

УДК 550.388.2

## РОЛЬ ФЛУКТУАЦИЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ СКОРОСТИ ВЕТРА В ФОРМИРОВАНИИ ИНТЕНСИВНЫХ СПОРАДИЧЕСКИХ ОБРАЗОВАНИЙ НИЖНЕЙ ИОНОСФЕРЫ\*

© 2002 С. Н. Моисеев

Воронежский государственный университет

Показана решающая роль флуктуаций вертикальной составляющей скорости ветра в формировании интенсивных среднеширотных спорадических слоев  $E$  ионосферы.

### ВВЕДЕНИЕ

Земную атмосферу можно делить на области или слои по разным признакам. Если в качестве признака взять электронную концентрацию, то мы получим деление атмосферы на ионосферные слои. На высотах до 60–80 км атмосфера имеет примерно такой же состав как и у поверхности Земли из-за интенсивного перемешивания газов (турбулентная диффузия). В этой области количество свободных электронов очень мало (до 10 электронов на  $1 \text{ см}^3$ ) из-за активных процессов прилипания этих электронов к нейтральным частицам. Собственно ионосфера начинается с высот 60 км и выше. На высоте 60–80 км располагается самый нижний слой ионосферы — слой  $D$ . Электронная плотность слоя  $D$  не превышает  $10^2$ – $10^3$  эл/см<sup>3</sup>. На высотах 90–140 км располагается слой  $E$  ионосферы. Электронная концентрация слоя меняется в течение суток от  $10^3$  до  $10^5$  эл/см<sup>3</sup>. Характерной особенностью слоя  $E$  является постоянство его параметров, он мало подвержен случайным изменениям. Так среднеквадратическое отклонение дневной электронной концентрации слоя от средней величины, которая просто рассчитывается в зависимости от зенитного угла Солнца, не превышает 5 %. В слое  $F$ , который располагается на высоте 250–400 км, достигается максимум электронной концентрации для всей ионосферы. Электронная концентрация слоя  $F$  меняется в пределах от  $2.5 \cdot 10^5$  до  $2 \cdot 10^6$  эл/см<sup>3</sup>. Слой  $F$  довольно неустойчив, подвержен сильным изменениям, и даже в спокойные дни в один и

тот же час суток его электронная концентрация отклоняется от среднего значения на 10–15 %.

Слои  $D$ ,  $E$ , и  $F$  называются регулярными слоями ионосферы. Наряду с этими слоями в области  $E$  ионосферы появляется спорадический слой  $E$  (слой  $E_s$ ), который в отличие от регулярных слоев характеризуется значительно более неоднородной структурой в пространстве и значительно большей изменчивостью своих параметров во времени. Электронная концентрация среднеширотного слоя  $E_s$  меняется в течение суток очень значительно и быстро от  $10^3$  до  $2.5 \cdot 10^6$  эл/см<sup>3</sup>. При этом в течении нескольких минут его электронная концентрация может отклониться от среднего значения более чем на 100 %.

Основной особенностью слоя  $E_s$  является частое появление аномально больших значений электронной концентрации в его максимуме, которые иногда превышают главный максимум всей ионосферы в слое  $F$ . Среди всех гипотез о физическом механизме образования таких аномальных выбросов электронной концентрации в нижней ионосфере наиболее теоретически и экспериментально обоснованной является теория ветрового сдвига [1, 2]. Основные положения этой теории неоднократно подтверждались прямыми ракетными измерениями. Однако в рамках этой теории не удавалось объяснить появление особо интенсивных слоев  $E_s$ , экранирующих всю верхнюю ионосферу [2] при радиозондировании с земли.

В данной работе будет показано, что теория ветрового сдвига в состоянии объяснить относительно частое появление аномально

\* Работа выполнена при поддержке CRDF и Минобрразования РФ (проект № vz-010-0).

больших выбросов электронной концентрации среднеширотного слоя  $E_S$  при учете флуктуаций вертикальной составляющей скорости ветра, которыми обычно пренебрегали в теоретических исследованиях.

