

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ И ИЗБЫТОЧНОЙ ПЛОТНОСТИ (МАССЫ) ПЛАСТОВ ЖЕЛЕЗИСТЫХ КВАРЦИТОВ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ПОДБОРА ПО АНОМАЛИЯМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ**Ю. В. Антонов, И. Ю. Антонова***Воронежский государственный университет**Поступила в редакцию 28 сентября 2012 г.*

Аннотация. *Рассмотрен вопрос подбора аномалий силы тяжести с помощью цилиндров и шаров. Рекомендуется использование данного варианта подбора на практике.*

Ключевые слова: *подбор, сила тяжести, цилиндр.*

Abstract. *Considered the issue of selection of gravity anomalies with the help of cylinders and spheres. It is recommended to use this option, the selection of the practice.*

Key words: *selection, gravity, cylinder*

При геолого-разведочных работах на железистых кварцитах КМА предварительно проводят магнитную и гравиметрическую съемки, которые позволяют определить местоположение, контакты с вмещающей толщей, а также форму и избыточную плотность пластов железистых кварцитов. Определение избыточной плотности и геометрических параметров пластов в свою очередь дают возможность провести прогнозную оценку запасов железной руды [1, 2].

На практике при определении формы аномальных тел в гравиметрии часто пользуются так называемым «неформализованным» методом подбора [3]. Интерпретатор аппроксимирует аномальное геологическое тело набором элементарных тел. В настоящее время метод подбора в указанном варианте, несмотря на ряд недостатков, является наиболее эффективным способом решения обратной задачи гравиразведки. Главным достоинством метода является то, что интерпретатор накладывает определенные ограничения на форму и плотность аномальных тел, исходящими из данных о геологическом разрезе. Конечно, данные о геологическом разрезе тоже несут долю субъективизма, но они вносят в полученное решение погрешности на порядок меньше, чем решение с помощью, например, метода регуляризации. Метод подбора проигрывает всем остальным методам только в автоматизации процесса.

По методу подбора опубликовано огромное количество статей [3], но из-за того что метод не формализован, то нет никакой обобщающей рабо-

ты, в которой бы были определены основные критерии этого метода.

При подборе в качестве элементарных ячеек для аппроксимации геологических объектов чаще всего используют квадраты (кубы), прямоугольники (параллелепипеды), шестигранники и другие фигуры. При использовании указанных фигур создается плотная упаковка. Некоторая сложность формул и неприятности при вычислении арктангенсов и логарифмов (наличие в знаменателе нуля или очень малого числа) создают некоторые неудобства при вычислениях, хотя это обстоятельство не столь существенно. Тем не менее, многие интерпретаторы очень часто используют в качестве элементарной ячейки цилиндр или шар (формула проще и особенностей нет), забывая о том, что с помощью цилиндров и шаров нельзя получить плотной упаковки пространства. В результате такого подбора получаются, как будет показано в статье, завышенные значения плотности. Но, несмотря на указанный недостаток, при подборе цилиндры можно использовать в качестве элементарной ячейки и добиваться нужного результата. Покажем это на простом примере для квадрата.

Обратимся к рис. 1, где показано заполнение квадрата цилиндрами при различных радиусах. Рассмотрим вначале аномалии от квадрата со стороной $2R$ и вписанного цилиндра радиуса R в квадрат ($n = 1$). Это тот случай, когда будет наилучшее приближение. Естественно, аномалия от цилиндра по амплитуде будет меньше аномалии от квадрата (рис. 2). Разность между аномалиями от квадрата и цилиндра показана на том же

