

2. Отмечен ускоренный синтез, искусственно воспроизводящий процесс цементации частиц, чрезвычайно медленно протекающий в естественных условиях.
3. Полученные данные позволяют считать предложенный способ эффективным при искусственной литификации вязкопластичных промышленных отходов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шигаев, В.Ю. Способ литификации вязкопластичных промышленных отходов : патент на изобретение № 2236314 / В.Ю. Шигаев, Ю.Г. Шигаев, Д.А. Плюсин.

2. Гончарова, Л.В. Основы искусственного улучшения грунтов / Л.В. Гончарова. – М. : Изд-во Моск. гос. ун-та, 1973.

3. Жинкин, Г.Н. Электрохимическое закрепление грунтов в строительстве / Г.Н. Жинкин. – Л.-М. : Стройиздат, 1966.

4. Коржуев, А.С. Электрохимический метод закрепления грунтов / А.С. Коржуев, Н.И. Титков. – М. : Изд-во АН СССР, 1959.

5. Ломизе, Г.М. Электроосмотические процессы в глинистых грунтах и водопонижение при вскрытии котлованов : материалы IV МК МГ и Ф / Г.М. Ломизе, А.В. Нетушил, Б.А. Ржаницин. – М. : Изд-во АН СССР, 1957.

6. Рельтов, Б.Ф. Производственный опыт применения электроосмоса с целью увеличения несущей способности свай – оболочек / Б.Ф. Рельтов, Б.П. Ерыхов // Гидротехническое строительство. – № 2. – 1963.

7. Ржаницин, Б.А. Электрохимическое закрепление грунтов / Б.А. Ржаницин // Гидрогеология и инженерная геология. – № 5. – 1940.

8. Толстопятов, Б.В. К вопросу об электрохимическом закреплении грунтов / Б.В. Толстопятов // Почвоведение. – № 8. – 1940.

УДК 550.837

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ
С ПЛОСКИМ СЛОЕМ С ЦЕЛЬЮ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
УДЕЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ЕГО МАТЕРИАЛА**

Е.П. Кочура, А.В. Скрипкин, С.В. Соболев

*Курский государственный университет
Курский государственный технический университет*

Рассмотрено взаимодействие плоской монохроматической электромагнитной волны с однородным электропроводным плоским слоем с целью определения удельной электропроводности его материала. Получено уравнение, которое в неявном виде определяет проводимость через частоту волны, толщину слоя и отношение амплитуд электрического поля на границах слоя. Рассмотрены предельные случаи, позволяющие получить выражение для электропроводности в явном виде.

Основной физической величиной, подлежащей определению при исследованиях структуры верхних слоев Земли с помощью электромагнитных полей как искусственного, так и естественного происхождения, является удельная электропроводность среды (см., например, [1,2,3]). В настоящей работе рассматривается способ определения проводимости образца горной породы в виде плоского слоя, толщина которого существенно меньше его характерных размеров в перпендикулярном направлении.

Пусть на поверхность однородного плоского слоя по нормали падает плоская электромагнитная волна. При этом заданными считаются частота волны ω , толщина слоя a , а также амплитуды напряженности электрического поля на передней ($z=0$) и задней ($z=a$) поверхностях слоя (последние достаточно просто могут быть найдены экспериментально). величиной, подлежащей определению, служит удельная электропроводность материала слоя σ .

Математическую основу задачи составляют уравнения электродинамики сплошных сред [4]. Нумеруя индексами 1,2 и 3 характеристики поля в областях $z<0$, $0\leq z\leq a$ и $z>a$ соответственно, для амплитуд напряженности электрического и индукции магнитного полей имеем следующую систему уравнений.

$$\frac{d^2 E_1}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} E_1 = 0, \quad \frac{d^2 B_1}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} B_1 = 0,$$

$$\frac{d^2 E_2}{dz^2} + \mu_0 \mu \omega (\epsilon_0 \epsilon \omega - \sigma i) E_2 = 0, \quad B_2 = -\frac{1}{i\omega} \frac{dE_2}{dz}, \quad (1)$$

$$\frac{d^2 E_3}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} E_3 = 0, \quad \frac{d^2 B_3}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} B_3 = 0.$$

Здесь ϵ_0 , μ_0 – электрическая и магнитная постоянные, ϵ , μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости, σ –

искомая проводимость материала слоя, c – скорость света в вакууме.

