

ВОЗМОЖНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ С ПОМОЩЬЮ ЛАЗЕРНОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА

Ю. В. Антонов*, И. Ю. Антонова*, В. В. Бочкарев**, Р. А. Даишев**, А. Ф. Скочилов***

*Воронежский государственный университет

**Казанский федеральный университет

*** Научный центр гравитационно-волновых исследований «Дулкын»
Академии наук Республики Татарстан

Поступила в редакцию 28 февраля 2013 г.

Аннотация: Проанализированы результаты измерений гравитационно-волнового детектора «Дулкын». Результаты измерений детектора сравнивались с расчетными данными лунно-солнечных вариаций силы тяжести. Сделан вывод, что лазерный интерферометр отражает в своих показаниях влияние притяжений Луны и Солнца.

Ключевые слова: гравитационные волны, лазерная измерительная установка, лунно-солнечные вариации силы тяжести.

Abstract. The results of measurements of the gravitational and wave detector “Dulkyn” were analyzed. The results of measurements of the detector were compared with calculation data of tidal gravity variations. Concluded, that the laser interferometer reflects the influence of attractions of the Sun and the Moon in the registrations.

Key words: gravity waves, laser measuring equipment, tidal gravity variations

Датчики измерения гравитационного поля по сравнению с датчиками других геофизических полей до сих пор остаются наиболее консервативными. Все новшества в гравитационном приборостроении относятся в основном к съему и обработке измерений, т.е. практически к увеличению производительности труда.

К сожалению, создание гравиметров на современной элементной основе продвигается очень медленно. В последнее время появились приборы (преимущественно в аэроварианте) на основе левитирующего пробного тела в электромагнитном поле, а также с помощью струнных датчиков. Но у всех современных гравиметрических приборов один общий недостаток. Датчики реагируют не только на силу тяжести, но отражают и динамику окружающей среды, т.е. гравиметры одновременно фиксируют гравитационное и сейсмическое поля.

Ранее в [1, 2, 3, 5, 6] рассмотрен вопрос об использовании в качестве чувствительного элемента для измерения гравитационного поля оптическое излучение. Краткая суть этого предложения заключается в следующем.

В [4, 5] на основе ковариантного обобщения теории Лэмба исследовалось влияние гравитационного поля Земли на частоту генерации газового лазера. Исследование было проведено в рамках полуклассического приближения, когда электромагнитное и гравитационное поля описывались классически, а активная среда – квантово-механически. С одной стороны, процесс формирования макроскопического электромагнитного поля в генерирующей среде предопределяется релятивистскими по своей сути уравнениями Максвелла, куда гравитационное поле входит в виде метрических коэффициентов и их производных; с другой стороны, именно механическая подсистема – резонатор, эволюционирующая в поле тяжести по иным законам, производит селекцию гармоник.

Для газового лазера с резонатором Фабри-Перо были получены уравнения генерации оптического излучения с учетом ньютоновского гравитационного потенциала Φ :

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dt} + \omega - \Omega_{m0} \left(1 + \frac{2\varphi}{c^2} \right) &= \\ &= -2\pi\omega \left(1 - \frac{2\varphi}{c^2} \right) (\chi'_a + \chi'_b), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} + \frac{\Delta\Omega_R}{2} \left(1 + \frac{\Phi}{c^2} \right) E = \\ = -2\pi\omega \left(1 - \frac{2\Phi}{c^2} \right) (\chi_a'' + \chi_b'') E, \end{aligned} \quad (2)$$

где E и Φ – медленно меняющиеся амплитуда и фаза генерируемой электромагнитной волны, c – скорость света, ω – частота генерации лазера,

$\Omega_{m0} = \frac{\pi mc}{L}$ – собственная продольная частота m -ной моды резонатора в отсутствие гравитационного поля, (χ_a', χ_b') и (χ_a'', χ_b'') – действительные и мнимые части нелинейных восприимчивостей активной среды и поглощающего газа, соответственно, $\Delta\Omega_R$ – ширина линии пустого резонатора, а $L = L_0(1 + \xi \frac{\Phi}{c^2})$ – его длина, причем параметр ξ определяется решением эластодинамической задачи эволюции механической длины резонатора в поле тяжести (L_0 – собственная длина в отсутствие гравитационного поля).

