УДК 553.3/.4

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ РУДНЫХ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АДАПТИВНОЙ АППРОКСИМАЦИИ

В. Н. Глазнев, Г. Г. Лошаков

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 1 марта 2012 г.

Аннотация. *В статье рассматривается реализация метода двумерного моделирования рудных объектов с использованием адаптивной аппроксимации тела. Предложены методы оптимально быстрого решения прямой задачи для тел произвольной формы.*
Ключевые слова: *магниторазведка, моделирование, адаптивная аппроксимация.*
Abstract. *In article describes the implementation of the method of two-dimensional modeling of ore objects using an adaptive approximation of the body. Methods of optimal fast solution for bodies of irregular shape have been proposed.*
Key words: *magnetic survey, modeling, adaptive approximation*

Введение

Развитие методов интерпретации потенциальных полей во многом обусловлено совершенствованием методов решения соответствующих прямых задач. В настоящее время существует достаточно развитый арсенал численного решения прямых задач теории потенциала, используемый в гравиметрии и магнитометрии [1–3 и др.] для решения типично рудных задач, которые отличаются различными особенностями представления модели среды. В процессе развития и совершенствования численных методов решения прямых задач в первую очередь обращается внимание на повышение точности и увеличение скорости. Возможность точно и быстро решить прямую задачу позволяет строить различные алгоритмы решения обратных задач, основанные на итерационном принципе.

Описание алгоритма

Фактически при решении прямой задачи от тел простой формы, ограниченных прямыми (в двухмерной постановке) или плоскостями (в трехмерной постановке), используются известные аналитические методы для таких тел. Для тел более сложной формы, в том числе многосвязных, существует множество алгоритмов и способов расчётов потенциальных полей от таких объектов, которые основаны на различных вариантах аппроксимационного представления моделей тел. Эти методы, требующие значительных вычислительных ресурсов, стали доступны с развитием численного моделирования с использованием высокопроизводительных компьютеров. В такой постановке задача математического моделирования потенциального поля от тела произвольной формы рассматривается как совокупность прямых задач от тел более простой формы, для которых известны аналитические способы решения прямой задачи. На практике в такой постановке используются алгоритмы двоичного разбиения пространства, триангуляции, построения квадротомического дерева в двумерном случае и октодерева – в трехмерном случае.

Численные алгоритмы решения прямых задач интенсивно используются при создании комплексных моделей строения земной коры как в двухмерном, так и в трёхмерном вариантах. Объектом такого рода исследований, в нашем случае, является задача моделирования магнитных рудных аномалий, которые достаточно широко представлены на территории Воронежского кристаллического массива (ВКМ) и обусловлены вытянутыми по простиранию пластами железистых кварцитов или магнитными телами основного состава. Решение прямых задач для таких объектов, характеризующихся относительно неглубоким залеганием верхней кромки аномалиеобразующих тел, имеет определенную специфику, обусловленную точностью представления пространственных границы тела.

В рассматриваемой постановке в качестве элементарного аппроксимирующего двухмерного тела использован бесконечный по простиранию параллелепипед с квадратным сечением. При этом структура хранения данных о моделируемом объекте представляет квадротомическое дерево, в котором у каждого внутреннего узла есть до 4 «потомков», рекурсивно разделяющих исходный элемент на 4 квадранта (рис. 1). На основании такого представления можно выполнить аппроксимацию сечения геологического тела и последующее решение прямой задачи магнитометрии для тела произвольной формы.

