УДК.550.830

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИРАЗВЕДКИ ПРИ ОБЪЕМНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ

Ю. В. Антонов, О. М. Муравина, Н. Ю. Иванова

Воронежский государственный университет

В статье рассматривается решение обратной задачи гравиразведки для аномалий силы тяжести и ее вертикального градиента на основе метода регуляризации. Приводятся практические примеры решения обратной задачи.

Все реальные неоднородности в земной коре существуют только в трехмерном пространстве. Поэтому решение прямой или обратной задачи гравиметрии, как и в любом методе разведочной геофизики, существует только в трехмерном варианте. Но на стадии возникновения и развития разведочной геофизики, когда очень остро стоял вопрос техники вычислений при решении геофизических задач, математиками и физиками (а именно они стояли у истоков создания геофизики) было введено понятие двумерной задачи, когда некоторые геологические тела можно было приближенно аппроксимировать двумерными моделями. Но такое приближение с приемлемой точностью для решения прямой и обратной задач реально составляет ничтожное количество. Тем не менее, несмотря на многочисленные нарушения условий двумерности, геофизики до сих пор с завидным упорством продолжают проводить интерпретацию гравиметрических измерений по формулам двумерных задач.

Здесь много причин, обуславливающих использование двумерных формул: информационные, вычислительные, экономические и др. Прежде всего, для проведения интерпретации по трехмерным формулам не хватает количества измерений. Часто бывает так, что для решения той или иной геологической задачи проводят гравиметрические измерения на одном-двух профилях, и по этим профилям удается провести интерпретацию только в двумерном варианте. Проведение дополнительных профилей или в лучшем варианте проведение площадной съемки чаще всего упирается в большие экономические затраты. Кроме того, несмотря на наличие современной вычислительной техники, решение обратной задачи осложняется не только большим объемом вычислений, но и отсутствием математического аппарата для решения, как правило, больших систем линейных уравнений. Поэтому и продолжают интерпретацию гравиметрических измерений в традиционном духе по двумерным формулам.

Чтобы как-то улучшить результаты интерпретации гравиметрических данных в случае ограниченного количества наблюдений, на взгляд авторов статьи необходимо сделать следующее. Пусть имеются гравиметрические наблюдения на некотором нелинейном профиле с неравномерным шагом наблюдения. Именно такие условия чаще всего присутствуют при выполнении гравиметрических работ. Наблюдения по природным, техногенным и другим многочисленным причинам часто располагаются по криволинейным профилям с неравномерным шагом. Обычно в этом случае интерпретатор редуцирует наблюдения на линейный профиль и решает задачу по двумерным формулам. В этом случае логичнее взять некоторый ограниченный объем вдоль этого профиля и решить обратную трехмерную задачу. При этом мы как бы отбрасываем значительную часть пространства по сторонам от профиля. Но ведь такая процедура ничуть не хуже той, когда мы приписываем любому локальному телу распространение его на бесконечность в обе стороны от профиля. Тем более, что расчеты на теоретических примерах подтверждают наши предположения. Кроме того, в данном случае мы используем истинные координаты наблюдений, что дополнительно улучшает решение обратной задачи . Такой подход получил в геофизике название 2,5 D.

Разработан алгоритм, позволяющий осуществить решение обратной задачи гравиметрии по полю силы тяжести и ее вертикального градиента для случая 2,5 D. В отличие от двумерного (2 D) и трехмерного (3 D) вариантов программа написанная на основе алгоритма дает возможность получить распределение избыточных плотностей в нижнем полупространстве по измерениям гравитационного поля , полученным в точках с произвольными координатами, тогда как при решении двумерной задачи необходимы равномерные наблюдения по профилю, трехмерной — по площади наблюдений.

Алгоритм создан на базе основных приемов метода регуляризации [1, 3]. В некоторой области полупространства, в которой предположительно локализованы источники аномалий, ищется распределение избыточных плотностей. Эта область аппроксимируется совокупностью тел простой геометрической формы. Гравитационное влияние построенной модели на точку наблюдения, (x_i, y_i, z_i), в этом случае можно определить с помощью соотношения:

$$\sum_{j=1}^{N}\sigma_i\varphi_{ij}(x_i, z_i, \xi_{1j},..., \xi_{nj}, \varsigma_{1j},..., \varsigma_{mj}) = V_z(x_i, y_i, z_i) \quad (1)$$

где N — количество элементарных тел; σ_i — плотность j-го тела; $\xi_{1j},..., \xi_{nj}, \varsigma_{1j},..., \varsigma_{mj}$ — параметры j-го тела; φ_{ij} — гравитационное влияние j-го тела с плотностью раной единице, на i-ю точку наблюдения (нелинейная функция координат точки наблюдения и параметров тела). Левая часть соотношения обозначает теоретическое поле от заданной модели. Выражение (1) — это система уравнений.

