УДК 550. 831

ПРЯМАЯ ЗАДАЧА ГРАВИМЕТРИИ. ТРЕХМЕРНЫЙ ВАРИАНТ

О.М. Муравина

Воронежский государственный университет

В статье рассматривается разработанная автором программа для расчета поля силы тяжести и поля вертикального градиента силы тяжести для трехмерного случая. Программа создана на базе стандартного приложения Excel, что обеспечивает доступность практически для любого пользователя. Приводятся результаты расчета полей на моделях, состоящих из тел с избыточной плотностью противоположных знаков, аппроксимирующих так называемые зоны взаимной компенсации. Выполненное моделирование подтвердило необходимость совместного анализа поля силы тяжести и поля вертикального градиента силы тяжести для выявления зон взаимной компенсации масс.

На всех стадиях геологических исследований важно иметь объемное представление о строении изучаемой площади. Пространственное представление о геологических структурах – основа для решения многих геологических задач. Объемной геологической моделью можно назвать представление блока земной коры в виде совокупности трехмерных тел, аппроксимирующих возможные геологические структуры.

Решение прямых задач гравиметрии играет важную роль при объемном геологическом моделировании. В том случае, если объемная геологическая модель сформирована на основании геолого-геофизической информации без использования гравитационного поля, то решение прямой задачи гравиметрии позволяет проанализировать соответствие этой модели результатам гравиметрической съемки и в случае необходимости скорректировать ее. Кроме того, прямая задача гравиметрии как основная составная часть входит в алгоритмы решения более сложной обратной задачи. Для определения гравитационного влияния тела произвольной формы его аппроксимируют набором элементарных тел. От каждого тела вычисляют эффект и, в случае принятия аддитивной модели гравитационного поля, в результате суммирования всех найденных значений находят величину гравитационного влияния, обусловленную исходным телом.

В недавнем прошлом в практике решения прямых задач гравиметрии на ЭВМ разработчики программ аппроксимировали геологические тела самыми различными геометрическими фигурами: вертикальными и наклонными уступами, вертикальными и горизонтальными призмами, усеченными пирамидами, тригональными многогранниками и др. Ограниченная память используемых компьютеров приводила к стремлению описать конкретные геологические тела минимальным числом фигур. В качестве элементарных тел использовались даже такие, для которых аналитические выражения для расчета гравитационных полей столь громоздки, что приходилось использовать методы численного интегрирования. Особенно это касается трехмерных задач. На наш взгляд при решении практических задач крайне неудобно использовать разные геометрические формы для геологической модели одного участка, так как трудно создать плотную упаковку моделируемой области простыми телами. Кроме того, для аппроксимации необходимо применять наиболее простые геометрические фигуры. Это существенно упрощает расчетные формулы, позволяет использовать точные аналитические выражения, вместо приближенных, делает более легким ввод исходных данных. Таким образом, элементарное тело должно удовлетворять по крайне мере двум условиям: его форма должна быть удобной для аппроксимации реальных геологических объектов определенного класса и вычисление его гравитационного влияния должно быть достаточно простым. При расчетах, связанных с интерпретацией гравитационных наблюдений, геологический объект произвольной формы удобно аппроксимировать набором однородных прямоугольных параллелепипедов – кубов. Это достаточно удобный и точный способ вычисления гравитационного эффекта от сложных тел.

Пусть такая исходная модель представлена совокупностью тел простой геометрической формы. Гравитационное влияние построенной модели на точки наблюдения в этом случае можно определить с помощью соотношения:

$$\sum_{j=1}^{N} \sigma_i \varphi_{ij}(x_i, z_i, \xi_{1j}, ..., \xi_{nj}, \varsigma_{1j}, ..., \varsigma_{mj}) = V_z(x_i, z_i), \quad (1)$$

где N – количество элементарных тел; σ_i – плотность j-го тела; ξ_{1i},..., ξ_{nj},..., ζ_{1i},..., ζ_{mj} – параметры j-го тела; φ_{ij} – гравитационное влияние j-го тела с плотностью равной единице, на i-ю точку наблюдения (нелинейная функция координат точки наблюдения и параметров тела). Левая часть соотношения обозначает теоретическое поле от заданной модели. Выражение (1) – это система уравнений.