При наличии в резонаторе ячейки с нелинейно поглощающим газом частота генерации лазера $\omega = \omega_B$ определяется собственной частотой поглощения атомов ячейки ω_b^0 , находящихся в гравитационном поле,

$$\omega_B = \omega_b^0 \left(1 + \frac{\Phi}{c^2} \right), \quad (3)$$

поэтому такой лазер можно рассматривать как некие **микроскопические** (точечные) квантовые «часы», скорость хода которых определяется электронным переходом в атомах поглощающего газа.

В случае лазера без поглощающей ячейки внутри резонатора частота генерации $\omega = \omega_{Res}$ определяется собственной частотой резонатора Ω_{m0} :

$$\omega_{Res} = \Omega_{m0} \left(1 + \frac{2\Phi}{c^2} \right). \quad (4)$$

В формуле (4) учтен электродинамический вклад в ω от изменения гравитационного потенциала, но существует также эластодинамический вклад, который проявляет себя через изменение расстояния $L(t)$ между упруго связанными зеркалами резонатора Фабри-Перо под действием переменного потенциала $\Phi(t)$. Величина $L(t)$ определяется решением эластодинамической задачи об эволюции механической длины резонатора в пере-

менном гравитационном поле. Такой лазер можно рассматривать как некие **макроскопические** (протяженные) «часы», скорость хода которых зависит от оптической длины резонатора.

Для экспериментов, проводимых на Земле, изменение гравитационного потенциала Φ за счет орбитального движения последней вокруг Солнца по эллиптической орбите и влияния гравитационного поля Луны можно представить в виде $\Phi(t, \mathbf{r}) = \Phi_0 + \Delta\Phi(t) + \mathbf{g}(t) \cdot \mathbf{r}$, где $\mathbf{g}(t)$ – градиент потенциала.

На изменение частоты хода атомных (точечных) часов оказывает влияние только величина $\Delta\Phi(t)$, в то время как для часов, связанных с оптическим резонатором, существенное влияние (тем большее, чем длиннее размеры резонатора) может оказывать также изменение со временем градиента потенциала $\mathbf{g}(t)$.

Релятивистское уравнение для вектора малых смещений U_i ($i, k = 1, 2, 3$) упругой однородной изотропной среды имеет вид (точка над буквой означает дифференцирование по времени, запятая – по пространственной координате, по повторяющимся индексам подразумевается суммирование)

$$\ddot{U}_i - \frac{3\lambda}{\rho} \theta_{,i} - \frac{\mu}{\rho} (U_{i,kk} + U_{k,ik}) = 0, \quad \theta \equiv U_{k,k}, \quad (5)$$

где $\lambda, \mu = \text{const}$ – коэффициенты Ламе, связанные с продольными и поперечными скоростями упругих волн в среде с плотностью ρ соотношениями

$$a_l = \sqrt{\frac{\lambda + \mu}{\rho}} \quad \text{и} \quad a_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}.$$

Уравнение распространения упругих колебаний (5) дополняется системой граничных условий:

$$\left[(\lambda\theta\delta_{ik} + 2\mu U_{ik}) N^k \right]_{\Sigma} = F_i + Q_i \quad (6)$$

где

$$Q_i = - \left[C_{iknm} \left(\frac{\Phi(t) + g_k(t)x^k}{c^2} \right) \delta_{nm} N^k \right]_{\Sigma},$$

$$C_{ikmn} = \lambda\delta_{ik}\delta_{mn} + \mu(\delta_{im}\delta_{kn} + \delta_{in}\delta_{km}),$$

N^k – единичный три-вектор внешней нормали к поверхности Σ , F_i – внешняя поверхностная сила негравитационного происхождения, δ_{ik} – символ Кронекера.