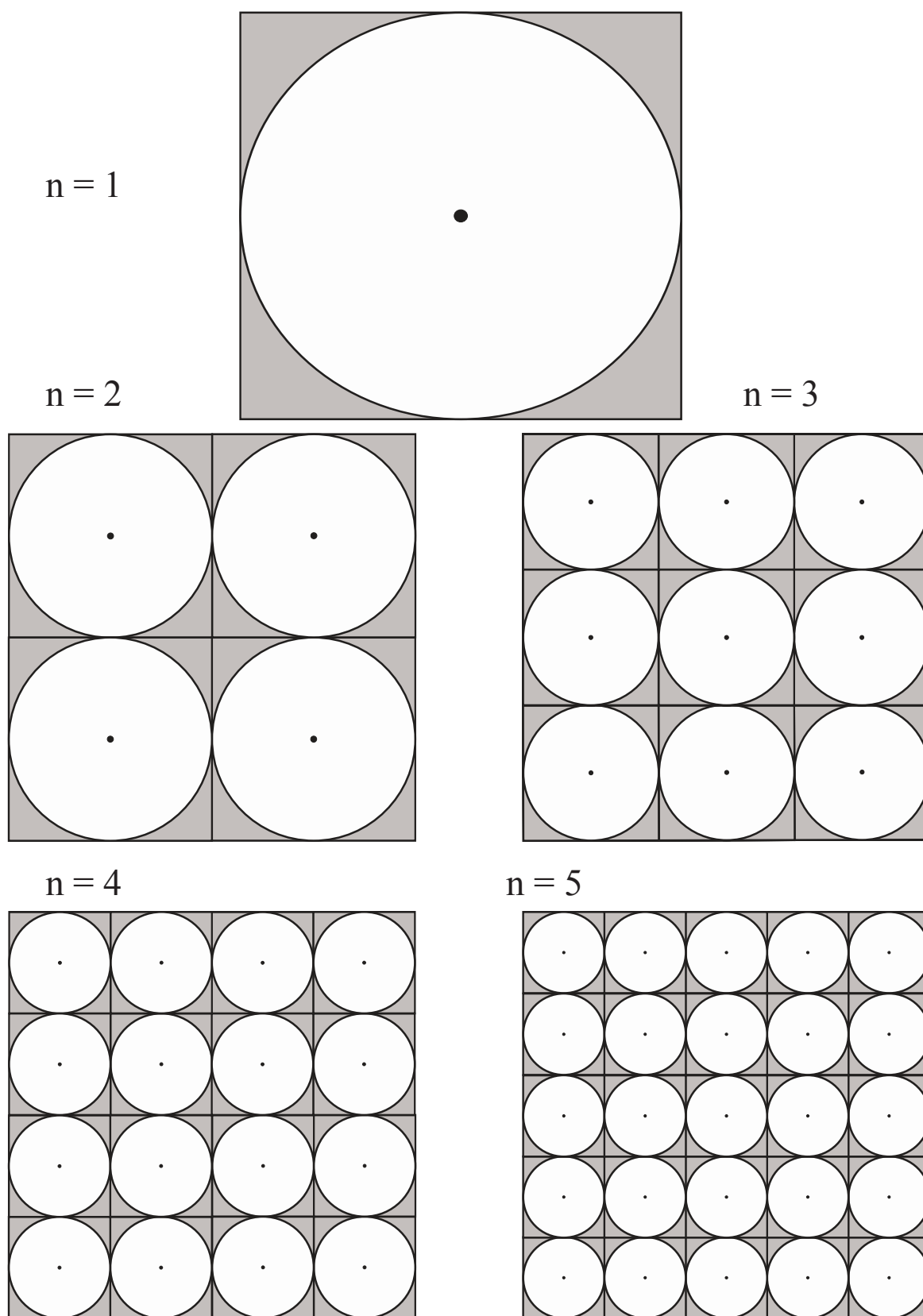


Рис. 1. Модели подбора

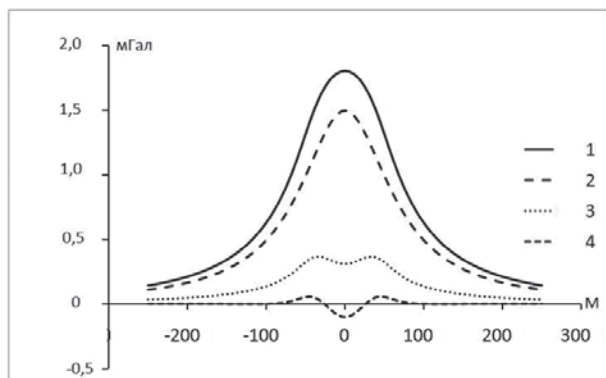


Рис. 2. Сравнение аномалии силы тяжести от квадрата с аномалией от вписанного цилиндра: ширина квадрата ($2b = 100$ м), глубины залегания нижней ($h = 20$ м) и верхней кромок квадрата ($H = 120$ м), радиус цилиндра ($R = 50$ м):

1 – аномалия силы тяжести от квадрата; 2 – аномалия силы тяжести от вписанного цилиндра; 3 – разность между аномалиями от квадрата и цилиндра; 4 – разность между аномалией от квадрата и аномалией от цилиндра, умноженной на коэффициент $4/\pi$

рис. 2. Графически это расхождение объясняется недоучетом масс, расположенных в углах цилиндра (на рис. 1 эти массы заштрихованы). Очевидно, неучтенные массы равны разности площадей квадрата и цилиндра

$$\Delta M = \sigma(4R^2 - \pi R^2), \quad (1)$$

где ΔM – неучтенные массы, σ – избыточная плотность.