Эту же систему можно представить и в операторном виде:

$$A \cdot \sigma = g, \quad (2)$$

где g – вектор значений поля силы тяжести или вертикального градиента поля силы тяжести в точках расчета;

σ – вектор избыточной плотности, его размерность зависит от количества элементарных тел;

А – матрица коэффициентов (a_{ij}), каждый коэффициент которой – это гравитационное влияния j-го тела на i-ю точку.

Для расчета коэффициентов матрицы А необходимо задать форму, размеры элементарного тела, его координаты и координаты точки наблюдения. Если задать матрицу А и вектор избыточных плотностей σ, то их произведение и будет решением прямой задачи гравиметрии для заданной модели.

Данный алгоритм был взят в качестве вычислительной основы для автоматизации на ЭВМ процесса интерпретации гравитационного поля методом подбора, который в настоящее время является наиболее универсальным методом количественного истолкования гравитационных наблюдений. Его использование особенно необходимо, если в результате интерпретации требуется построить гравитационную модель изучаемого района.

Ранее автором была разработана программа, позволяющая решать прямую и обратную задачи гравиметрии для поля силы тяжести и вертикального градиента силы тяжести для двумерного случая. В настоящее время возникла необходимость решения трехмерных задач.

Была создана и отлажена программа для расчета поля силы тяжести и поля вертикального градиента силы тяжести для трехмерного случая. Программа создана на базе стандартного приложения Excel, что обеспечивает доступность практически для любого пользователя.

Рассмотрим структуру созданной программы.

В нижнем полупространстве рассматривается некая область – параллелепипед, в котором находится источники гравитационного поля и вмещающие породы. Вся эта область заполняется элементарными телами (кубами). Причем вмещающие породы заполняются кубами с нулевой избыточной плотностью. Источники аномального гравитационного поля формируется из тел с заданной избыточной плотностью. Таким образом, формируется трехмерная модель полупространства нужной формы и степени сложности. Отметим также, что такое задание модели позволяет значительно упростить подготовку и ввод исходных данных.

В качестве входных параметров задаются размеры элементарного тела (половина грани куба), трехмерные координаты центра первого элементарного тела, количество тел по направлениям XYZ. Для расчета координат точек на поверхности необходимо задать количество профилей, количество точек на профиле, шаг по профилю и расстояние между профилями. Избыточная плотность каждого элементарного тела задается в виде массива, размерность которого соответствует общему количеству тел

Исходные данные вводятся в соответствующие ячейки рабочей книги Excel. Значения полей (Vz иVzz) рассчитываются в точках на поверхности. Полученные результаты выводятся в рабочую книгу Excel на соответствующие листы «Поле силы тяжести» и «Градиент» в виде таблицы значений поля. По полученным значениям с помощью «мастера диаграмм» (Excel) строятся двухмерные поверхностные и трехмерные диаграммы полей. Можно продемонстрировать изменение поля вдоль любого профиля. С помощью средств управления курсором рисунки рассматриваются с различных ракурсов.

Работа программы была опробована при решении следующей задачи. Был выполнен расчет полей на моделях, состоящих из тел с избыточной плотностью противоположных знаков, аппроксимирующих так называемые зоны взаимокомпенсации.

Известно, что такие зоны существуют в земной коре. Земная кора по плотности неоднородна. По знаку локальных аномалий силы тяжести плотностные неоднородности любых размеров в земной коре, относительно знака избыточной плотности, распределены поровну. Нередко плотностные неоднородности разного знака, расположенные рядом и особенно друг над другом, в гравитационном поле проявляются очень слабо или совсем не проявляются. По существу из-за взаимной компенсации притяжения положительных и отрицательных масс идет потеря информативности и снижение эффективности гравиметрических исследований. То, что в земной коре существуют зоны взаимной компенсации, (сложные тела с плотностными неоднородностями разного знака) подтверждается практическими исследованиями [1].

Измерение поля силы тяжести и вертикального градиента силы тяжести показывают, что зоны компенсации практически не проявляются в поле силы тяжести. Совместный же анализ силы тяжести и вертикального градиента поля силы тяжести позволяет выявить такие зоны. Для проверки этого предположения было выполнено математическое моделирование.