Решая уравнения (5)–(6), можно получить следующее выражение для механической длины резонатора, имеющего форму одномерного упругого стержня:

$$L(t) = L_0 + \frac{\varphi(t)L_0}{c^2} + \frac{g_L(t)L_0^2}{2a_1^2}, \quad (7)$$

где $g_L(t)$ – проекция градиента потенциала на направление вдоль стержня.

Подставляя (7) в формулу (4) получим

$$\omega_{Res} \cong \omega_0 \left[1 + \frac{\varphi(t)}{c^2} - \frac{g_L(t)L_0}{2a_1^2} \right], \quad \omega_0 = \frac{\pi mc}{L_0}. \quad (8)$$

Пусть лазер с поглощающей ячейкой в резонаторе находится в точке с потенциалом $\varphi_1(t) = \varphi_0 + \Delta\varphi(t) + g_z(t)h_1$, а лазер без ячейки в точке с потенциалом $\varphi_2(t) = \varphi_0 + \Delta\varphi(t) + g_z(t)h_2$, тогда для разности частот генерации между ними будем иметь ($\omega_b^0 \cong \omega_0$)

$$\omega_b - \omega_{Res} = \omega_0 \left[\frac{g_z(t)\Delta h}{c^2} + \frac{g_L(t)L_0}{2a_1^2} \right], \quad (9)$$

где $\Delta h = (h_1 - h_2)$ – разность высот.

Формула (9) показывает, как можно использовать оптическое излучение, генерируемое лазерными системами, в качестве чувствительного элемента для измерения параметров гравитационного поля.

В работе [3] описана двухрезонаторная лазерная система (ДЛС), содержащая сигнальный и опорный резонаторы, в которых генерируются с помощью единой He-Ne активной среды оптические излучения со взаимно-ортогональными линейными поляризациями. Вспомогательной оптической системой является моноблочный ситалловый He-Ne/CH₄ лазер – эталон частоты, который стабилизируется по нелинейному сверхузкому резонансу поглощения молекулы метана. Электронная система фазовой автоподстройки частоты осуществляет привязку частоты генерации опорного резонатора ДЛС к частоте генерации эталонного лазера. Это эквивалентно присутствию в опорном резонаторе поглощающей метановой ячейки.

В штатном рабочем состоянии сигнальный резонатор находится в режиме свободной генерации с частотой ω_{Res} , зависящей от его оптической длины, а частота генерации опорного резонатора определяется электронным переходом в молекуле метана ω_{CH_4} . Измеряемой величиной является разность частот (при работе на разностной частоте) или разность фаз (при работе в зоне захвата частот) сигнального и опорного резонаторов ДЛС. В последнем случае ДЛС можно рассматривать как активный двухплечевой интерферометр.

Оптические оси резонаторов лежат в горизонтальной плоскости, поэтому $\Delta h = 0$ и выражение для разности частот можно представить в виде

$$\omega_{CH_4} - \omega_{Res} = \omega_0 (\beta_{CH_4} - \beta_{Res}) \frac{\Delta\varphi(t)}{c^2} + \Delta\omega_G(t), \quad (10)$$

где

$$\Delta\omega_G(t) = K\omega_0 \cdot \frac{g_L(t)L_0}{2a_1^2}$$

– вклад в сдвиг частоты сигнального резонатора, обусловленный временными изменениями градиента потенциала, а безразмерный коэффициент K зависит от конкретной формы и крепления упругого основания ДЛС (для модели одномерного стержня $K=1$). Безразмерные величины β_{CH_4} и β_{Res} характеризуют степень возможного отклонения от универсальности закона гравитационного «красного» смещения, следующего из Эйнштейновского принципа эквивалентности (ЭПЭ), для часов «CH₄» и «Res», соответственно.

