяется как

$$\Psi_0(\theta_\omega, \varphi_\omega) = \sqrt{\frac{\gamma}{\pi}} \exp\left[-\frac{\gamma\theta_\omega^2}{2}\right], \tag{42}$$

где $\gamma = \frac{M\varepsilon_0 R_m^2}{\hbar^2} = 196$; $\varepsilon_0 = \hbar\sqrt{\frac{C}{M}} = 0.5$ Мэв.

Для применимости в рассматриваемой задаче уравнения Шредингера (41) с фиксированным значением модуля радиуса-вектора $R = R_m$, необходимо, чтобы за времена, соизмеримые с периодом колебания $T = \frac{\hbar}{\varepsilon_0}$ относительное расстояние R между центрами тяжести фрагментов деления, движущихся с относительной скоростью $\upsilon(R)$, изменилось на величину, гораздо меньшую величины R_m, то есть должно выполняться условие:

$$\frac{\hbar}{\varepsilon_0}\frac{\upsilon(R_m)}{R_m} = \frac{E^{kin}(R_m)}{\varepsilon_0\left[k(R_m)R_m\right]} \ll 1, \tag{43}$$

где $E^{\mathrm{kin}}(R_m)$ и $k(R_m)$ — кинетическая энергия и волновой вектор относительного движения фрагментов при $R = R_m$, причем $E^{\mathrm{kin}}(R_m) = (Q_c - B_0^{\mathrm{coul}} - \varepsilon_0)$, а Q_c — энергия относительного движения фрагментов для исследуемого канала деления c. Если воспользоваться для величины $E^{\mathrm{kin}}(R_m)$ оценкой из работы [22] $E^{kin}(R_m) \leq 10$ Мэв, то для левой части неравенства (43) возникает значение ≤ 0.2, что вполне достаточно для выполнения условия (43).

Разлагая функцию (42) в ряд по шаровым функциям $Y_{L0}(\theta_\omega, \varphi_\omega)$, можно получить [23]:

$$\Psi_0(\theta_\omega, \varphi_\omega) = \sum_L b_L Y_{L0}(\theta_\omega, \varphi_\omega), \tag{44}$$

где

$$b_L = \frac{(2L+1)}{\gamma}\frac{(2L+0.5)^4}{\gamma^2}\exp\left\{-\frac{(2L+0.5)^2}{\gamma}\right\}, \tag{45}$$

причем $\sum_L b_L^2 = 1$. Отсюда следует, что угловая часть волновой функции относительного движения фрагментов может быть представлена в форме (44), в которой находит свое отражение тот факт, что в случае ориентации радиуса-вектора **R** параллельно оси симметрии делящегося ядра относительные орбитальные моменты **L** фрагментов деления имеют проекцию K_L на указанную ось симметрии, равную нулю $(K_L = 0)$.

Волновая функция (44) была использована при построении делительных ширин и угловых распределений фрагментов двойного деления ядер в работах [1, 13—15], где она была скорректирована в направлении учета закона сохранения четности в делении. Для грушевидной формы делящегося ядра с волновой функцией (4) этот закон приводит к правилу отбора $(-1)^L = \pi$, поэтому вместо функции (44) необходимо использовать функцию вида

$$\Psi_0(\theta_\omega, \varphi_\omega) = \sum_L b_L Y_{L0}(\theta_\omega, \varphi_\omega)\left[\frac{1+\pi(-1)^L}{2}\right]. \tag{46}$$

В работе [1] для описания нормированной на единицу амплитуды углового распределения фрагментов деления ядер во в.с.к. использовалась функция $\Psi_0(\theta_\omega, \varphi_\omega)$, отличающаяся от функции (46) только приближением резкого обрезания:

$$\Psi_0(\theta_\omega, \varphi_\omega) = \sum_L \tilde{b}_L \Theta(L_m - L) Y_{L0}(\theta_\omega, \varphi_\omega)\left[\frac{1+\pi(-1)^L}{2}\right], \tag{47}$$

где $\Theta(L_m - L)$ — функция Хевисайда, а

$$\tilde{b}_L = \sqrt{2L+1}\left[\sum_L (2L+1)\Theta(L_m - L)\left[\frac{1+\pi(-1)^L}{2}\right]\right]^{-\frac{1}{2}}. \tag{48}$$

