УДК 165.63

ОБОСНОВАНИЕ МАТЕМАТИКИ В РАЦИОНАЛИСТИЧЕСКОЙ ТРАДИЦИИ ЗАПАДНОЙ ФИЛОСОФИИ

Е. И. Арепьев, И. А. Побережный

Курский государственный университет

Поступила в редакцию 3 февраля 2020 г.

Аннотация: *в статье освещаются отдельные аспекты эволюции представлений о природе математики на протяжении истории западной философии, начиная с античных времен, в рамках традиции европейского рационализма. Демонстрируется, как идея внутренней гармонии, которая была основополагающей для античных мыслителей, будучи отработанной, через определенное время возвращается уже в новом качестве.*
Ключевые слова: *природа математических истин и объектов, число, эвристический принцип.*

Abstract: *the article shows some aspects of the evolution of ideas about the nature of mathematics throughout the history of Western philosophy, starting from ancient times, within the tradition of European rationalism. It is demonstrated how the idea of inner harmony, which was fundamental for ancient thinkers, being worked out, returns after a certain time in a new quality.*
Key words: *the nature of mathematical truth and mathematical objects, number, heuristic principle.*

Философские построения возникают путем вербализации, экспликации неявного знания, систематизации, экстраполяции принятых идей на новые области действительности. Получаемые таким образом знания и выступают в качестве научных, философских результатов. Так, по-видимому, получены формулировки законов диалектики, «философской» логики, сформулировано понятие и определена роль практики [1, с. 3–14] и т. п. В этом, по существу, и состоит философский способ открытия и обоснования. Подобным образом можно подойти к проблеме онто-гносеологических основ математического знания.

Для придания ясности основаниям этой области необходимо объяснить множество математических понятий и объектов, относящихся, прежде всего, к исходным, базисным составляющим различных разделов и теорий. Объяснение можно понимать в данном случае как выявление философского, онто-гносеологического смысла. Подобное выявление имеет наглядный аналог в естествознании, когда, например, вместе с математическим описанием явления или процесса описывается, раскрывается его так называемый «физический смысл». Однако это не означает возможности отождествления математики или ее оснований с эмпирическими науками. Объекты и законы математики, в отличие от объектов и законов естествознания, не являются абстракциями от эмпирически воспринимаемых предметов и явлений или производными от этих абстракций.

Важно отметить, что подобные изыскания, как нам представляется, должны приносить непосредственную пользу для самой математики, а не только для области ее философских оснований. Однако явная востребованность онто-гносеологического истолкования математического знания не возникает ежедневно во всех областях, она может проявляться в тех или иных разделах, на периферийных участках, где осуществляется эвристический процесс, где наработанных математических методов и устоявшихся представлений оказывается порой недостаточно для решения возникающих проблем. И, наконец, в процессе развития науки наступают периоды, когда ее обширнейшие разделы начинают явно нуждаться в определении наиболее приемлемого, адекватного варианта соотнесения их исходных принципов и установок с действительностью и процессом познания. Например, таким революционным этапом развития геометрии явился период, связанный с важнейшим открытием – разработкой неевклидовой геометрии Н. И. Лобачевским, продолженной в различных версиях европейскими математиками, период преодоления кризиса «наивной» теории множеств в математике и др.

В связи с этим вполне очевидна также необходимость осмысления, обобщения и актуализации наследия различных этапов эволюции человеческого знания, этапов развития науки, наследия возникающих в этом процессе течений. Особое значение, на наш взгляд, имеет рационалистическая традиция в европейской философии и науке.

Рациональная форма философствования, возникающая в Древней Греции, оказывает, как известно, определяющее влияние на последующее формирование рационалистической традиции философской мысли. «Первоначально греки занимались математикой, имея одну основную цель – понять, какое место занимает во Вселенной человек в рамках некоторой рациональной схемы» [2, с. 54]. Система знания, основанная на математической науке, оказывала им помощь в нахождении порядка в хаосе, в обнаружении основных принципов строения мира. Именно математика была наиболее «теоретической» наукой, т. е. наукой, позволяющей вести исследование. В математике греков появляется идея доказательства, логически обоснованного вывода, что является огромным качественным сдвигом в системе знания эпохи, формирует одну из важнейших основ рационализма, который стал в дальнейшем наиболее влиятельной традицией европейской философии. Эта традиция, пронизывающая всю западную философию, сыграла определяющую роль в формировании современной науки, базу которой образует математика.

Школа Пифагора является, по-видимому, первой, где была сформирована философская теория математики. Пифагорейцы считали математическое знание основой всякого знания вообще. Математическое учение школы Пифагора выходит за рамки математики в современном ее понимании, поскольку затрагивает философскую проблему сущности математического знания, отношения математических объектов к бытию.