Общие решения этих уравнений для областей $z < 0$, $0 \leq z \leq a$, $z > a$ подчиняются требованиям непрерывности напряженностей электрического и магнитного полей на границах слоя:

$$\begin{aligned} E_1|_{z=0-} = E_2|_{z=0+}, \quad E_2|_{z=a-} = E_3|_{z=a+}, \\ \frac{E_1}{c} \Big|_{z=0-} = \frac{B_2}{\mu} \Big|_{z=0+}, \quad \frac{B_2}{\mu} \Big|_{z=a-} = \frac{E_3}{c} \Big|_{z=a+}. \end{aligned} \quad (2)$$

Кроме того, величины $E_1|_{z=0-}$ и $E_3|_{z=a+}$ считаем известными:

$$E_1|_{z=0-} = E_0; \quad E_3|_{z=a+} = E_a. \quad (3)$$

Возбуждение в материале слоя токов проводимости под действием электрического поля будет сопровождаться необратимыми процессами превращения энергии волны во внутреннюю энергию материала слоя, вследствие чего амплитуда напряженности электрического поля E_a на выходе из слоя будет меньше соответствующей величины E_0 на входе в него.

В результате решения системы уравнений (1) с учетом (2) и (3), для отношения $\frac{E_a}{E_0}$ получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{E_a}{E_0} = \frac{1}{2} e^{sa} \left(\cos ra - \frac{rc - \mu\omega}{sc} \sin ra \right) + \\ + \frac{1}{2} e^{-sa} \left(\cos ra + \frac{rc + \mu\omega}{sc} \sin ra \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где r и s – действительная и мнимая части комплексного волнового числа k , квадрат которого

$$k^2 = \mu_0 \mu \omega (\epsilon_0 \epsilon \omega - \sigma i).$$

При этом

$$\begin{aligned} r^2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \omega^2}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon \omega} \right)^2} \right], \\ s^2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \omega^2}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon \omega} \right)^2} \right]. \end{aligned}$$

Аналитические решения уравнения (4) можно получить в следующих двух случаях:

а) для слабопроводящих сред, когда токи проводимости малы по сравнению с токами смещения, то есть

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon \omega} \ll 1, \text{ выражение для } \sigma \text{ имеет вид:}$$

$$\sigma \approx 2\epsilon_0 \omega \sqrt{\epsilon \mu} \frac{\sin(\omega a \sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu})}{\frac{E_a}{E_0} - \cos(\omega a \sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}) + \omega a \sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu} \sin(\omega a \sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu})}$$

б) в противоположном случае $r \approx s$ и при дополнительном условии $\frac{a}{\delta} \ll 1$

где $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \mu \sigma \omega}}$ – толщина скин-слоя, находим:

$$\sigma \approx \frac{2}{\mu_0 a c} \left[1 + \frac{c}{\mu \omega a} \left(1 - \frac{E_a}{E_0} \right) \right].$$

В общем случае значение σ может быть получено из уравнения (4) численными методами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Альпин, Л.М. Теория полей, применяемых в разведочной геофизике / Л.М. Альпин, Д.С. Даев, А.Д. Карпинский. – М.: Недра, 1985. – 408 с.
2. Кауфман, А.А. Введение в теорию геофизических методов. Ч. 2: Электромагнитные поля / А.А. Кауфман. – М.: Недра – Бизнесцентр, 2000. – 483 с.
3. Светов, Б.С. Аналитические методы решения электродинамических задач / Б.С. Светов, В.П. Губатенко. – М.: Наука, 1988. – 344 с.
4. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика. Т. VIII: Электродинамика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1982. – 620 с.