Эту же систему можно представить и в операторном виде:

$$A \cdot x = g \quad (1)$$

где g — вектор наблюденных значений поля силы тяжести или вертикального градиента поля силы тяжести в точках с заданными координатами;

x — неизвестный вектор избыточной плотности, его размерность зависит от количества элементарных тел;

A — матрица коэффициентов (a_{ij}) ,каждый коэффициент которой — это гравитационное влияния j-го тела единичной плотности на i-ю точку.

Для расчета коэффициентов матрицы А необходимо задать форму, размеры элементарного тела, его координаты и координаты точки наблюдения.

Система уравнений (1) представляет собой обратную задачу гравиметрии, которая, как известно, является некорректной. Для ее решения необходимо использовать специальные методы регуляризации.

Суть метода регуляризации состоит в замене исходной системы уравнений другой, близкой к ней, с использованием специального регуляризирующего оператора и параметра регуляризации ά, который согласован с погрешностью исходных данных. Ставится задача среди множества возможных решений уравнения (1), удовлетворяющих наблюдённому полю в пределах погрешности наблюдений, найти единственное решение, наиболее близкое начальному приближению. Начальное приближение — это построенные интерпретатором на основании априорной геолого-геофизической информации возможные распределения значений избыточных плотностей, которые формируют вектор X_0. Математически поставленная задача означает минимизацию сглаживающего параметрического функционала Тихонова:

$$f(x) = \|Ax - g\| + \alpha\|x - x_0\|$$

Минимум функционала достигается при

$$f'(x) = 0$$

$$f'(x) = A^*(Ax - g) + \alpha(x - x_0)$$

$$(A^*A + \alpha E)x = A^*g + \alpha x_0$$

где A^*— транспонированная матрица, E — единичная матрица.

Таким образом, исходная система заменена другой, близкой к ней. Решение этой системы является нормальным, регуляризованным решением исходного уравнения. Оно устойчиво к малым изменениям входных данных и при погрешности исходных данных $\delta \to 0$ сходится к точному решению исходной системы. Задача успешно решается методами математического программирования.

Кроме того, при решении обратной задачи гравиметрии полезна еще одна процедура, приводящая к улучшению результатов. Исходные наблюдения являются суммой истинных значений и случайных погрешностей

$$V(x, y) = V(x_0,y_0) + \varepsilon,$$

где V (x, y) — наблюденные значения силы тяжести или ее градиента; $V(x_0,y_0)$ — истинные значения силы тяжести или ее градиента; ε — погрешности наблюдений, а также погрешности геологического характера. Последнее требует некоторого пояснения. При решении обратной задачи, когда разбиваем пространство на элементарные ячейки, то предполагаем, что ячейка по плотности однородна. Реально же каждая ячейка может содержать плотностные неоднородности более мелкого размера как положительного, так и отрицательного знака, которые создают аномалии — помехи. Такие аномалии носят случайный характер и по своим статистическим свойствам ближе к случайным погрешностям наблюдений.

После проведения регуляризованного решения обратной задачи рассчитаем гравиметрическую аномалию путем решения прямой задачи по полученным избыточным плотностям. Естественно, расчетное гравиметрическое поле не совпадет с наблюденным полем, по крайней мере, на величину случайных погрешностей, которые создают ошибки в определении избыточных плотностей при решении обратной задачи. Найдем разность между расчетным и наблюденным гравиметрическим полем. Естественно эта разность определяется погрешностью ε. Далее по разностному полю вновь решим обратную задачу и полученные в результате решения избыточной плотности вычтем из первоначального решения. Как показывает моделирование на теоретических примерах и практическое применение в реальной геологической обстановке, такая итерационная процедура в значительной степени повышает надежность результатов решения обратной задачи.

Данный алгоритмы был взят в качестве вычислительной основы для программы решения обратной задачи для поля силы тяжести и вертикального градиента силы тяжести в случае произвольного расположения точек наблюдения (вариант 2,5 D).

Исходными данными к программе являются значения гравитационного поля (Vz или Vzz), координаты точек наблюдения и параметры аппроксимационной модели. В качестве последних задаются форма и размеры элементарных тел, их количество и расположение относительно единого с точками наблюдения начала координат. На выходе получаем значение вектора *x*, задающего эквивалентное расположения избыточных плотностей в области локализации источников поля.

Программа создана на базе стандартного приложения Excel, использован язык VBA.

Рассмотрим применение данной программы на конкретных примерах.