Пифагор считал, что в основе всего лежит число, и все существующие в мире вещи определены числами или их отношениями. «Начало всего – единица; единице как причине подлежит как вещество неопределенная двоица; из единицы и неопределенной двоицы исходят числа; из чисел – точки; из точек – линии; из них – плоские фигуры; из плоских – объемные фигуры; из них – чувственно-воспринимаемые тела, в которых четыре основы – огонь, вода, земля и воздух» [3]. Все вещи и все геометрические фигуры подобны числам, – считает Пифагор. Например, числам один, два, три и четыре соответствуют такие геометрические объекты, как точка, прямая, квадрат и куб. Идеальным, священным числом, выражающим Божественную сущность, пифагорейцы считали десятку, которая является суммой этих чисел. Музыкальная гармония, по Пифагору, также основана на числовых отношениях.

«Все есть число» – основной тезис пифагорейской философии. Всякая вещь и всякий процесс, таким образом, могут быть определены количественно. Философия Древней Греции была нацелена на отыскание первоначала мира. У Фалеса таким первоначалом была вода, у Гераклита – огонь, а у Пифагора – число. Познание мира превращается в мистику чисел и геометрических фигур, а критерием истинности становится соответствие числовой гармонии. Таким образом, понятие числа у Пифагора носило мистический и сакральный смысл. Пифагор считал, что познать мир – значит познать управляющие им числа, числовые комбинации и отношения. Этот принцип сам по себе выступает важным ориентиром, предпосылкой последующего становления научного знания [4].

Пифагорейские представления получили «теоретическое обоснование и весьма четкое выражение в сочинениях Платона» [5, с. 38]. У Платона математические объекты представляются как реально существующие в трансцендентном мире идей – общих понятий. Число пронизывает у Платона всё бытие от начала до конца. А. Ф. Лосев отмечает: «Каждое число Платон понимает как ту или иную структуру. …Отвлекаясь от материального содержания вещи и оставляя только те точки, которые указывают на строение самой вещи, мы и получаем группу определенным образом расположенных точек; а эта группа точек и есть то, что Платон называет числом» [6, с. 370]. Лосев также обращает внимание на «силовую», «энергийную» природу чисел у Платона: «…число у Платона есть то, что создает собою вещи и весь их распорядок. Число является как бы каким-то заряженным оружием, и заряженность эта есть заряженность бытием и самой действительностью» [там же]. Платон пытается выразить в числах все главнейшие явления общественно-политического устройства. Например, количество граждан его идеального государства должно быть равно 5040. Число для Платона – структурно-организующий принцип, обеспечивающий оформленность и организованность жизни. В конечном счете, число у Платона оказывается выше всякой деятельности, и даже мышления, поскольку все виды деятельности требуют наличие числа и наука о числе «непременно влечет к сущности».

В философии Платона мы также обнаруживаем формулировку главных принципов рационализма, последовательное и глубокое его обоснование. Наряду с превосходством разума как высшей способности души утверждается абсолютный приоритет математического знания и математических методов в познании мира. Это было связано с рациональной «чистотой» математики, отсутствием в ней какой бы то ни было «чувственной компоненты». Дело в том, что в математике с реальных объектов акцент переносится на абстрактные отношения между ними, и при этом их природа становится несущественной. Это и есть та рационалистическая традиция, родоначальником которой был Платон, стремясь дать всему онтологическое обоснование.

Аристотель деонтологизирует математику. Он считает, что математические объекты, в отличие от физических, имеют абстрактное значение. Именно в силу своей неонтологичности математика получает высший статус. При анализе математики для Аристотеля важны формальность, точность и доказательность хода мысли. Универсальность математики, по Аристотелю, определяется не ее онтологическим характером, а универсальностью ее логических характеристик. В качественном плане античные установки оказали огромное влияние на последующее развитие философской мысли, развитие математической методологии вплоть до XIX в.

Математику эпохи Возрождения следует, прежде всего, связать с именем Г. Галилея, который считал ее языком «книги природы». Также он сформулировал парадокс, названный «парадоксом Галилея»: натуральных чисел существует столько же, сколько их квадратов, хотя большая часть натуральных чисел квадратами не являются. Рассмотрение Галилеем природы бесконечных множеств и их классификация привели в будущем к созданию теории множеств. В это время математика вышла за пределы знаний, полученных от греков. Были введены позиционная десятичная система счисления, дробные и отрицательные показатели степени. Были сформированы предпосылки для изучения переменных величин.

Новая эпоха, начинающаяся с XVI–XVII вв., новый человек в европейской истории этого времени находят отражение в глубоких теоретических трансформациях и становлении новой математики. «Возросшая роль математизированного естествознания … приводит к постановке и разработке важнейших философских проблем, среди которых проблема метода познания занимает центральное место» [7, с. 44].