Если величину максимального значения L_m в формуле (47) найти из условия совпадений средних значений $\langle L\rangle$ и $\langle L(L+1)\rangle$, рассчитанных по формулам $\langle L\rangle = \sum_L L b_L^2$, $\langle L(L+1)\rangle = \sum_L L(L+1) b_L^2$ для распределений (46) и (47), то для величины L_m возникает оценка $L_m \approx 2\sqrt{\gamma} \approx 30$. Столь большое значение величины L_m оказывается близким к значению $20 < L_m < 25$, найденному в работе [11] из анализа отклонений угловых распределений фрагментов фотоделения от распределений, предсказываемых формулой О. Бора [10], которая возникает при использовании волновых функций (46, 47) с параметрами $\gamma, L_m \to \infty$. Полученные выше значения L_m, как отмечалось в работе [11], позволяют обосновать приближенную справедливость формулы О. Бора [10] и объяснить природу появления обнаруженных экспериментально [12] больших значений средних спинов фрагментов деления. Заметим, что учет температур T_0, не равных нулю, для находящейся в термодинамическом равновесии предразрывной конфигурации делящегося ядра [21] может привести к определенному увеличению найденных значений L_m. Однако для спонтанного и низкоэнергетического вынужденного деления ядер значения этой температуры T_0 должны быть заметно меньшими 1 Мэв и не слишком сильно менять полученные выше значения L_m.

При использовании данных результатов удается последовательно обосновать расчетные формулы, использованные в работах [1, 13—15] для описания характеристик двойного деления ядер и подтвердить представления о делении ядер, развиваемые в работе [24].

6. Структура волновых функций и амплитуд делительных ширин для тройного деления ядер

Используя методы единой теории ядра [4], тории открытых Ферми-систем [5], теории трехчастичных ядерных реакций [25—26] и результаты работы [2], асимптотику $\left(\Psi_{qK}^{J\pi M}\right)^{\text{as}}$ волновой функции моды деления $\Psi_{qK}^{J\pi M}$ для тройного деления в области, где уже сформированы два фрагмента и третья частица, в качестве которой ниже будет рассмотрена α-частица, можно представить, как и в случае двойного деления, формулой (4), в которой расходящаяся функция Грина $G^{J\pi M}(\tilde{x},\rho;\tilde{x}',\rho')$ теперь зависит от трехчастичного набора координат $\tilde{x}$ и ρ. Координаты $\tilde{x} \equiv \omega_1\xi_1\omega_2\xi_2\Omega_{\mathbf{r}}\Omega_{\mathbf{R}}\varepsilon$ и ρ учитывают появление радиуса-вектора $\mathbf{r}$, характеризующего движение α-частицы относительно центра тяжести двух фрагментов тройного деления и имеющего значение $\mathbf{r} = \mathbf{R}_3 - \dfrac{A_1\mathbf{R}_1 + A_2\mathbf{R}_2}{A_1 + A_2}$. Координаты ρ и ε определены соотношениями [25, 26]: $R = \sqrt{\dfrac{M_c}{M_a}}\rho\sin\varepsilon$; $r = \sqrt{\dfrac{M_c}{M_b}}\rho\cos\varepsilon$, где угол ε меняется в диапазоне $0 \le \varepsilon \le \pi/2$, а величины M_a, M_b и M_c имеют вид $M_a = \dfrac{A_1A_2}{A_1 + A_2}m$; $M_b = \dfrac{4M_am}{M_a + 4m}$; $M_c = \sqrt{M_aM_b}$.

Теперь все результаты, полученные выше для двойного деления ядер в формулах (13—21), можно обобщить на случай тройного деления ядер, если вместо двухчастичной каналовой функции $U_{\alpha}^{J\pi M}(x)$ (14) использовать трехчастичную каналовую функцию $U_{\tilde{\alpha}}^{J\pi M}(\tilde{x})$:

$$U_{\tilde{\alpha}}^{J\pi M}(\tilde{x}) = \\ = \left\{ \left\{ \left\{ \Psi_{\sigma_1 K_1}^{J_1\pi_1 M_1}(\omega_1,\xi_1)\Psi_{\sigma_2 K_2}^{J_2\pi_2 M_2}(\omega_2,\xi_2)\right\}_{FM_F} i^L Y_{LM_L}(\Omega_{\mathbf{R}})\right\}_{J_0M_0} \times \\ \times i^l Y_{lM_l}(\Omega_{\mathbf{r}})\right\}_{JM} \frac{Y_{c\lambda Ll}(\varepsilon)}{\sin\varepsilon\cos\varepsilon}, \tag{49}$$