Согласно принципу локальной позиционной инвариантности (ЛПИ), являющемуся составной частью ЭПЭ, гравитационное смещение частоты хода часов является универсальным и не должно зависеть от типа используемых часов, т.е. величины β_{CH_4} и β_{Res} в Общей теории относительности должны быть строго равны нулю. Однако попытки создания квантовой теории гравитации приводят иногда к необходимости нарушения ЭПЭ на некотором уровне, и, тем самым, стимулируют проведение экспериментальной проверки ЭПЭ, и, в частности принципа ЛПИ, со все возрастающей степенью точности.

С целью проверки принципа ЛПИ был проведен долговременный эксперимент [3], во время которого ДЛС находилась в режиме захвата частот и производилась непрерывная запись разности фаз сигнального и опорного резонаторов в периоды с 24 сентября по 30 декабря 2008 года (Серия-1) и с 18 января по 5 марта 2009 года (Серия-2). Установлен верхний предел $|\beta_{Res} - \beta_{CH_4}| \leq 9.09 \cdot 10^{-3}$, характеризующей точность выполнения принципа ЛПИ, для чего в массиве экспериментальных данных был определен уровень составляющей с годовым периодом, соответствующим изменению гравитационного потенциала от Солнца на орбите Земли:

$$\frac{\Delta\varphi(t)}{c^2} \approx 1.65 \cdot 10^{-10} \cos \left[\frac{2\pi}{365.25} (t - t_0) \right],$$

где время t , прошедшее от t_0 (4 января 2009 года), измеряется в сутках. Поскольку для определения верхнего предела использовались данные, усредненные за сутки, на его точность не могло сказаться наличие вариаций разности фаз, обусловленных изменением градиента потенциала $g(t)$, не имеющего спектральных составляющих с периодом больше 24 часов.

Полученные результаты авторы статьи попытались оценить с точки зрения использования их для измерения силы тяжести. В первую очередь надо было установить: что измеряет интерферометр, т.е. отмечает ли он изменения гравитационного поля; Работает ли он в режиме гравиметра или сейсмографа; Для этого необходимо сравнить наблюдения интерферометра и изменение силы тяжести Луны и Солнца.

Измерения интерферометра отягчены многочисленными погрешностями, имеющими различное происхождение. И если для решения первоначально поставленной задачи лазерной интерферометрии, когда берется многомесячный интервал наблюдений, погрешности измерений компенсируются в результате суммирования, то для решения гравиметрических задач необходимо рассмотреть измерения на более коротких отрезках. Изменения лунно-солнечных вариаций носят периодический (может быть, точнее квазипериодический) характер, поэтому надо рассматривать отрезки ближе к суточному периоду. Все трансформации, проводимые с наблюдениями при обработке, надо тоже приспособлять к этому же отрезку.

Наблюдаемые значения интерферометра можно записать в виде

$$U(t) = g(t) + p_n(t) + \delta(t), \quad (11)$$

где $U(t)$ – наблюдаемые значения интерферометра, $g(t)$ – значения интерферометра, определяемые лунно-солнечными вариациями силы тяжести, $p_n(t)$ – полиномиальная часть показаний интерферометра, $\delta(t)$ – случайные погрешности измерений.

Относительно полиномиальной части показаний дадим следующие пояснения. Все материалы, из которых состоят измерительные приборы, имеют свойство изменять свои характеристики со временем, несмотря на все ухищрения при изготовлении приборов (стабилизация температурного режима, давления и т.д. и т.п.). В качестве примера можно привести изменения нуля-пункта в гравиметре, когда при соблюдении всех ограниче-

ний, показания гравиметра тем не менее меняются во времени. Сюда же можно отнести изменение длинно-периодных сейсмо-гравитационных волн [7]. Правда, указанные изменения носят плавный характер, и они могут быть описаны полиномом не выше второй степени. Что же касается изменения лунно-солнечных вариаций силы тяжести, то они в первом приближении рассчитываются по формуле

$$g = G(m/M) \sin^3 p (1 - \cos^2 z), \quad (12),$$

где G – среднее значение силы тяжести для Земли, m – масса Земли, M – масса Луны (Солнца), Z – угол между направлениями на зенит и Луну (Солнце), p – горизонтальный экваториальный параллакс.