Например, в [2] описана подробно Лискинская аномалия вертикального градиента силы тяжести. Суть этого примера заключается в том, что Лискинской положительной аномалии градиента (рис. 1б) соответствует отрицательная локальная аномалия силы тяжести (рис. 1а). В срезе кристаллического фундамента на месте аномалий силы тяжести и ее градиента находится Лискинский гранитный массив, который и вызывает отрицательную аномалию силы тяжести. Интенсивность аномалии силы тяжести невелика (менее десяти миллигал), хотя мощность массива составляет 6—8 км. Так как аномалия градиента силы тяжести является положительной., под гранитами необходимо расположить массы повышенной плотности. Гранитный массив имеет плащеобразный характер залегания (размеры по горизонтали намного превышают размеры по вертикали), следователь-

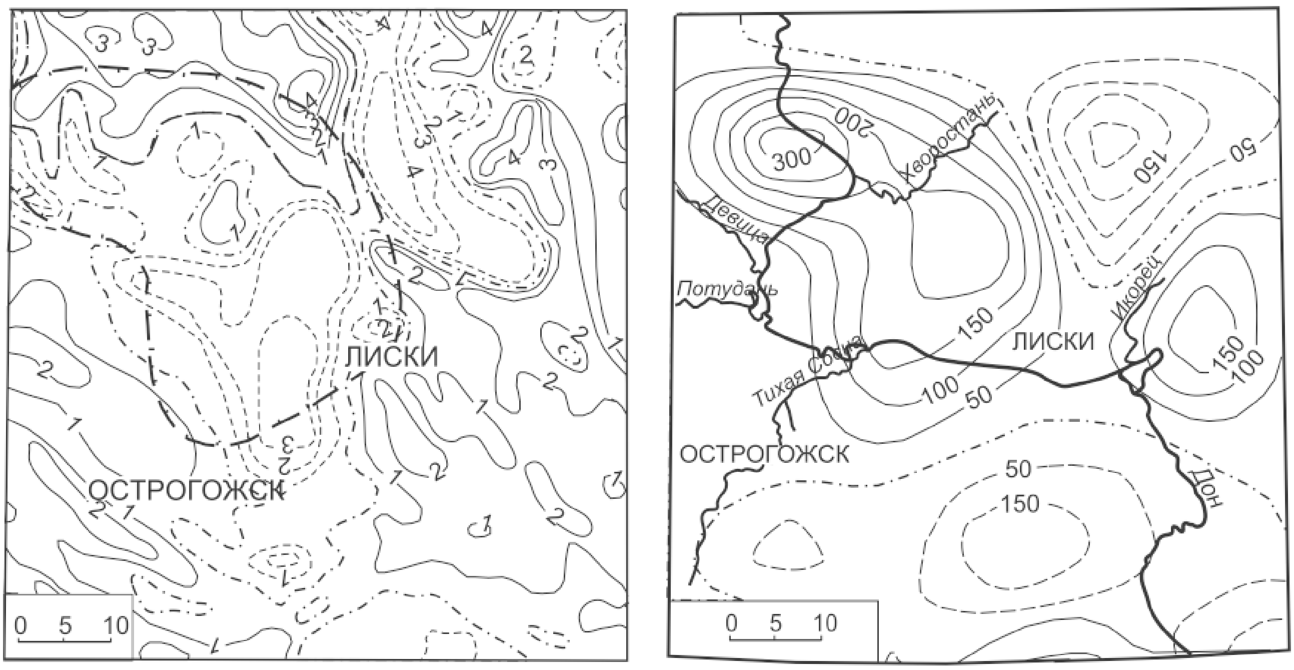

Рис.1. Карты силы тяжести (а) вертикального градиента (б) над Лискинским гранитоидным массивом