где индекс $\tilde{\alpha}$ определен как $\tilde{\alpha} = \alpha\ l\lambda$, величина λ принимает значения $\lambda = 0,1,2\ldots$, а нормированная в пространстве углов ε функция $Y_{c\lambda Ll}(\varepsilon)$ выражается через ортогональные полиномы Якоби [25,26]. При этом вместо функции $\dfrac{f_{\alpha'\alpha}^{J\pi-}(R)}{R}$ (15) необходимо использовать функцию $\dfrac{\tilde{f}_{\tilde{\alpha}'\tilde{\alpha}}^{J\pi-}(\rho)}{\rho^{5/2}}$, нормированную на δ-функцию по энергии и удовлетворяющую системе связанных уравнений при $k_c = \sqrt{\dfrac{2M_cQ_c}{\hbar^2}}$, $\upsilon_c = \dfrac{\hbar k_c}{M_c}$, где Q_c — полная энергия относительного движения осколков деления в канале c, вида

$$\left(\frac{d^2}{d\rho^2} + k_{c'}^2\right)\tilde{f}_{\tilde{\alpha}'\tilde{\alpha}}^{J\pi-}(\rho) - \frac{2M_{c'}}{\hbar^2}\sum_{\tilde{\alpha}''}\tilde{f}_{\tilde{\alpha}''\tilde{\alpha}'}^{J\pi-}(\rho)\tilde{V}_{\tilde{\alpha}''\tilde{\alpha}'}(\rho) = 0, \tag{50}$$

с граничными условиями $\tilde{f}_{\tilde{\alpha}'\tilde{\alpha}}^{J\pi-}(\rho) \to 0$ при $\rho \to 0$ и

$$\tilde{f}_{\tilde{\alpha}'\tilde{\alpha}}^{J\pi-}(\rho) \to \frac{1}{2i}\left\{ e^{i\left(k_c\rho - \frac{L_0\pi}{2}\right)}\delta_{\tilde{\alpha}'\tilde{\alpha}} + e^{-i\left(k_{c'}\rho - \frac{L_0'\pi}{2}\right)}S_{\tilde{\alpha}'\tilde{\alpha}}^{J\pi-}\right\}, \tag{51}$$

при $\rho \to \infty$, где $L_0 = L + l + 2\lambda + 3/2$. В формуле (51) $S_{\tilde{\alpha}'\tilde{\alpha}}$ — матричный элемент трехчастичной S-матрицы, а матричный элемент $\tilde{V}_{\tilde{\alpha}''\tilde{\alpha}'}(\rho)$ определяется формулой (16) с заменой двухчастичных каналовых функций $U_{\alpha}^{J\pi M}(x)$ на трехчастичные функции $U_{\tilde{\alpha}}^{J\pi M}(\tilde{x})$ и двухчастичных потенциалов $V(x,R)$ на соответствующие трехчастичные потенциалы $V(\tilde{x},\rho)$ взаимодействия осколков деления. В этом случае асимптотику $\left(\Psi_{qK}^{J\pi M}\right)^{\text{as}}$ функции моды деления $\Psi_{qK}^{J\pi M}$ для $\rho \to \infty$ можно представить в виде

$$\left(\Psi_{qK}^{J\pi M}\right)^{\text{as}} \to \sum_{\tilde{\alpha}} U_{\tilde{\alpha}}^{J\pi M}(\tilde{x}) \frac{e^{i\left(k_c\rho - \frac{L_0\pi}{2}\right)}}{\rho^{5/2}} \sqrt{\frac{\Gamma_{qK\tilde{\alpha}}^{J\pi}}{\hbar \upsilon_c}}, \quad (52)$$

где амплитуда парциальной делительной ширины $\sqrt{\Gamma_{qK\tilde{\alpha}}^{J\pi}}$ для трехчастичного канала деления $\tilde{\alpha}$ определяется формулой (21) при использовании рассмотренных выше замен.