Математика открывается не как некая «чистая» наука, далекая от реального мира, а как наука, вовлеченная во все его процессы. Простым и ясным казался ответ о том, почему математика вообще применима к реальному миру? Будучи глубоко убежденными в том, что мир создан Богом, ученые считали, что гармония и строгий порядок представляют собой реализацию заданных математикой отношений. Познание математики является ключом к познанию мира. Так, Р. Декарт полагал, что математические конструкции являются достаточным основанием для дедуктивного вывода новых истин о мире, ибо благодаря Богу мышление человека может соответствовать реальности. Аналогичной точки зрения придерживались Г. Галилей, И. Ньютон, Г. Лейбниц и другие математики той эпохи [8, с. 43].

И. Ньютон вводит в математику непрерывные и переменные величины. Наряду с этим математика Западной Европы переживает бурный процесс алгебраизации. Из математики исламской культуры приходит алгоритмический метод, подчеркнутое пристрастие к знанию, сформулированному в виде правил и рецептов. Алгебраическая форма математики получила в Европе обоснование только в XVII в. – у Декарта (а потом и у Лейбница), так как это потребовало не просто математической, а философской аргументации.

Вышедшая в 1637 г. в качестве приложения к «Рассуждению о методе» «Геометрия» Декарта начинается словами: «Все задачи геометрии можно легко привести к таким терминам, что для их построения нужно будет затем знать лишь длину некоторых прямых линий» [9, с. 11]. Демонстрируя в своей книге мощь нового метода аналитической геометрии, Декарт существенно трансформирует само понимание этой науки. Причины этой трансформации связаны с глубокими изменениями мировоззренческого горизонта математики, с новыми ценностными ориентирами науки Нового времени.

Если в Древней Греции геометрия подчеркивала важность целостного постижения геометрических образов, то Декарт переходит к алгебраизации геометрии. Г. Лейбниц же считал, что математические истины сводимы к системе самотождественных утверждений, поскольку они являются врожденными. «Математика и метафизика образуют, по Лейбницу, систему необходимых истин, противостоящих случайным истинам, взятым из опыта» [10, с. 40].

Фундаментальную эвристическую роль играли те принципы, которые Лейбниц выдвинул в качестве оснований человеческого знания, таких как принцип достаточного основания. Лейбниц поставил перед собой задачу разработать универсальный метод, с помощью которого можно было бы овладеть наукой и проникнуть в сущность мироздания. Его идея «общей науки» во многом опиралась на непротиворечивость и доказательность как математические принципы. Идеи Лейбница в дальнейшем привели к созданию символической математической логики.

Говоря о природе исходных понятий и принципов исчисления бесконечно малых, разработанного упомянутыми мыслителями, можно предположить, что эффективность приложения дифференциального исчисления к изучению движения вообще и, в частности, механического перемещения тела, а также к определению скорости изменения различных величин, свидетельствует, что сущностные основания дифференциального исчисления, в числе прочего, могут быть истолкованы как абстрактное отражение количественных характеристик динамичных объектов, явлений и процессов материального мира.

Интегральное же исчисление эффективно при решении задач на вычисление объемов, площадей, длин пространственных, плоских и одномерных (кривых, например) фигур соответственно. Таким образом, его можно истолковать как раздел математики, основания которого включают в себя абстрактное отражение количественных характеристик статичных объектов материального мира. Оба исчисления в качестве ключевого понятия содержат понятие бесконечно малого, которое можно охарактеризовать, например, как минимальный шаг непрерывности. Поэтому основы этих исчислений в сущностном плане могут рассматриваться как отражение динамических и статичных компонентов непрерывности материального мира.

Рассуждая аналогичным образом, можно выяснить, что теория вероятности и ее производные, такие как математическая статистика, имеют, с одной стороны, важной сферой своего приложения процессы и явления, в самой природе которых содержится вероятность или случайность, а с другой – процесс познания различных явлений, т. е. изучают погрешности и неточности нашего познания. Сюда входят и азартные игры, включающие в себя оба аспекта и являющиеся продуктом человеческого разума. Исходя из этого можно предположить, что в сущностном аспекте основы теории вероятности представляют собой наиболее абстрактное, количественное выражение отношений возможностей наличия, реализованных возможностей и альтернатив.

Одним из наиболее ярких продолжателей идей Лейбница был немецкий логик и философ Готтлоб Фреге, которому принадлежит «первая в истории науки формальная логическая система» [11, с. 8]. В своей работе «Целое число» Г. Фреге отстаивает реалистическую позицию во взглядах на природу математики как науки и числа как основного понятия математики.