С помощью разработанной программы были рассчитаны поля силы тяжести и поля вертикального градиента силы тяжести аппроксимирующие зоны взаимной компенсации масс. За основу была взята модель, представленная на рис.1. Источник аномального поля сформирован из частей с избыточной плотностью противоположного знака. Верхняя часть имеет положительную избыточную плотность и перекрывает нижнее основание. Нижняя зона – сквозная зона разуплотнения, она имеет отрицательную избыточную плот-

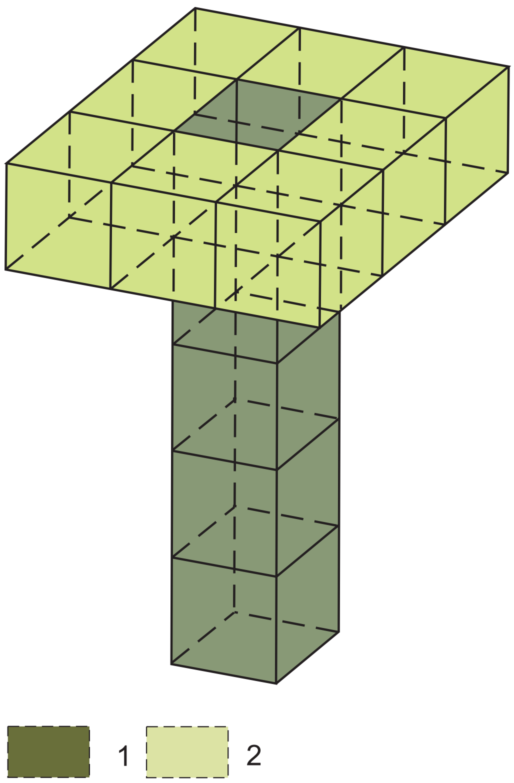
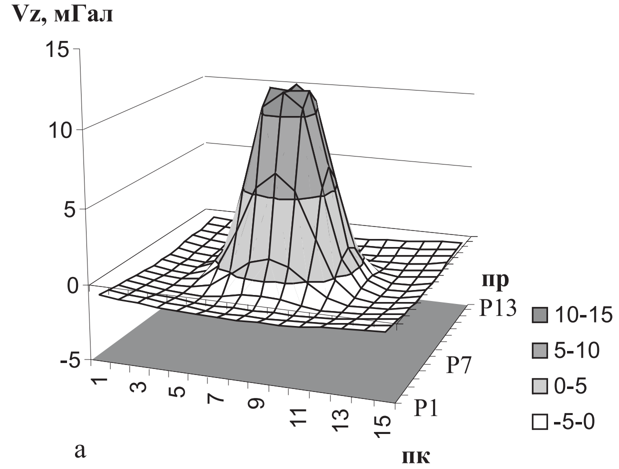


Рис. 1. Трехмерная модель, аппроксимирующая структуру с зонами взимокомпенсации:
1 – область положительной избыточной плотности;
2 – область отрицательной избыточной плотности



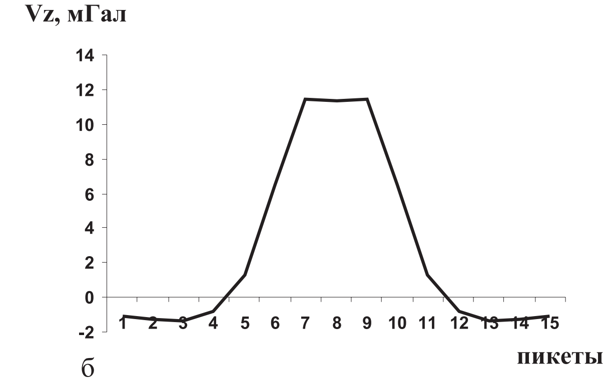


Рис. 2. Поле силы тяжести над моделью с зонами взаимокомпенсации масс. График поля Vz над центральным профилем:

а – поле силы тяжести,
б – поле силы тяжести по центральному профилю

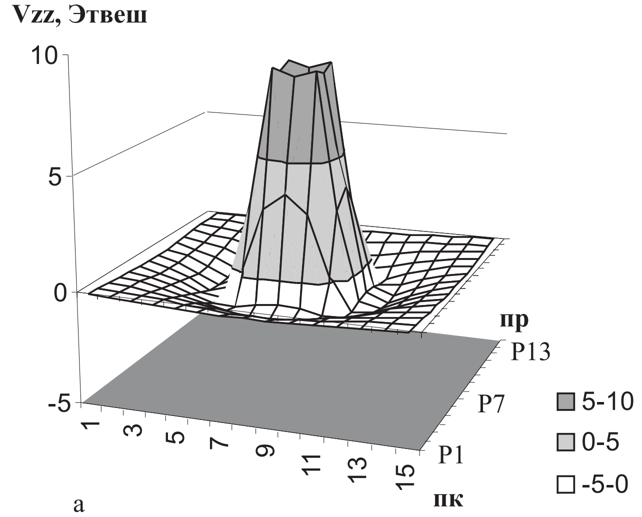
ность. Были выполнены расчеты полей для различных соотношений горизонтальных и вертикальных размеров аномалеобразующей области.

Источник поля, как указано выше, формируются из элементарных тел – кубов. Размер грани куба составил 10 км. Условная избыточная плотность верхней части составляет +0,5г/см^3, зона разуплотнения имеет переменную отрицательную избыточную плотность от –0,5г/см до 1,5г/см. При расчетах горизонтальные размеры модели изменяли от 30 до 70 км, вертикальные – от 20 до 50 км.

Геологическими аналогами таких структур могут быть магматические тела центрального типа с прямой или обратной зональностью распределения фаз внедрения магматических пород. Примером может служить Ольховская интрузия центрального типа [2].

На рис. 2 и 3 показан характер полей Vz и Vzz над моделью, представленной на рис. 1. Отметим высокие значения поля силы тяжести (до 13 мГал) и сравнительно низкие значения вертикального градиента поля силы тяжести (до 10Э).

Над однородными плотными телами аномалии вертикального градиента также были бы более интенсивными. Такие низкие значения поля Vzz при ано-



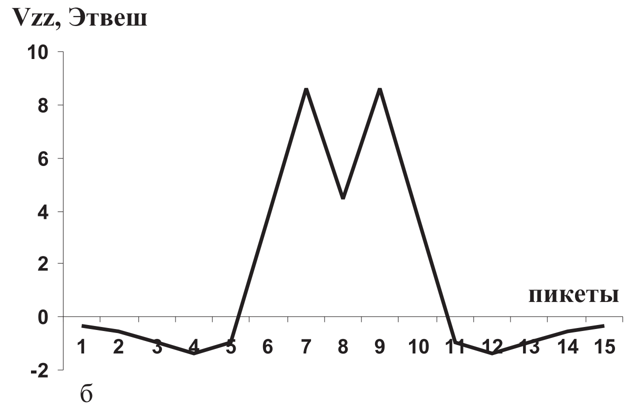


Рис. 3. Поле вертикального градиента силы тяжести над моделью с зонами взаимокомпенсации масс. График поля Vzz над центральным профилем:

а –поле градиента силы тяжести,
б – поле градиента силы тяжести по центральному профилю

мально высоких значениях поля силы тяжести и могут служить одним из признаком существования зоны взаимной компенсации масс. Кроме того, если в поле силы тяжести зона разуплотнения практически не проявляется, что связано с эффектом взаимной компенсации, то поле вертикального градиента имеет характерную особенность – минимум над зоной разуплотнения.

Выполненное моделирование подтвердило необходимость совместного анализа поля силы тяжести и поля вертикального градиента силы тяжести для выявления зон взаимной компенсации масс.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Антонов, Ю.В.* Плотностные неоднородности в земной коре / Ю.В. Антонов // Геофизика. – 2005. – № 1. – С. 62–69.

2. *Рыборак, М.В.* К вопросу формирования интрузий первой фазы Ольховского кольцевого массива (ВКМ, Центральная Россия) / М.В. Рыборак // Геология и полезные ископаемые Северо-Запада и Центра России : материалы X конференции, посвященной памяти К.О. Кратца. – Аппатиты, 1999. – С. 77–80.