7. Структура взаимодействия осколков тройного деления ядер

При использовании метода лишних координат, как это делалось выше для двойного деления ядер, можно показать, что из-за влияния приближения сильной связи [10] оси симметрии фрагментов тройного деления ориентированы параллельно оси симметрии делящегося ядра, то есть, как и в случае двойного деления, $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Потенциал взаимодействия $V_c(R,\theta_\omega)$ фрагментов тройного деления совпадает с аналогичным потенциалом $V_c(R,\theta_\omega)$ взаимодействия фрагментов двойного деления, который определяется формулами (31,34) при $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, и при переходе к трехчастичным переменным становится зависящим от величин ρ, ε через формулу $R = \sqrt{\frac{M_c}{M_a}}\rho \sin\varepsilon$. Потенциал взаимодействия $V_\alpha(\mathbf{R},\mathbf{r},\omega)$ α-частицы и двух фрагментов тройного деления можно представить как сумму кулоновского $V_\alpha^{\text{coul}}(\mathbf{R},\mathbf{r},\omega)$ и ядерного $V_\alpha^{\text{nuc}}(\mathbf{R},\mathbf{r},\omega)$ потенциалов. В системе центра масс делящегося ядра, где его координата центра тяжести $\mathbf{R}_0 = \dfrac{4\mathbf{R}_\alpha + A_1\mathbf{R}_1 + A_2\mathbf{R}_2}{A} = 0$, возникают простые соотношения между относительными координатами $\mathbf{R}$, $\mathbf{r}$ и координатами центров тяжести $\mathbf{R}_1$, $\mathbf{R}_2$, $\mathbf{R}_\alpha$ осколков деления:

$$\begin{gathered}\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_{01} - \frac{4\mathbf{r}}{A}; \mathbf{R}_2 = -\mathbf{R}_{02} - \frac{4\mathbf{r}}{A}; \mathbf{R}_\alpha = \frac{A_1 + A_2}{A}\mathbf{r};\\ \mathbf{R}_{01} = \frac{A_2}{A_1 + A_2}\mathbf{R}; \mathbf{R}_{02} = \frac{A_1}{A_1 + A_2}\mathbf{R}; \qquad (53)\\ \mathbf{R}_\alpha - \mathbf{R}_1 = \mathbf{r} - \mathbf{R}_{01}; \mathbf{R}_\alpha - \mathbf{R}_2 = \mathbf{r} + \mathbf{R}_{02}.\end{gathered}$$

Тогда кулоновский потенциал $V_\alpha^{\text{coul}}(\mathbf{R},\mathbf{r},\omega)$ взаимодействия α-частицы с фрагментами тройного деления в приближении точечности α-частицы можно представить в виде [15]:

$$V_\alpha^{\text{coul}}(\mathbf{R},\mathbf{r},\omega) = 2e^2 \sum_i Z_i \int \frac{\rho_i(\mathbf{r}_i)d\mathbf{r}_i}{\left|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_\alpha + \mathbf{r}_i\right|}, \quad (54)$$

где $\mathbf{r}_i$ — одночастичная координата i-го фрагмента деления, отсчитанная от его координаты центра тяжести $\mathbf{R}_i$. Поскольку α-частица вылетает из имеющей малые размеры «шейки» предразрывной конфигурации делящегося ядра, то после формирования осколков тройного деления в области интенсивного взаимодействия α-частицы с фрагментами деления выполняются условия $\frac{r_i}{R} < 1$ и $\frac{r}{R} < 1$. Тогда разлагая потенциал (54) в ряд по степеням $\frac{r_i}{R}$, $\frac{r}{R}$ вплоть до членов второго порядка включительно и в ряд по степеням зарядовой и массовой асимметрии фрагментов деления $\frac{\Delta Z}{Z-2}$, $\frac{\Delta A}{A-4}$ вплоть до первых неисчезающих членов, при использовании разложений плотности фрагментов деления по степеням их параметров деформации $\beta_2^{(i)}$ с учетом членов первого порядка малости вида (30) можно придти к следующей формуле [15]:

$$\begin{gathered}V_\alpha^{\text{coul}}(R,r,\theta_{\mathbf{rR}}) = \frac{2(Z-2)e^2}{R} +\\ + \frac{8(Z-2)e^2}{R^2} r\sqrt{\frac{4\pi}{3}} Y_{10}(\theta_{\mathbf{rR}}) \left(\frac{\Delta Z}{Z-2} + \frac{2\Delta A}{A-4}\right) +\\ + \frac{16(Z-2)e^2}{R^2} r^2 \sqrt{\frac{4\pi}{5}} Y_{20}(\theta_{\mathbf{rR}}) - \qquad (55)\\ - \frac{(Z-2)e^2}{R^3} \frac{24}{5} \sum_{i=1}^{2} \left(R_{A_i}^0\right)^2 \beta_2^{(i)} Y_{20}(\theta_\omega),\end{gathered}$$

где $\theta_{\mathbf{rR}}$ — угол между векторами $\mathbf{r}$ и $\mathbf{R}$.