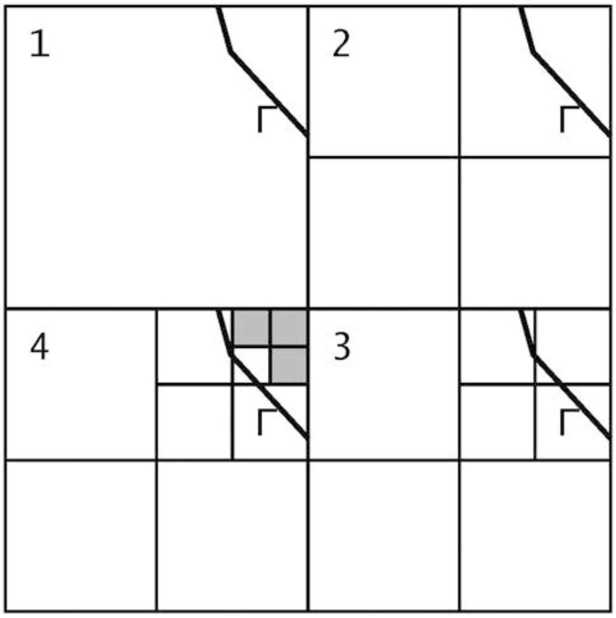

Рис. 1. Квадротомическое разбиение двухмерного пространства с границей Г

Основным требованием, предъявляемым к такому рекурсивному алгоритму аппроксимации среды, являются требование точности представления среды. Поскольку аппроксимация среды интересует нас лишь как некоторое промежуточное действие, необходимое для решения прямой задачи от канонического элемента представления сетки покрытия, то данное условие можно сформулировать требование конечной точности вычисления поля от минимального элемента аппроксимации тела в данной точке. То есть глубина рекурсии должна выбираться исходя из естественного требования

$$\left|\mathrm{A}\left(J_r, d_r, \xi_r, \zeta_r, R_{min}\right)\right| \le \varepsilon, \qquad (1)$$

в котором приняты обозначения: А – оператор решения прямой задачи от некоторого r-го канонического элемента, J_r – намагниченность данного элемента, d_r – характерные размеры r-го элемента, ξ_r и ζ_r – координаты центра r-го элемента, R_{min} – минимальное расстояние от центра r-го элемента до точки вычисления поля, ε – априорно заданная требуемая точность вычисления поля.

Очевидно, что величина R_{min} в общем случае должна определяться для каждой текущей точки аппроксимации среды, но в случае однородного распределения намагниченности в аппроксимируемом теле определение R_{min} должно выполняться только для граничных элементов тела.Использование условия вида (1) фактически определяет необходимую точность аппроксимации среды, согласованную с заданной точностью вычисления поля. Наглядный пример последовательности аппроксимаций такого рода представлен на рис. 2.

Напомним что операторы решения прямых задач, для компонент индукции магнитного поля или модуля вектора индукции поля, определяется только формой заданного канонического элемента, в нашем случае бесконечного по простиранию параллелепипеда квадратного сечения. Соответствующие выражения для решения прямой задачи от такого элемента приведены в справочниках и учебниках [1, 2, 5].

Реализация

С использование предложенного алгоритма адаптивной аппроксимации среды составлена компьютерная программа на языке Delphi. Реализация рекурсивного алгоритма аппроксимации предполагает следующую последовательность действий.

1. На первом этапе выполняется нахождение центра масс аппроксимируемого тела, который совмещается с центром первого квадрата, являющегося корневым узлом квадротомического дерева. Сторона квадрата выбирается таким образом, чтобы он покрыл полностью все рудное тело.

2. Далее в процессе вычислений квадрат делиться на четыре равных по площади покрытия квадрата, которые становятся его потомками в структуре квадротомического дерева, для каждого из них проверяется степень влияния создаваемого им магнитного поля (компонент индукции или модуля вектора индукции) в ближайшей точке наблюдения.

3. В зависимости от заданной точности рекурсивное деление элемента продолжается или останавливается. Значение точности вычислений непосредственно влияет на размер конечного узла дерева и соответственно на степень точности аппроксимации геологического тела.

4. В результате работы алгоритма аппроксимации получается упорядоченное квадротомическое дерево, представленное совокупностью канонических элементов, покрывающих моделируемое тело с заданной точностью. Отметим, что в програм-