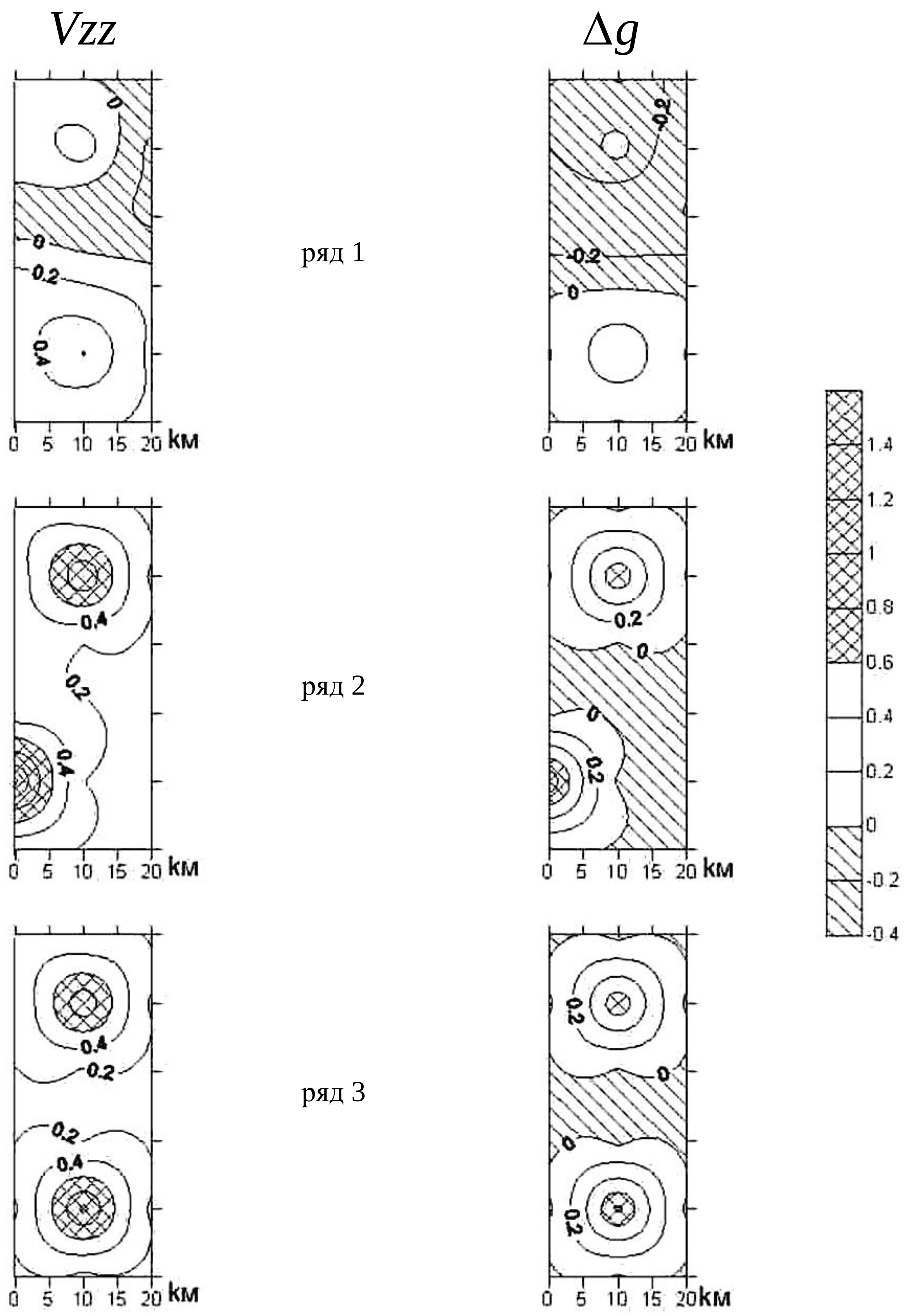

Рис. 2. Вертикальные изоплотностные разрезы силы тяжести (а) и вертикального градиента (б) для Лискинского массива

но, он (массив) создает аномалию градиента, практически равную нулю. В итоге измеренные значения градиента отражают плотные массы, расположенные ниже гранитов. Там же в [2] было высказано мнение, что реально обладать такой повышенной плотностью могут реститы.

При решении обратной задачи элементарная ячейка имела размеры 5 × 5 × 5 км. По результатам решения были построены вертикальные плотностные разрезы (рис. 2). Прежде всего обращает на себя внимание то, что распределение избыточных эквивалентных плотностей по измерениям силы тяжести и ее вертикального градиента совпадают между собой очень хорошо, что поностью подтверждает предположения о природе аномалий, высказанные в [2]. Действительно верхняя часть разреза разуплотнена по сравнению с нижней частью. Но вместе с тем надо отметить, что в верхней части имеется локальной уплотнение. Следовательно, Лискинский массив не совсем однороден.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Антонов Ю.В., Муравина О.М., Слюсарев С.В.* Эквивалентный подбор распределения избыточных масс по аномалиям силы тяжести на криволинейной поверхности // Изв. вузов. Геология и разведка. —1991. — № 11.

2. *Антонов Ю.В., Жаворонкин В.И., Слюсарев С.В.* Лискинская аномалия вертикального градиента силы тяжести. Вестн. Воронеж. ун-та. Геология. 2001. № 11, С. 204—209.

3. *Старостенко В.И.* Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. Киев, Наукова думка, 1978, 267 с.

Поступила в редакцию 12.12.06 г.