Если будем заполнять квадрат цилиндрами с радиусом меньшим в два раза первоначального (в этом случае в квадрате будет 4 цилиндра), то площадь неучтенных масс будет оставаться прежней

$$\begin{aligned} \Delta M &= \sigma[4R^2 - \pi(R^2/4 + R^2/4 + R^2/4 + R^2/4)] = \\ &= \sigma(4R^2 - \pi R^2) \end{aligned} \quad (2)$$

Легко показать, что при любом n (четном или нечетном) площадь неучтенных масс будет оставаться неизменной. В общем случае формула (2) будет иметь вид

$$\Delta M = \sigma(4R^2 - \pi \sum (R^2/n^2)) = \sigma(4R^2 - \pi R^2), \quad (3)$$

где n – радиус цилиндров.

Как бы мы ни уменьшали радиусы цилиндров, мы никогда не добьемся компактного заполнения квадрата цилиндра.

Пусть n стремится в бесконечность. Неучтенные массы как бы равномерно покроют всю площадь квадрата. Следовательно, отношение неучтенных масс к общей массе квадрата составит примерно

$$k = (1 - \pi/4) \approx 0,2146, \quad (4)$$

т.е. неучтенные массы составляют пятую часть.

Отношение амплитуд аномалий от квадрата и цилиндра приблизительно будет равным отношению масс этих тел ($\pi/4$). Таким образом, чтобы при подборе аномалии от квадрата и цилиндра совпали между собой по амплитуде, необходимо умножить значения аномалии от цилиндра на величину $4/\pi$.

Для случая трехмерной задачи результаты будут аналогичными, и конечные формулы для остаточной массы и ее отношение к полной массе будут иметь вид

$$\Delta M = \sigma(8R^3 - (4/3)\pi R^3), \quad k = (1 - \pi/6) \approx 0,4797 \quad (5).$$

Кстати, необходимо остановиться на оценке расхождения между аномалиями цилиндра и квадрата. Среднеквадратическая оценка здесь явно не подходит, так как она будет зависеть от длины интервала, на котором производится подбор. Причем с увеличением интервала оценки среднеквадратическое отклонение будет стремиться к нулю. Видимо, за оценку расхождения следует принять максимальное расхождение в максимуме подбираемой аномалии. Расхождение в центре аномалии является мажорантой, и всегда будем уверены, что реальная погрешность будет меньше мажорантной оценки.

Поэтому казавшийся на первый взгляд вывод о том, что с увеличением количества цилиндров в квадрате (естественно за счет уменьшения радиуса цилиндров) подобранная аномалия будет стремиться к наблюдаемой, не состоятелен. На рис. 3 (кривая 1) показана разность амплитуд в максимуме аномалий между подобранной и наблюдаемой аномалиями в зависимости от n . Число n означает, что радиус цилиндров равен R/n , или что равнозначно тому, что в квадрате вмещается n^2 цилиндров. Как видим, разность с ростом n не снижается.

Вернемся к рис. 2, на котором показаны подобранная и наблюдаемая аномалии при $n = 1$. Расхождение между ними довольно значительны и составляют в максимуме более 17 % от амплитуды наблюдаемой аномалии. А теперь умножим значения силы тяжести от цилиндра на корректирующий коэффициент $4/\pi$. Расхождение между значениями силы тяжести от цилиндра и квадрата (рис. 2, кривая 4) резко уменьшается. С увеличением числа n эти расхождения также уменьшаются (рис. 3, кривая 2). Для моделей с большим числом цилиндров расхождения (их невозможно отразить

на рисунке) между подобранной и наблюдаемой аномалиями приведены полностью в таблице. По существу погрешности (ϵ) без корректирующего коэффициента на порядок больше погрешностей (δ) с коэффициентом $4/\pi$.

Рассмотренная методика подбора была опробована при интерпретации аномалий силы тяжести над железистыми кварцитами на Яценском участке КМА (рис. 4). Участок располагается в Фатеевской аномальной зоне, породы которой представлены железисто-кремнисто сланцевой формацией (курская серия нижнего протерозоя)

и образуют узкую сжатую синклиналиную складку протяженностью около 40 км. Железородная толща представлена гематит-магнетитовыми и силикатно-магнетитовыми кварцитами с прослоями межрудных сланцев и образует две полосы. Мощность осадочного чехла 100–180 м. Плотность железистых кварцитов – $3,55 \text{ г/см}^3$. Плотность всех пород вмещающей толщи практически одинакова – $2,70 \text{ г/см}^3$. На указанном участке были проведены детальные гравитационная и магнитная съемки.