В основе понимания логики у Г. Фреге лежало глубокое убеждение в объективности исчисления высказываний и предикатов, объективности, которая, по его мнению, имела основанием объективность мысли. Но в отличие от мира вещей, мир мыслей носит вневременной и внепространственный характер. И здесь Фреге развивает собственный, достаточно оригинальный вариант концепции реализма-платонизма. Мысль, как нечто объективное, не нуждается в носителе мысли (человеке), тем более что человек всегда обладает пространственно-временными характеристиками. Логические законы являются «возможностью существования понятий» [12, с. 90]. Мышление не создает мыслей – оно только постигает их. Исходя из этого законы логики не похожи на нормы морали или законы права. Законы логики и разум «…принадлежит реальности, сущему в той же мере, в которой относятся к реальности все возможности ее … существования» [13, с. 233].

В заключение отметим, что в европейской традиции понимание природы математических объектов, критерии истинности утверждений претерпели значительную трансформацию. Утверждая истинность теории, античный мыслитель опирался на те или иные избранные «совершенные» математические формы. Современный ученый в подобной ситуации апеллирует исключительно к опыту, логическим следствиям теории и не стремится более к идеальной внутренней законченности. Однако в истории математики имеет место тот факт, что независимо друг от друга появляются «одни и те же математические конструкции» [14, с. 56]. В науке XX в. математика обнаружила некоторые принципиально новые функции. Она всё более стала выступать как эвристическое средство, как система представлений, которая может идти впереди знания и в определенной мере формировать его структуру. Пифагорейская идея внутренней гармонии из критерия истинности превратилась в один из эвристических принципов.

Литература

1. *Арепьев Е. И.* Метафизический агностицизм и нигилизм аналитических концепций / Е. И. Арепьев // Актуальные проблемы социогуманитарного знания : сб. науч. трудов кафедры философии МПГУ. – М. : Прометей, 2003. – Вып. XVI. – С. 3–14.

2. *Стройк Д. Я.* Краткий очерк истории математики : пер. с нем. / Д. Я. Стройк. – 5-е изд., испр. – М. : Наука : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 256 с.

3. *Лаэртский Диоген.* О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов / Диоген Лаэртский // Философское наследие. – Т. 99. – URL: https://filosof.historic.ru/books/item/f00/s01/z0001032/st065.shtml (дата обращения: 14.01.2020).

4. *Беляев Е. А.* Философские и методологические проблемы математики / Е. А. Беляев, В. Я. Перминов. – М., 1981. – 217 с.

5. *Гайденко П. П.* Греческая философия в ее связи с наукой / П. П. Гайденко. – М., 2000. – 319 с.

6. *Лосев А. Ф.* История античной эстетики. Софисты. Сократ. Платон. / А. Ф. Лосев. – М. : АСТ, 2000. – 846 с.

7. *Арепьев Е. И.* Аналитическая философия математики / Е. А. Арепьев. – 2-е изд., доп. – Курск : Изд-во Курск. гос. пед. ун-та, 2003. – 191 с.

8. *Яшин Б. Л.* Математика в контексте философских проблем : учеб. пособие / Б. Л. Яшин. – М. : МПГУ, 2012. – 110 с.

9. *Декарт Р.* Геометрия : с приложением избранных работ П. Ферма и переписки Декарта / Р. Декарт ; пер., прим. и ст. А. П. Юшкевича. – М.–Л. : Гостехиздат, 1938. – 297 с.

10. *Перминов В. Я.* Априорность и реальность исходных представлений математики / В. Я. Перминов // Вестник Московского университета. Серия 7, Философия. – 2010. – № 4. – С. 24–44.

11. *Фреге Г.* Логика и логическая семантика : сб. трудов / Г. Фреге ; пер. с нем. Б. В. Бирюкова. – М. : Аспект Пресс, 2000. – 512 с.

12. *Арепьев Е. И.* Домножественная реалистическая интерпретация онто-гносеологических основ математики / Е. И. Арепьев // Вопросы философии. – М., 2010. – № 7. – С. 82–92.

13. *Арепьев Е. И.* Природа чисел в свете расширенной трактовки действительности / Е. И. Арепьев // Российский гуманитарный журнал. – 2014. – Т. 3, № 4. – С. 229–236.

14. *Мазуров В. Д.* Философия математики / В. Д. Мазуров // Вестник Уральского института экономики, управления и права. – 2016. – № 1. – С. 56–67.

Курский государственный университет

Арепьев Е. И., доктор философских наук

Побережный И. А., аспирант кафедры философии

E-mail: ivan.poberezhnyy@gmail.com

Kursk State University

Arepiev E. I., DSc in Philosophical Sciences

Poberezhnyi I. A., Post-graduate Student of the Philosophy Department

E-mail: ivan.poberezhnyy@gmail.com