Первый и четвертый члены потенциала (55) не зависят от координаты $\mathbf{r}$ и могут быть добавлены к потенциалу взаимодействия фрагментов тройного деления $V_c(R,\theta_\omega)$ как малые поправки. Второй же и четвертый член в формуле (55), зависящие от координаты $\mathbf{r}$, определяют истинный кулоновский потенциал $V_\alpha^{\text{coul}}(r,R,\theta_{\mathbf{rR}})$ взаимодействия α-частицы и фрагментов тройного деления ядра в исследуемой области значений r.

Для построения ядерного потенциала $V_\alpha^{\mathrm{nuc}}(\mathbf{R},\mathbf{r},\omega)$ взаимодействия α-частицы и фрагментов тройного деления можно воспользоваться методом работ [18,19], который применялся для построения ядерного потенциала взаимодействия указанных фрагментов $V_c^{\mathrm{nuc}}(R,\theta_\omega)$, и получить:

$$V_\alpha^{\mathrm{nuc}}(\mathbf{R},\mathbf{r},\omega)=$$

$$=4C_0\left\{\frac{F_{in}-F_{ex}}{\rho_0}\left[\rho_1^2(\mathbf{r}-\mathbf{R}_{01})+\rho_2^2(\mathbf{r}-\mathbf{R}_{02})\right]+ +F_{ex}\left[\rho_1(\mathbf{r}-\mathbf{R}_{01})+\rho_2(\mathbf{r}-\mathbf{R}_{02})\right]\right\}. \tag{56}$$

Разлагая потенциал (56) в ряд по степеням $\frac{r}{R}$ и учитывая члены вплоть до второго порядка малости, можно из получаемого потенциала $V_\alpha^{\mathrm{nuc}}(\mathbf{R},\mathbf{r},\omega)$ выделить член $V_\alpha^{\mathrm{nuc}}(\mathbf{R},0,\omega)$, возникающий из формулы (56) при $\mathbf{r}=0$, который представляет собой малую добавку к ядерному потенциалу взаимодействия фрагментов деления $V_c(R,\theta_\omega)$. Зависящие от координаты $\mathbf{r}$ члены потенциала (56) можно разложить в ряд по углу θ_ω и отбросить члены, пропорциональные θ_ω^2, поскольку они представляют собою малые добавки к члену $\frac{C\theta_\omega^2}{2}$ для несферического кулоновского барьера (37). В этом случае истинный ядерный потенциал взаимодействия α-частицы и фрагментов тройного деления, связанный с координатой r, оказывается не зависящим от угла θ_ω и принимает вид

$$V_\alpha^{\mathrm{nuc}}(r,R,\theta_{\mathbf{rR}})=$$

$$=r\sqrt{\frac{3}{4\pi}}Y_{10}(\theta_{\mathbf{rR}})\left\{4C_0\,\frac{(F_{in}-F_{ex})}{\rho_0}\left[-\frac{\partial\left(\bar\rho_1(R_{01})\right)^2}{\partial R_{01}}+ +\frac{\partial\left(\bar\rho_2(R_{02})\right)^2}{\partial R_{02}}\right]+4F_{ex}C_0\left[-\frac{\partial\bar\rho_1(R_{01})}{\partial R_{01}}+\frac{\partial\bar\rho_2(R_{02})}{\partial R_{02}}\right]\right\}+$$

$$+\frac{1}{6}r^2\left[\sqrt{\frac{5}{\pi}}Y_{20}(\theta_{\mathbf{rR}})+1\right]\left\{4C_0\,\frac{(F_{in}-F_{ex})}{\rho_0}\times\left[\frac{\partial^2\left(\bar\rho_1(R_{01})\right)^2}{\partial R_{01}^2}+-\frac{\partial^2\left(\bar\rho_2(R_{02})\right)^2}{\partial R_{02}^2}\right]+ +4F_{ex}C_0\left[\frac{\partial^2\bar\rho_1(R_{01})}{\partial R_{01}^2}+\frac{\partial^2\bar\rho_2(R_{02})}{\partial R_{02}^2}\right]\right\}, \tag{57}$$