### 1. ТЕОРИЯ ВЕТРОВОГО СДВИГА

Скорость изменения электронной концентрации  $N_E(z, t)$  регулярного слоя  $E$  во времени  $t$  на данной высоте  $z$  равна разнице между скоростью образования электронов в результате ионизации  $J$  и скоростью их гибели в процессе рекомбинации с положительными ионами  $\alpha_p N_E^2(z, t)$ :

$$\frac{\partial N_E(z, t)}{\partial t} = J - \alpha_p N_E^2(z, t), \quad (1)$$

где  $J$  — фактор ионообразования, показывающий число электронов, образующихся в  $1 \text{ см}^3$  за 1 сек под действием излучения Солнца,  $\alpha_p$  — коэффициент рекомбинации. Процессы ионизации и рекомбинации являются определяющими для формирования регулярных слоев ионосферы, но не могут объяснить появление спорадических слоев. В многочисленных экспериментах показано, что для нижней ионосферы характерны большие градиенты зональной составляющей скорости ветра  $U_y(z, t)$  по высоте  $z$ . Это означает, что на разных высотах флуктуации скорости ветра относительно среднего значения  $U_0$  разнонаправлены. При этом в магнитном поле Земли возникает сила Лоренца, стягивающая электроны в слой с максимумом на высоте  $z_m$ . Изменение во времени электронной концентрации образовавшегося слоя  $E_S$  описывает уравнение непрерывности [1, 2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N(z, t)}{\partial t} = D_\alpha \frac{\partial^2 N(z, t)}{\partial z^2} + \\ + \frac{A}{R} \frac{\partial}{\partial z} [N(z, t) U_y(z, t)] + J - \alpha_p N^2(z, t), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $D_\alpha$  — коэффициент амбиполярной диффузии,  $A$  — отношение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли  $\mathbf{B}$  к полной,  $R$  — отношение частоты столкновения ионов к их гирочастоте. Уравнение (2) является основным уравнением теории ветрового сдвига. Характерные времена изменения электронной концентрации в результате диффузии и ветра значительно меньше (не-

сколько минут), чем характерные времена изменения электронной концентрации в результате процессов ионизации и рекомбинации (несколько часов). Поскольку диффузия и ветер являются определяющими для образования слоя  $E_S$ , то процессами ионизации и рекомбинации можно пренебречь ( $J = 0, \alpha_p = 0$ ):

$$\frac{\partial N(z, t)}{\partial t} = D_\alpha \frac{\partial^2 N(z, t)}{\partial z^2} + \frac{A}{R} \frac{\partial}{\partial z} [N(z, t) U_y(z, t)], \quad (3)$$

В литературе для электронной концентрации слоя  $E_S$  часто используют факторизованные модели следующего вида:

$$N(z, t) = N_0 + (N(t) - N_0) N_1(z), \quad (4)$$

где  $N(t) = \max_z N(z, t) = N(z_m, t)$  — электронная концентрация в максимуме спорадического слоя,  $N_0$  — фоновая электронная концентрация на высоте  $z_m$ ,  $N_1(z)$  — характеризует распределение электронной концентрации по высоте. Так, например, для модели симметричного слоя:

$$\begin{aligned} N_1(z) = 4 \exp\{1.12\pi(z - z_m) / h\} \times \\ \times [1 + \exp\{1.12\pi(z - z_m) / h\}]^{-2}, \end{aligned}$$

где  $h$  — толщина слоя, при которой электронная концентрация уменьшается наполовину. Для модели параболического слоя:

$$N_1(z) = 1 - \left( \frac{z - z_m}{\Delta h} \right)^2,$$

где  $\Delta h$  — полутолщина слоя на уровне  $N_0$ . Согласно теории ветрового сдвига должно выполняться следующее

$$N_1(z_m) = 1, \quad \frac{dN_1(z_m)}{dz} = 0, \quad N_1(z) \xrightarrow{z-z_m \rightarrow \infty} 0. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (3) с учетом (4), получим уравнение на максимальную электронную концентрацию слоя  $E_S$ :

$$\begin{aligned} \frac{dN(t)}{dt} = a_2 - a_1 N(t) - N^2(t) + N(t) \xi(t), \\ N(t) \geq N_0, \quad a_1 > 0, \quad a_2 > 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 = -D_\alpha \frac{d^2 N_1(z_m)}{dz^2}, \quad a_2 = a_1 N_0, \\ \xi(t) = \frac{A}{R} \frac{d}{dz} U_y(z_m, t) = \frac{X_1(t)}{X_2(t)}. \end{aligned}$$