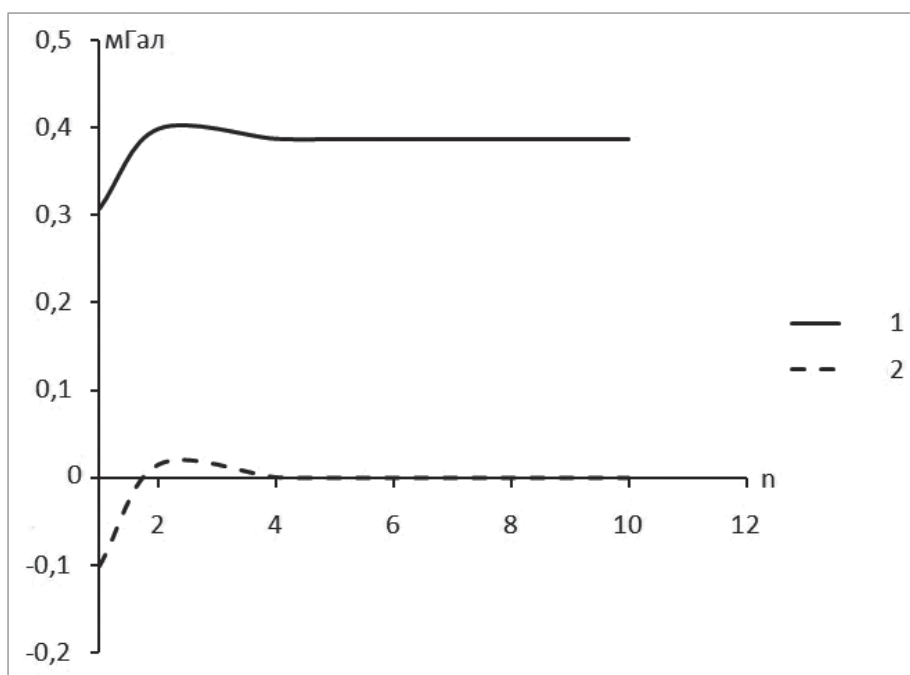


Рис. 3. Разность между аномалиями от квадрата и цилиндра при различном количестве цилиндров без (ϵ) (1) и с учетом (δ) корректирующего коэффициента $4/\pi$ (2)

В наблюдаемом поле силы тяжести пласты железистых кварцитов проявляются двумя локальными аномалиями небольшой амплитуды на фоне интенсивной региональной аномалии типа ступени. В магнитном поле очень четко отмечаются пласты железистых кварцитов. С помощью магнитных аномалий достаточно надежно определяется ширина пластов, что используется при использовании метода подбора для задания размеров тела. Интерпретация аномалии силы тяжести проводилась с предварительным исключением регионального фона [2]. После исключения регионального фона была получена локальная аномалия, под которую и проводился подбор. Расхождение между наблюдаемой и подобранной аномалиями (подобранная аномалия на рис. 4 отмечена черными кружками) не превысило $\pm 0,07 \text{ мГал}$

при погрешности наблюдений $\pm 0,05 \text{ мГал}$. В результате подбора после умножения на корректирующий коэффициент были получены избыточные плотности $0,39 \text{ г/см}^3$ и $0,80 \text{ г/см}^3$, что близко к лабораторным измерениям. Левый пласт имеет вдвое меньшую избыточную плотность из-за наличия среди железистых кварцитов пропластков безрудных сланцев. Избыточная масса составила $49,007 \text{ г/см}^3$.

Таким образом, при подборе аномалий силы тяжести использовать в качестве элементарных тел цилиндры (двумерный случай) и шары (трехмерный случай) можно с учетом высказанных в статье замечаний. Полученные плотности в результате подбора необходимо умножить на коэффициент $\pi/4$.