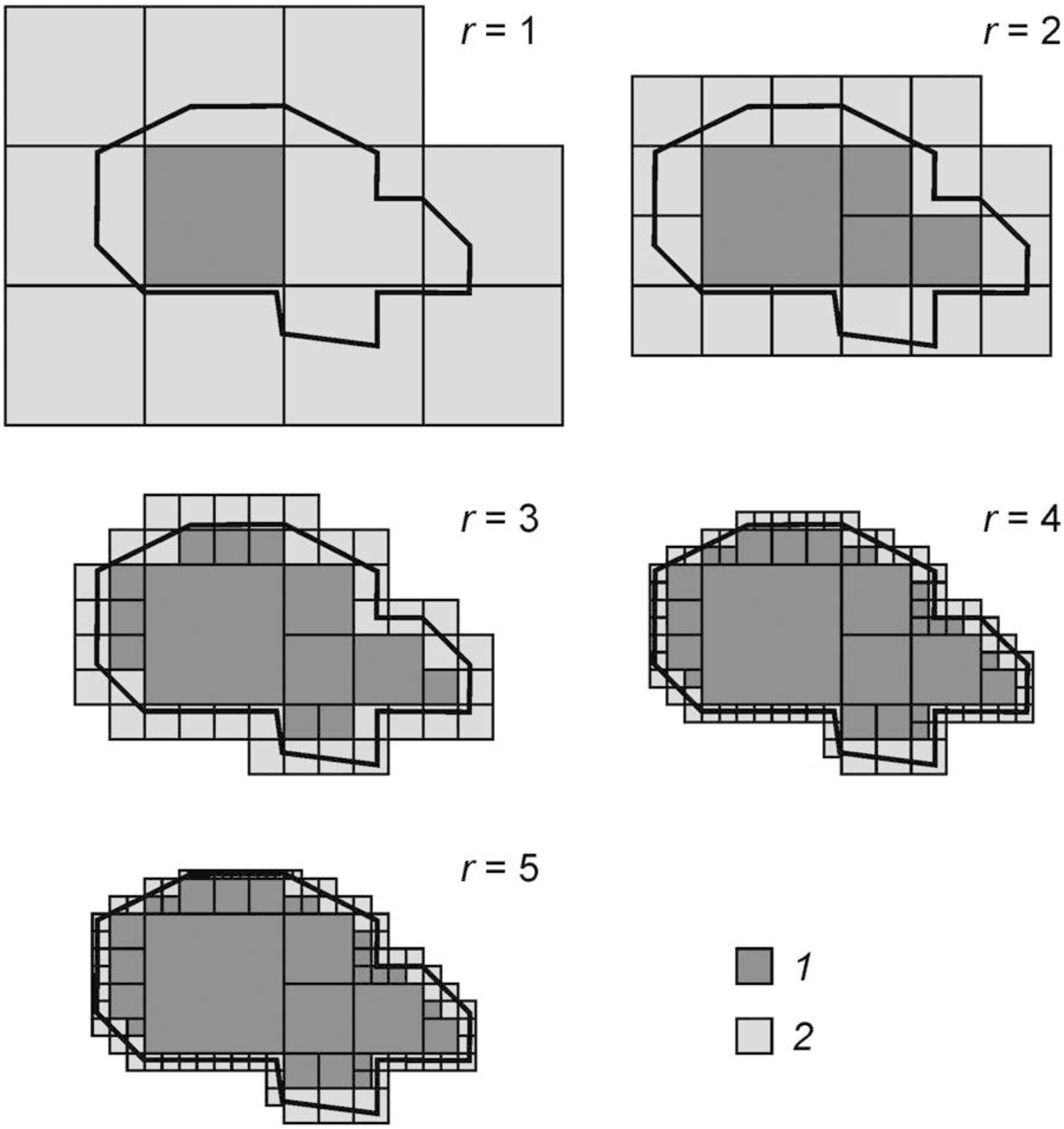

Рис. 2. Аппроксимация заданного тела в процессе рекурсии (*r* – порядок рекурсии). Обозначения: 1 – элементарные объекты, полностью покрывающие тело; 2 – элементарные объекты, не полностью покрывающие тело

мной реализации алгоритма глубина рекурсии может быть ограничена конечным числом итераций.

5. После завершения процесса аппроксимации тела выполняется решение прямой задачи вычисления поля (компонент индукции или модуля вектора индукции), создаваемого листовыми узлами квадродерева на основе аналитических формул для призмы квадратного сечения. Решение прямой задачи производит, рекурсивно, спускаясь вниз по дереву, с вычислением суммарного влияния магнитного поля от всех узлов, заполняющих заданный геологический объект. Для данной совокупности элементов квадродерева решение прямой задачи выполняется с гарантированной точностью представления суммарного поля от заданного тела.