Здесь функция  $X_1(t)$  пропорциональна флуктуациям зональной составляющей скорости ветра, а функция  $X_2(t)$  пропорциональна ширине ветровой системы, формирующей слой  $E_s$  или, иными словами, флуктуации функции  $X_2(t)$  будут пропорциональны флуктуациям вертикальной составляющей скорости ветра.

Максимальная электронная концентрация  $N(t)$  слоя  $E_s$  подвержена значительным флуктуациям во времени в отличие от аналогичных характеристик регулярных слоев. Поэтому ее целесообразно описывать как случайный процесс. В работе [3] показано, что функцию  $\xi(t)$ , входящую в (6) можно считать белым шумом и рассматривать уравнение (6) как стохастическое дифференциальное уравнение, понимаемое в смысле Стратоновича, с порождающим процессом  $\xi(t)$ . Там же обосновывается, что вероятностное распределение  $\xi(t)$  в фиксированный момент времени есть распределение отношения двух независимых гауссовских случайных величин  $X_1(t)$  и  $X_2(t)$ . Плотность вероятностей такого распределения будет иметь вид:

$$W_\xi(x) = g(x) \exp\left(-\frac{r_1^2 + r_2^2}{2}\right) \times \{1 + \sqrt{\pi} \lambda(x) \exp[\lambda^2(x)] \operatorname{erf}[\lambda(x)]\}, \quad (7)$$

где

$$g(x) = \frac{s}{\pi(s^2 + x^2)}, \lambda(x) = \frac{r_1 x + r_2 s}{\sqrt{2(s^2 + x^2)}},$$

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt,$$

$r_1, r_2, s$  — параметры распределения, имеющие следующий смысл:  $r_1$  и  $r_2$  — отношение среднего к среднеквадратическому отклонению соответственно для процесса  $X_1(t)$  и  $X_2(t)$ ,  $s$  - отношение среднеквадратических отклонений процессов  $X_1(t)$  и  $X_2(t)$ .

## 2. ОТСУТСТВИЕ ФЛУКТУАЦИЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ СКОРОСТИ ВЕТРА

Как правило в теории ветрового сдвига пренебрегают флуктуациями вертикальной составляющей скорости ветра, т.е. считают  $X_2(t) = const$ . В этом случае в (7)  $s \rightarrow \infty$  и рас-

пределение порождающего шума  $\xi(t)$  будет гауссовским. Рассматривая асимптотику  $s \rightarrow \infty$ , то есть пренебрегая флуктуациями ширины ветровой системы, формирующей слой  $E_s$ , мы фактически ограничиваемся рассмотрением относительно не интенсивных слоев  $E_s$  с небольшими флуктуациями максимальной электронной концентрации вблизи фоновых значений. В этом случае нелинейное стохастическое дифференциальное уравнение (6) допустимо заменить на его линеаризованный вариант следующим образом [4]. Произведем замену переменной в уравнении (6):

$$V(t) = \ln[N(t)]$$

и представим процесс  $V(t)$  в виде суммы среднего значения  $V_0(t)$  и флуктуирующей части  $v(t)$ :

$$V(t) = V_0(t) + v(t). \quad (8)$$

Подставляя (8) в (6) получим уравнение

$$\frac{d}{dt} [V_0(t) + v(t)] = -a_1 N(t) + a_2 \exp\{-V_0(t) - v(t)\} + \xi(t). \quad (9)$$

При малых флуктуациях  $V(t)$

$$[< [v^2(t)] >]^{1/2} \ll 1, \quad (10)$$

где угловые скобки означают усреднение, разложим экспоненту в правой части уравнения (9) в ряд около точки  $V_0(t)$  и, учитывая в разложении два члена, получим линеаризованное уравнение для флуктуирующей части процесса  $V(t)$ :

$$\frac{dv(t)}{dt} = bv(t) + \xi(t), \quad (11)$$

где  $b = -\exp[-V_0(t)]$ .