Сравнение при подборе значений силы тяжести от модели с и без учета корректирующего коэффициента

X, м	Квадрат		Модель n = 1		Модель n = 2		Модель n = 5		Модель n = 10			
	Δg	Δg	Δg	Δg	Δg	Δg	Δg	Δg	Δg	Δg		
0	1,8045	1,4967	0,3077	-0,1012	1,4053	0,3992	0,0153	1,4167	0,3877	1,4172	0,3872	0,0001
10	1,7854	1,4668	0,3185	-0,0822	1,3983	0,3871	0,0050	1,4026	0,3828	1,4022	0,3831	0,0001
20	1,7272	1,3838	0,3434	-0,0346	1,3661	0,3611	-0,0122	1,3564	0,3708	1,3566	0,3707	0,0001
30	1,6282	1,2645	0,3637	0,0182	1,2898	0,3384	-0,0140	1,2788	0,3494	1,2788	0,3494	0,0000
40	1,4877	1,1283	0,3594	0,0511	1,1693	0,3185	-0,0010	1,1693	0,3184	1,1685	0,3193	0,0000
50	1,3145	0,9911	0,3234	0,0527	1,0266	0,2879	0,0075	1,0322	0,2823	1,0324	0,2821	0,0000
60	1,1339	0,8628	0,2711	0,0354	0,8860	0,2479	0,0059	0,8901	0,2438	0,8906	0,2434	0,0001
70	0,9710	0,7484	0,2227	0,0182	0,7607	0,2103	0,0025	0,7625	0,2086	0,7627	0,2084	0,0000
80	0,8337	0,6490	0,1847	0,0074	0,6543	0,1794	0,0006	0,6548	0,1789	0,6548	0,1789	0,0000
90	0,7200	0,5642	0,1558	0,0017	0,5655	0,1545	0,0000	0,5655	0,1545	0,5655	0,1545	0,0000
100	0,6258	0,4922	0,1335	-0,0009	0,4917	0,1341	-0,0002	0,4915	0,1343	0,4915	0,1343	0,0000
110	0,5473	0,4314	0,1159	-0,0019	0,4301	0,1173	-0,0002	0,4299	0,1174	0,4299	0,1175	0,0000
120	0,4817	0,3800	0,1017	-0,0021	0,3785	0,1032	-0,0002	0,3783	0,1034	0,3783	0,1034	0,0000
130	0,4263	0,3364	0,0899	-0,0020	0,3350	0,0914	-0,0002	0,3348	0,0915	0,3348	0,0915	0,0000
140	0,3794	0,2993	0,0800	-0,0018	0,2981	0,0813	-0,0001	0,2980	0,0814	0,2980	0,0814	0,0000
150	0,3393	0,2677	0,0717	-0,0015	0,2666	0,0727	-0,0001	0,2665	0,0728	0,2665	0,0728	0,0000
160	0,3050	0,2405	0,0645	-0,0012	0,2396	0,0654	-0,0001	0,2395	0,0654	0,2395	0,0654	0,0000
170	0,2753	0,2170	0,0583	-0,0010	0,2163	0,0590	-0,0001	0,2162	0,0591	0,2162	0,0591	0,0000
180	0,2496	0,1966	0,0529	-0,0008	0,1960	0,0535	0,0000	0,1960	0,0536	0,1960	0,0536	0,0000
190	0,2271	0,1789	0,0482	-0,0006	0,1784	0,0487	0,0000	0,1784	0,0487	0,1784	0,0487	0,0000
200	0,2075	0,1633	0,0441	-0,0005	0,1630	0,0445	0,0000	0,1629	0,0445	0,1629	0,0445	0,0000
210	0,1902	0,1497	0,0405	-0,0004	0,1494	0,0408	0,0000	0,1493	0,0408	0,1493	0,0408	0,0000
220	0,1749	0,1376	0,0373	-0,0003	0,1373	0,0375	0,0000	0,1373	0,0375	0,1373	0,0375	0,0000
230	0,1613	0,1269	0,0344	-0,0003	0,1267	0,0346	0,0000	0,1267	0,0346	0,1267	0,0346	0,0000
240	0,1492	0,1173	0,0318	-0,0002	0,1172	0,0320	0,0000	0,1172	0,0320	0,1172	0,0320	0,0000
250	0,1380	0,1088	0,0295	-0,0002	0,1087	0,0297	0,0000	0,1087	0,0297	0,1087	0,0297	0,0000