Таким образом, лунно-солнечные вариации описываются косинусоидальной периодической функцией. На самом деле, вследствие суточного вращения Земли и движения Земли, Луны и Солнца по своим орбитам приливообразующая сила в каждой точке на поверхности Земли непрерывно меняется во времени, никогда точно не повторяясь. Однако приливные силы можно представить как сумму большого числа строго периодических составляющих, определяемых из теории движения Луны вокруг Земли и Земли вокруг Солнца. Например, таблицы, составленные английским учёным Д. Картрайтом (1973), содержат около 500 членов. Так как притяжения Луны и Солнца складываются и имеют разные периоды, то практически мы имеем дело к квазипериодической функцией с основным периодом 25,8 ч (лунная волна O1).

Теперь рассмотрим, как трансформируются при осреднении составляющие $g(t)$, $p_n(t)$ и $\delta(t)$ в формуле (11). Интегральный аналог осреднения записывается как [4]

$$U(t) = \frac{1}{2\tau} \int_{t-\tau}^{t+\tau} U(t-\tau') d\tau' \quad (13)$$

Если в формулу (13) подставим $\delta(t)$, то естественно получим нуль. Если же в формулу подставим $p_n(t)$ (пусть в первом приближении $p_n(t) = a + bt$), то получим

$$\frac{1}{2\tau} \int_{t-\tau}^{t+\tau} [a + b(t-\tau')] d\tau' = p_n(t), \quad (14)$$

т.е. никакой зависимости от параметра τ нет.

Наконец подставим $g(t) = k \cos(t-\tau)$

$$\frac{1}{2\tau} \int_{t-\tau}^{t+\tau} k \cos(t-\tau') d\tau' = k \cos(t-\tau) \frac{\sin \tau}{\tau}, \quad (15)$$

где k – некоторая константа, определяемая массой притягивающих тел и параллаксом. Отношение $\frac{\sin \tau}{\tau}$ широко известно (первый замечательный предел, если τ стремится к нулю) и легко рассчитывается (рис. 1)

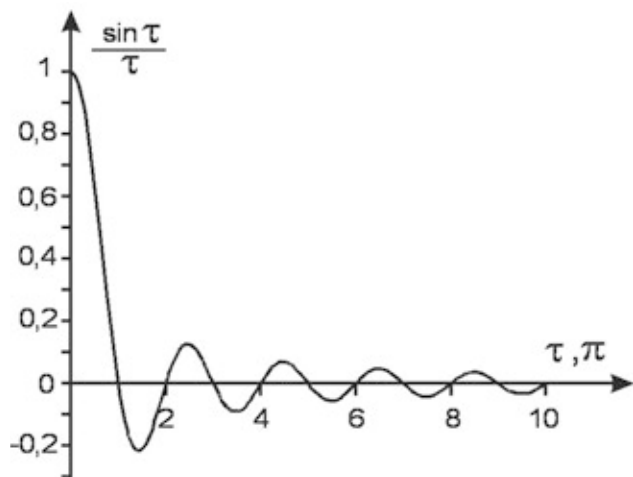


Рис. 1. Характер изменения трансформирующей функции $\frac{\sin \tau}{\tau}$ в зависимости от интервала осреднения

Проведем осреднение с параметрами τ_1 и τ_2 .

$$U_1(t) = k \cos(t - \tau) \left(\frac{\sin \tau_1}{\tau_1} \right) + p_n(t), \quad (16)$$

$$U_2(t) = k \cos(t - \tau) \left(\frac{\sin \tau_2}{\tau_2} \right) + p_n(t). \quad (17)$$

После этих преобразований найдем разность между формулами (16) и (17) получим условно «чистую трансформанту», которая определяется только полезным сигналом.

$$U_T(t) = k \cos(t - \tau) \left(\frac{\sin \tau_1}{\tau_1} - \frac{\sin \tau_2}{\tau_2} \right), \quad (18)$$

где $U_T(t)$ – разность осредненных функций при различных интервалах осреднения (2τ).