Линейный процесс  $v(t)$ , заданный уравнением (11), будет гауссовским. Отсюда следует, что процесс  $N(t)$  при справедливости условия (10) будет логарифмически нормальным с одномерной интегральной функцией распределения вероятностей следующего вида:

$$F_1(x) = \Phi\left\{\frac{\ln x - m}{\sigma}\right\}, \quad x > 0, \sigma > 0, \quad (12)$$

где  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\{-y^2 / 2\} dy$  — интеграл вероятностей.

### 3. СИЛЬНЫЕ ФЛУКТУАЦИИ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ СКОРОСТИ ВЕТРА

Предположение о возможности пренебречь флуктуациями вертикальной составляющей скорости ветра ( $X_2(t) = const$ ), сделанное в предыдущем разделе, противоречит многочисленным экспериментальным данным, согласно которым толщины слоев  $E_S$  значительно варьируют во времени из-за значительных флуктуаций во времени ширины ветровой системы, формирующей слой. К тому же предположение  $X_2(t) = const$  приводит к тому, что теория ветрового сдвига не в состоянии объяснить появление особо интенсивных спорадических слоев, максимальная электронная концентрация которых может превосходить максимум слоя  $F$  [2]. В некоторых работах (см., например, [5]) высказывались догадки, что для объяснения образования интенсивных слоев  $E_S$  необходимо учитывать флуктуации толщин этих слоев.

Случай сильных флуктуаций вертикальной составляющей скорости ветра означает, что в (7) надо положить  $r_1 \rightarrow 0$ ,  $r_2 \rightarrow 0$ . Тогда значения шума  $\xi(t)$  будут распределены по закону Коши (т.к. при  $r_1 \rightarrow 0$ ,  $r_2 \rightarrow 0$ :  $W_\xi(x) \rightarrow g(x)$  — плотность вероятностей Коши) с интегральной функцией распределения в общем виде

$$F_2(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg\left(\frac{x-a}{b}\right), \quad b > 0. \quad (13)$$

Для шума  $\xi(t)$  параметр  $a = 0$ .

Введем в рассмотрение безразмерный с нулевой медианой процесс

$$n(t) = N(t) / \mu - 1, \quad (14)$$

где  $\mu$  — медиана процесса  $N(t)$ . Для него получаем из (6) следующее уравнение

$$\frac{d \ln[n(t) + 1]}{dt} = \frac{a_2}{\mu[n(t) + 1]} - a_1 - \alpha_p \mu [n(t) + 1] + \xi(t), \quad n(t) \geq N_0 / \mu - 1. \quad (15)$$

При малых значениях интерквартильной широты  $n_{0.75} - n_{0.25}$ , где  $n_p$  — квантиль порядка  $p$  процесса  $n(t)$  (по экспериментальным данным  $(n_{0.75} - n_{0.25}) \in [0.47, 0.6]$ ), возможна замена нелинейностей уравнения (15) двумя членами ряда Тейлора:  $\ln[n(t) + 1] \approx n(t)$ ,  $[n(t) + 1]^{-1} \approx 1 - n(t)$ . Такая замена приводит к линеаризованному варианту уравнения (15)

$$\frac{dn(t)}{dt} = b_0 - b_1 n(t) + \xi(t), \quad n(t) \geq N_0 / \mu - 1, \quad (16)$$

где  $b_0 = a_2 / \mu - \alpha_p \mu - a_1$ ,  $b_1 = a_2 / \mu + \alpha_p \mu$ . Но тогда, в силу линейной связи процессов  $n(t)$  и  $N(t)$  (14) максимальная электронная концентрация  $N(t)$  слоя  $E_S$  будет также приближенно описываться линейным стохастическим дифференциальным уравнением

$$\frac{dN(t)}{dt} = b_2 - b_1 N(t) + \xi_0(t), \quad N(t) \geq N_0, \quad (17)$$

где  $b_2 = 2a_2 - \mu a_1$ ,  $\xi_0(t) = \mu \xi(t)$ .