Реализованная программа обладает необходимыми средствами графического интерфейса, позволяющего задавать начальное приближение рудного тела и визуализировать все стадии его адаптивной аппроксимации и последующего вычисления поля. Пример работы предложенного алгоритма продемонстрирован в простейшем случае для некоторого заданного тела неправильной формы с постоянной намагниченностью. Реализация аппроксимационного представления данного тела, по мере возрастания порядка рекурсии, показана на рис. 3.

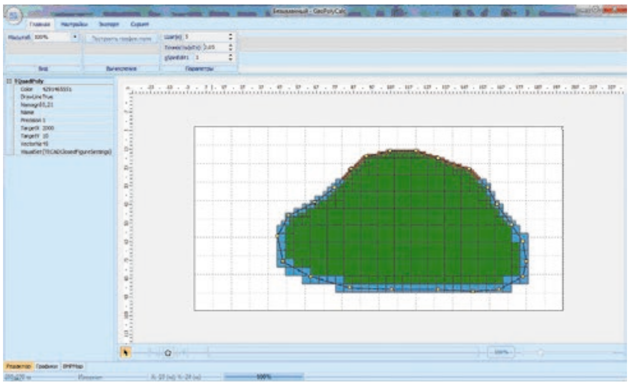

Рис. 3. Пример интерфейса программы решения прямой задачи с адаптивной аппроксимацией

В приведенном примере адаптивной аппроксимации тела, объекты не полностью покрывающие наше модельное рудное тело удовлетворяют условию заданной точности вычисления поля в формуле (1). Теоретически алгоритм может обеспечить произвольно высокую точность покрытия заданного тела узлами квадродерева, поэтому целесообразно устанавливать конечную точность вычислений, согласованную с оценкой точности съёмки поля, которое собственно и будут выступать в качестве входных данных при решении обратной задачи магнитометрии в рамках приближенного подбора поля или точной инверсии поля.

Выводы

Предложенный алгоритм моделирования адаптивной аппроксимации рудных односвязных и многосвязных геологических тел является достаточно гибким и эффективным по времени вычислений. На практике этот алгоритм предлагается использовать в качестве составного элемента в программе решения прямой задачи при моделировании полей рудных объектов и при интерпретации аномальных полей с решением обратной задачи. Развитый подход к аппроксимации аналогично может быть реализован и при решении прямой и обратной задачи гравиметрии для рудных объектов.

Работа выполнена в рамках исследований по гранту РФФИ 11-05-00110-а

ЛИТЕРАТУРА

1. Вычислительные математика и техника в разведочной геофизике : справочник геофизика / ред. В. И. Дмитриев. – М. : Недра, 1990. – 498 с.

2. *Блох Ю. И.* Решение прямых задач гравиразведки и магниторазведки / Ю. И. Блох. – М. : МГГА, 1993. – 79 с.

3. *Долгаль А. С.* Компьютерные технологии обработки и интерпретации данных гравиметрической и магнитной съемок в горной местности / А. С. Долгаль. – Абакан : Март, 2002. – 188 с.

4. *Долгаль А. С.* Синтез линейной и нелинейной постановок обратной задачи в гравиразведке и магниторазведке / А. С. Долгаль, П. И. Балк, Л. А. Христенко ; ред. В. И. Старастенко. – Берлин; Пермь, 2011.

5. Магниторазведка. Справочник геофизика / ред. В. Е. Никитский, Ю. С. Глебовский. – М. : Недра, 1980. – 367 с.

Воронежский государственный университет
В. Н. Глазнев, заведующий кафедрой геофизики, доктор физико-математических наук
Glaznev@geol.vsu.ru

Г. Г. Лошаков, студент кафедры геофизики
Lg2k@mail.ru

Voronezh State University
V. N. Glaznev, Head of the Geophysical department, Doctor of Phisical and Mathematical Sciences
Glaznev@geol.vsu.ru

G. G. Loshakov, bachelor of the Geophysical department
Lg2k@mail.ru