где $\bar\rho_i(R)$ — плотность сферического i-го фрагмента с радиусом $\bar R_{A_i}=R_{A_i}^0\left(1+\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta_2^{(i)}\right)$. Если разложить полученный потенциал (57) в ряд по параметрам зарядовой и массовой асимметрии фрагментов деления $\frac{\Delta Z}{Z-2}$, $\frac{\Delta A}{A-4}$ вплоть до первых неисчезающих членов, то член этого потенциала с $Y_{10}(\theta_{\mathbf{rR}})$ будет линейно зависеть от параметров $\frac{\Delta Z}{Z-2}$, $\frac{\Delta A}{A-4}$ а член $Y_{20}(\theta_{\mathbf{rR}})$ можно считать не зависящим от указанных параметров. В этом случае потенциал $V_\alpha^{\mathrm{nuc}}(r,R,\theta_{\mathbf{rR}})$ (57) будет иметь симметрию, совпадающую с симметрией построенного выше кулоновского потенциала $V_\alpha^{\mathrm{coul}}(r,R,\theta_{\mathbf{rR}})$ (55) с точностью до появления в $V_\alpha^{\mathrm{nuc}}(r,R,\theta_{\mathbf{rR}})$ сферически симметричного члена, пропорционального r^2, не зависящего от $\theta_{\mathbf{rR}}$ и обусловленного наличием единицы в сумме $\left[\sqrt{\frac{5}{\pi}}Y_{20}(\theta_{\mathbf{rR}})+1\right]$, фигурирующей в формуле (57).Потенциал $V_c\left(R,\theta_\omega\right)$ взаимодействия фрагментов тройного деления практически не меняется из-за появления α-частицы по сравнению с аналогичным потенциалом взаимодействия фрагментов двойного деления ядер, а потенциалы $V_\alpha^{\mathrm{coul}}(r,R,\theta_{\mathbf{rR}})$ и $V_\alpha^{\mathrm{nuc}}(r,R,\theta_{\mathbf{rR}})$ не зависят от углов θ_ω и слабо меняются при изменении радиуса-вектора $\mathbf{R}$ на малую величину, необходимую для реализации условия появления (43) механизма выстраивания вектора $\mathbf{R}$ вдоль оси симметрии делящегося ядра. Поэтому указанный механизм выстраивания практически без искажения будет реализовываться и в случае тройного деления ядер. В этом случае движение вылетающей при тройном делении α-частицы с высокой степенью точности можно рассматривать как ее движение в поле растягивающейся со временем «гантели», образуемой имеющими вытянутую форму фрагментами деления, внутренние оси симметрии которых совпадают с осью симметрии родительского ядра. Используя развитые представления, угловую часть $\Psi(\Omega_{\mathbf{r}},\Omega_{\mathbf{R}},\omega)$ волновой функции относительного движения трех осколков тройного деления ядер во в.с.к. делящегося ядра в асимптотической области $\rho\to\infty$ можно представить в виде произведения волновой функции $\Psi_0(\theta_\omega)$ (46), описывающей относительное угловое движение фрагментов, практически не искаженное появлением α-частицы, на волновую функцию $\Psi_\alpha(\theta_{\mathrm{rR}})$, описывающую угловое движение α-частицы по отношению к направлению движения фрагментов:

$$\Psi_\alpha(\theta_{\mathrm{rR}}) = \sum_l b_l(\varepsilon)\, Y_{l0}(\theta_{\mathrm{rR}}), \qquad (58)$$

где коэффициенты $b_l(\varepsilon)$ зависят от углов ε, определяющих энергию α-частицы в асимптотической области [24, 25]. Подобное представление волновой функции $\Psi(\Omega_{\mathrm{r}}, \Omega_{\mathrm{R}}, \omega)$ при $\rho \to \infty$ использовалось ранее при описании угловых распределений осколков тройного деления неполяризованных ядер [2] и расчетах коэффициентов P-нечетных [13] и P-четных асимметрий [14] в тройном делении ядер.