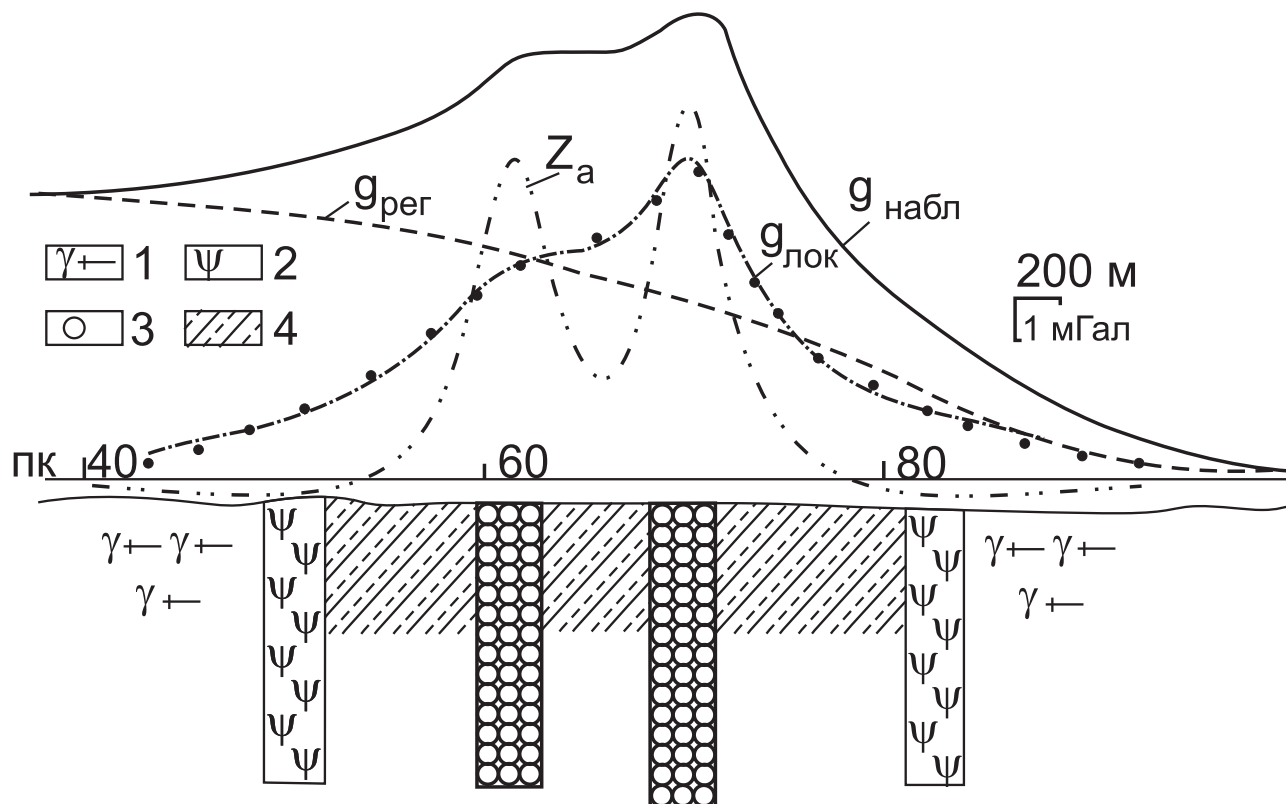


Рис. 4. Результаты подбора аномалий силы тяжести над железистыми кварцитами КМА (Яценский участок) 1 – гранитогнейсы; 2 – амфиболиты; 3 – железистые кварциты; 4 – сланцевая толща

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антонов Ю. В. Определение избыточной массы по аномалиям силы тяжести / Ю. В. Антонов // Разведочная геофизика. – 1977. – Вып. 76. – С. 81–85.
 2. Антонов Ю. В. Некоторые особенности интерпретации гравитационных и магнитных аномалий /

Ю. В. Антонов, И. С. Вассерман // Разведочная геофизика. – 1977. – Вып. 78. – С. 91–98.
 3. Гравиразведка. Справочник геофизика / под ред. Е. А. Мудрецов. – М.: Недра, 1981. – 367 с.

Воронежский государственный университет
 Ю. В. Антонов, профессор кафедры геофизики
 Тел. 8 (473) 220-83-85, 8-920-418-6344
 yuriyantov@yandex.ru

Voronezh State University
 Yu. V. Antonov, professor of Chair of Geophysics
 Tel. 8 (473) 220-83-85
 yuriyantov@yandex.ru

И. Ю. Антонова, преподаватель кафедры геофизики
 Тел. 8 (473) 220-83-85
 mavka_r@mail.ru

I. Yu. Antonova, lecturer of Chair of Geophysics
 Tel. 8 (473) 220-83-85
 mavka_r@mail.ru