Далее возьмем (точнее рассчитаем) лунно-солнечные вариации силы тяжести в тех же временных отрезках, что и для измерений на интерферометре, и проведем то же самое осреднение с теми же параметрами τ_1 и τ_2 . В этом случае сравнение будет более или менее адекватным.

В качестве исходного материала взяты наблюдения интерферометра с 24 сентября по 31 декабря 2008 г. Дискретизация наблюдений равна одной минуте. С тем же шагом рассчитаны лунно-солнечные вариации силы тяжести. Осреднение

проведено с параметрами $\tau_1=500$ и $\tau_2=1000$ мин, т.е. интервалы осреднения равны соответственно 1000 мин (16,7 ч) и 2000 мин (33,3 ч). Результаты обработки приведены на рис. 2. Большинство максимумов и минимумов лунно-солнечных вариаций силы тяжести совпадает с наблюдениями интерферометра (рис. 3). Но вместе с тем имеются случаи, когда имеет место обратная ситуация. Причем наблюдается слабая закономерность, когда после совпадения экстремумов одного знака на определенном отрезке, вдруг начинается смещение фаз вплоть до того, что вариации и показания интерферометра имеют обратные фазы (рис. 3). Одной из причин может быть то, что гравиметр реагирует не только на изменение лунно-солнечных вариаций силы тяжести, но и на сейсмические колебания. Не исключено, что это связано с собственными колебаниями Земли [7], но этот вопрос требует дополнительного исследования.

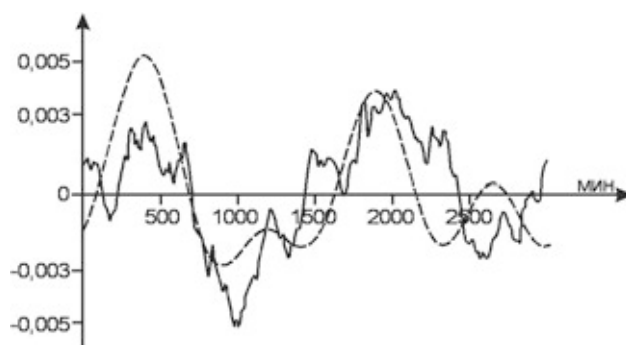


Рис. 2. Сопоставление трансформант осреднения наблюдаемых значений интерферометра и расчетных лунно-солнечных вариаций: 1 – трансформанта осреднения лунно-солнечных вариаций; 2 – трансформанта осреднения наблюдаемых значений интерферометра

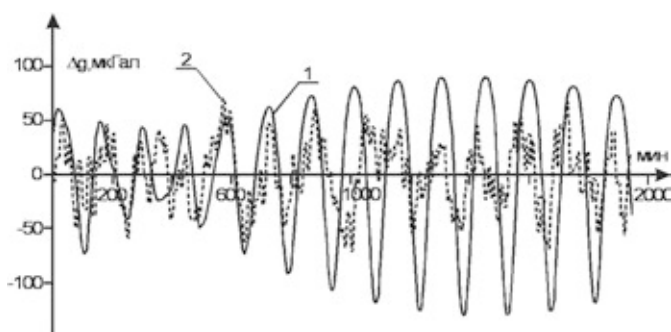


Рис. 3. Изменение фаз трансформант осреднения наблюдаемых значений интерферометра и расчетных лунно-солнечных вариаций: 1 – трансформанта осреднения лунно-солнечных вариаций; 2 – трансформанта осреднения наблюдаемых значений интерферометра