Шум  $\xi_0(t)$  в (17) распределен по закону Коши. Распределение Коши, как и гауссовское, относится к устойчивым распределениям. Основное свойство устойчивых распределений — сохранение своего типа при линейных преобразованиях [6]. Поэтому, в силу линейности уравнения (17) без ограничений  $N(t) \geq N_0$ , процесс  $N(t)$  будет распределен по закону Коши (13). Распределение Коши не имеет моментов из-за крайне медленного спада своих хвостов. Следовательно, частота появления аномальных выбросов электронной концентрации слоя  $E_S$  должна быть относительно велика.

### 4. ВЕРИФИКАЦИЯ

С целью экспериментальной проверки возможности использования логарифмически нормального распределения (12) для описания небольших флуктуаций электронной концентрации слоя  $E_S$  вблизи фонового уровня и распределения Коши (13) для описания аномально больших значений максимальной электронной концентрации слоя  $E_S$  были использованы данные ионосферных станций Москвы, Горького, Киева, Ростова-на-Дону за июнь—июль 1976—1979 гг. Все данные выравнивались по уровню медианы в 12 ч дня  $me(12)$ :

$$\tilde{N}(t) = N(t) - me(t) + me(12),$$

где  $me(t)$  — функция, описывающая медиану процесса  $N(t)$  для каждого часа суток.

На рис. 1 в логарифмическом масштабе кружками отложены эмпирические значения функции распределения вероятностей максимальной электронной концентрации слоя  $E_S$ , рассчитанные по экспериментальным данным.

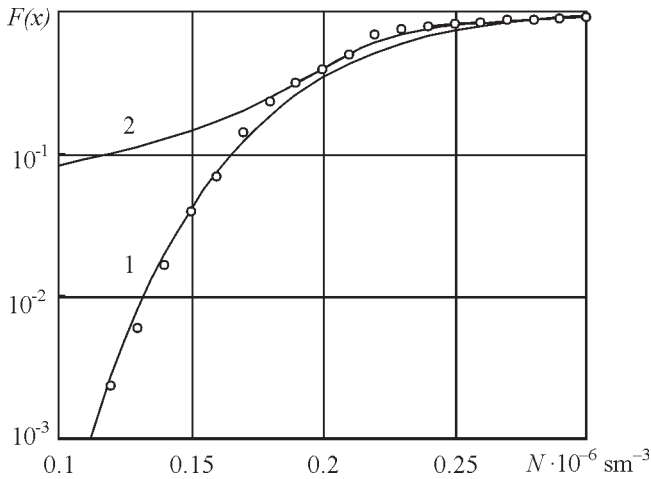


Рис. 1. Функции распределения процесса  $N(t)$

Кривой 1 нанесена логарифмически нормальная функция распределения (12), кривой 2 — функция распределения Коши (13). Хорошо видно, что логарифмически нормальное распределение достаточно точно аппроксимирует эмпирическое распределение в области небольших флуктуаций электронной концентрации вблизи фонового уровня.

На рис. 2 кружками отложены эмпирические значения вероятности превышения максимальной электронной концентрацией слоя  $E_s$  фиксированного уровня  $x$ , рассчитанные по экспериментальным данным. Кривой 1 нанесена соответствующая вероятность  $1 - F_1(x)$ , рассчитанная с помощью логарифмически нормальной функции распределения (12), кривой 2 — вероятность  $1 - F_2(x)$ , рассчитанная с помощью функции распределения Коши (13). Из рисунка хорошо видно, что anomalously большие флуктуации максимальной электронной концентрации слоя  $E_s$  вплоть до значений  $1.1 \cdot 10^6$  эл/см<sup>3</sup>, которые превышают главный ионосферный максимум в летние месяцы, адекватно описываются распределением Коши. В тоже время логарифмически нормальное распределение, полученное при условии фиксированной толщины слоя  $E_s$ , не в состоянии описать anomalously большие флуктуации максимальной электронной концентрации даже качественно.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Небольшие флуктуации максимальной электронной концентрации  $N(t)$  слоя  $E_s$  вблизи фонового уровня адекватно описываются