Заключение

Данная работа демонстрирует возможности квантовомеханической теории деления для описания механизмов и характеристик спонтанного и низкоэнергетического индуцированного двойного и тройного деления ядер. Полученные в настоящей работе результаты вместе с результатами предыдущих работ [1, 2, 13—15] позволяют проследить динамику деления после разрыва делящегося ядра на осколки, включая и получение информации о нейтронных и радиационных модах распада фрагментов деления.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность В. Е. Бунакову, В. И. Фурману, А. Л. Барабанову, Ф. Генненвайну и Г. А. Петрову за конструктивные и полезные обсуждения. Особую благодарность хотелось бы выразить Л. В. Родионовой за помощь в проведении оценок.

Работа выполнена при поддержке гранта INTAS (проект № 99-0229) и гранта РФФИ № 03-03-17469.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кадменский С.Г.* // Ядерн. физ. — 2002. — Т. 65, — С. 1424.

2. *Кадменский С.Г.* // Ядерн. физ. — 2002. — Т. 65, — С. 1833.

3. *Goldberger M., Watson K.* Collision Theory. — N.Y.: J. Wiley and sons, 1964.

4. *Wildermuth K., Tang Y.C.* A Unified Theory of the Nucleus. — Vieveg, Braunshweig, 1977.

5. *Кадменский С.Г.* // Ядерн. физ. — 1999. — Т. 62, — С. 236; Ядерн. физ. — 2001. — Т. 64, — С. 478.

6. *Кадменский С.Г.* // Ядерн. физ. — 2000. — Т. 63, — С. 613; Ядерн. физ. — 2002. — Т. 65, С. 863.

7. *Kadmensky S.G., Sanzogni A.A.* // Phys. Rev. 2000. — V. C62, — P. 054601.

8. *Кадменский С.Г., Фурман В.И.* Альфа-распад и родственные ядерные реакции. М., — Энергоатомиздат, 1985.

9. *Кадменский С.Г., Фурман В.И., Чувильский Ю.М.* // Изв. АН СССР, Сер. физ. — 1986. Т. 50, — С. 1786.

10. *Borh A., Mottelson B.* Nuclear Structure. — N.Y.: Benjamin, 1977. Vol. 1, 2.

11. *Кадменский С.Г., Родионова Л.В.* // Ядерн. физ. — 2003. — Т. 66.

12. *Kopach Yu.N. et al.* //Phys. Rev. Lett. — 1999. — V. 82, P. 303.

13. *Кадменский С.Г.* //Ядерн. физ. — 2003. — Т. 66.

14. *Кадменский С.Г.* //Ядерн. физ. — 2003. — Т. 66.

15. *Кадменский С.Г., Родионова Л.В.* //Изв. РАН, Сер. физ. — 2003. — Т. 66, № 1.

16. *Hess P.O., Misicu S., Greiner W.* //J. Phys., — 2000. — V. G26, P. 957.

17. *Кукулин В.И., Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф.* //ЭЧАЯ. 1979. — Т. 10, С. 1236.

18. *Scneidman T.M. et al.* //Phys. Rev. — 2002. — V. C65. — P. 064302.

19. *Мигдал А.Б.* Теория конечных Ферми-систем и свойства атомных ядер. — М., Наука, 1975.

20. *Brink D.M., Satchler G.R.* Angular Momentum. — Oxford: U.P., 1968.

21. *Mikhailov I.N., Quentin P.* //Phys. Lett. — 1999. — V. B462, — P. 7.

22. *Furman W.I.* In Proceedings of FJ/OM Spring Session. Geel, Belgium, 1999, — P. 248.

23. *Rasmussen J.O. et al.* //Nucl. Phys. — 1969. —V. A136. — P. 465.

24. *Barabanov A., Furman W.* //Z. Phys. — 1997. — V. A357. — P. 441.

25. *Delves L.M.* //Nucl. Phys. — 1960. — V. 20. — P. 275.

26. *Mott N.F., Massey H.S.W.* Theory of Atomic Collisions. — Oxford, Claredon Press, 1965.

27. *Mutterer M., Theobald J.P.* Dinuclear Decay Modes. Bristol, JOP Publishing, 1996. Ch. 12.