Выводы

Сравнение осредненных значений интерферометра и лунно-солнечных вариаций показывает, что интерферометр работает как гравиметр. Таким образом, на базе интерферометра можно создать более компактные приборы для измерения силы тяжести. Компактность позволит повысить точность измерения за счет создания надежного вакуума и термостатирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агачев А. Р. Тестирование принципа локальной позиционной инвариантности с помощью двухрезонаторной лазерной системы / А. Р. Агачев [и др.] // ЖЭТФ. – 2010. – Т. 137, Вып. 1. – С. 5–12.
2. Андрианов С. Н. Гравиметрический лазерно-интерферометрический комплекс Геофизика / С. Н. Андрианов [и др.]. – 1998. – № 4. – С. 51–61.
3. Антонов Ю. В. Физическое истолкование некоторых трансформаций потенциальных полей / Ю. В. Ан-

тонов // Изв. АН СССР, Физика Земли. – 1979. – № 2. – С. 54–62.

4. Балакин А. Б. Двойная лазерная система с жестко связанными резонаторами как интерферометрический детектор гравитационно-индуцированных сдвигов частоты генерации / А. Б. Балакин, З. Г. Мурзаханов, А. Ф. Скочилов // Оптика и спектроскопия. – 1994. – Т. 76, Вып. 4. – С. 671–676.

5. Балакин Ф. Б. Лазерно-интерферометрический измеритель первых, вторых и третьих производных потенциала гравитационного поля Земли / Ф. Б. Балакин [и др.] // Известия вузов. Геология и разведка. – 1997. – № 1. – С. 101–107.

6. Даишев Р. А. О возможности проверки принципа эквивалентности в «нулевом» эксперименте по красному смещению с помощью двухрезонаторной лазерной системы / Р. А. Даишев, З. Г. Мурзаханов, А. Ф. Скочилов // ЖЭТФ. – 2006. – Т. 130, № 1. – С. 48–56.

7. Линьков Е. М. Сейсмические явления / Е. М. Линьков. – Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. – 248 с.

Воронежский государственный университет
Ю. В. Антонов, профессор кафедры геофизики
Тел. 8 (473) 220-83-85
yuriyantov@yandex.ru

Voronezh State University
Yu. V. Antonov, professor, Chair of Geophysics
Tel. 8 (473) 220-83-85
yuriyantov@yandex.ru

И. Ю. Антонова, преподаватель кафедры геофизики
Тел. 8 (473) 220-83-85
mavka_r@mail.ru

I. Yu. Antonova, lecturer, Chair of Geophysics
Tel. 8 (473) 220-83-85
mavka_r@mail.ru

Казанский федеральный университет
В. В. Бочкарев, ассистент кафедры теории относительности и гравитации
Тел. (843) 233-77-33
vbochkarev@mail.ru

Kazan Federal University
V. V. Bochkarev, assistance lecturer, Department of relativity theory and gravitation
Tel. 8 (843) 233-77-33
vbochkarev@mail.ru

Р. А. Даишев, доцент кафедры теории относительности и гравитации
Тел. 8 (843) 231-53-86
Rinat.Daishev@ksu.ru

R. A. Daishev, lecturer, Department of relativity theory and gravitation
Tel. 8 (843) 231-53-86
Rinat.Daishev@ksu.ru

Научный центр гравитационно-волновых исследований «Дулкын» Академии наук Республики Татарстан
А. Ф. Скочилов, ведущий научный сотрудник
Тел. 8 (843) 298-04-16
Skochilov@rambler.ru

Research Center of gravitational-wave research “Dulkyn” Tatarstan Academy of Sciences
A. F. Skochilov, Lecturer
Tel. 8 (843) 298-04-16
Skochilov@rambler.ru