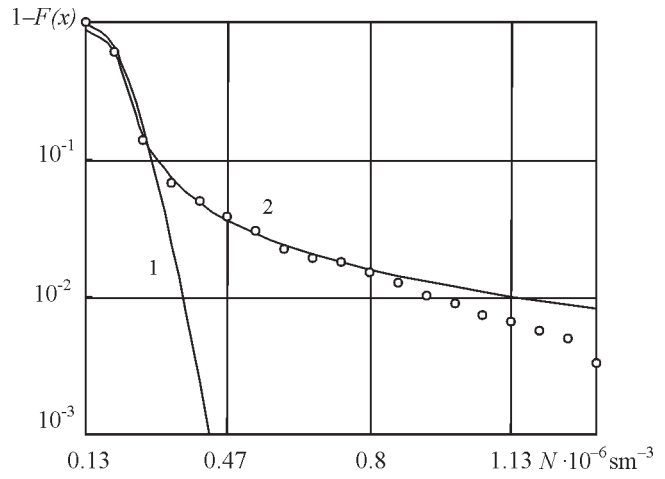


Рис. 2. Вероятность превышения процессом  $N(t)$  уровня  $x$

логарифмически нормальным законом распределения, а anomalously большие — законом Коши. Поэтому одномерную функцию распределения процесса  $N(t)$  можно представить в следующем виде:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg}\left(\frac{x - m}{E}\right), & x \geq m, \\ \Phi\left(u_{0.75} \frac{\ln x - \ln m}{\ln(E/m + 1)}\right), & x < m, \end{cases}$$

где  $u_{0.75} = 0.67448\dots$  — квантиль порядка  $3/4$  стандартного нормального распределения,  $m$  и  $E$  — соответственно медиана и срединное отклонение процесса  $N(t)$ . Это распределение составлено из распределений (12), (13) исходя из условия непрерывности функции  $F(x)$ .

Теория ветрового сдвига оказывается в состоянии объяснить относительно частое появление anomalously больших значений электронной концентрации слоя  $E_s$  при наличии сильных флуктуаций ширины ветровой системы, формирующей слой. К таким флуктуациям могут приводить по крайней мере два механизма. Первый связан с турбулентностью и, как следствие, с флуктуациями вертикальной составляющей скорости ветра. Второй основывается на экспериментально установленном факте [1] неоднократного изменения направления скорости ветра при движении по высотной координате в нижней ионосфере. Скорость ветра имеет как бы синусоидальную зависимость от высоты. При вертикальных перемещениях такой ветровой структуры

даже с постоянной скоростью относительно максимума слоя  $E_s$  эффективная ширина ветровой системы будет испытывать сильные флуктуации на высоте  $z_m$ .

Рассмотренный в этой работе механизм образования флуктуаций максимальной электронной концентрации слоя  $E_s$  коротко можно назвать ветровым сдвигом с сжатием ветровой системы. Экспериментальные исследования показывают значительную вариабельность толщины слоя  $E_s$ , причем аномально большие значения электронной концентрации соответствуют очень тонким слоям. Это полностью согласуется с рассмотренным механизмом порождения флуктуаций  $N(t)$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гершман Б.Н., Игнатъев Ю.А., Каменецкая Г.Х. Механизмы образования ионосферного спорадического слоя  $E$  на разных широтах. М.: Наука, 1976. 107 с.
2. Чавдаров С.С., Часовитин Ю.К., Чернышева С.П., Шефтель В.М. Среднеширотный спорадический слой  $E$  ионосферы. М.: Наука, 1975. 120 с.
3. Моисеев С.Н. Механизм образования и вероятностное распределение максимальной электронной концентрации слоя  $E_s$  // Геомагнетизм и аэронавигация. 1997. Т. 37. № 3. С. 107—113.
4. Лукин А.Н., Моисеев С.Н. Функция распределения частоты экранирования спорадического слоя  $E$  // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1991. Т. 34. № 8. С. 872—878.
5. From W.R. Ionospheric reflection coefficient for television signals// Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics. 1984. V. 46. № 8. P. 705—709.
6. Золотарев В.М. Одномерные устойчивые распределения. М.: Наука, 1983, 304 с.