

## ОЦЕНКА АНТРОПОГЕННОГО ИЗМЕНЕНИЯ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НА ОСНОВЕ МОДИФИКАЦИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ РЕЧНОГО СТОКА С ВНУТРИГОДОВЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

В.Д. Красов

*Воронежский государственный университет, Россия*

*Поступила в редакцию 22 марта 2011 г.*

**Аннотация:** В статье исследуется влияние различных сценариев изъятия стока на его параметры и квантили. В качестве основы используются модифицированные последовательности стока (как ряды наблюдений так и моделированные) с учетом внутригодовых колебаний. Оценивается точность определения выборочных характеристик стока в условиях нестационарности.

**Ключевые слова:** речной сток, модификация, сценарии изъятия, нестационарность, параметры и квантили, точность определения.

**Abstract:** The article investigates the impact of various scenarios for withdrawal of runoff on its parameters and quintiles. As the basis of the modified sequence of runoff (as a series of observations and simulated) have been used with the intra-annual fluctuations. Accuracy of the sampling characteristics of runoff in nonstationarity has been estimated.

**Key words:** river runoff, modification, withdrawal scenarios, nonstationarity, parameters and quintiles, precision of the definition.

Заявленная тема, затрагивает один из недостаточно изученных разделов гидрологии – исследование влияния факторов антропогенной природы на характеристики стока рек. К их числу относятся, во-первых, безвозвратное изъятие воды на хозяйственные цели или привлечение стока из других бассейнов. Во-вторых, трансформация стока в сторону уменьшения или увеличения водных ресурсов возможна под влиянием динамики климатических условий, вызванной хозяйственной деятельностью человека [11]. Наиболее важным с экономической точки зрения и сложным в методическом отношении является случай изъятия стока, который и рассматривается далее. Принципиальные научные результаты получены автором [3-6] на базе использования различных моделей стокового процесса, описывающих многолетние колебания годового стока, например в [8]. Следующий шаг состоит в модификации последовательностей стока, учитывающей его внутригодовое распределение.

### Общие положения

Пусть имеется совокупность величин речного стока  $k_{ij}$  (в долях нормы), отображающая стационарные условия его формирования ( $i=1, 2, \dots, N$ , где  $N$  – количество лет;  $j=1, 2, \dots, m$ , где  $m$  – число внутригодовых интервалов). Соответственно, из исходной получается другая последовательность  $k_i$ , представляющая собой годовые объемы стока. Величины  $k_i$  и  $k_{ij}$  связаны соотношениями:

$$k_i = \sum_{j=1}^m k_{ij}, k_{ij} = g_{ij} k_i, \quad (1)$$

где  $g_{ij}$  – доля стока за  $j$ -й интервал в  $i$ -м годовом объеме.

Последовательность  $k_i$  отображается параметрами: среднее  $\bar{k}$ , стандарт  $s$ , коэффициент вариации  $C_v$ , асимметрии  $C_s$ , автокорреляции  $r$  и соотношение  $h = C_s / C_v$ .

Обозначим через  $a_{uij}$  текущие значения изъятия стока и модифицируем исходную последовательность по соотношению:

$$k_i^* = \sum_{j=1}^m (k_{ij} - a_{ij}). \quad (2)$$

При  $k_{ij} - a_{uij} < 0$  будем полагать  $k_{ij} = 0$ . Подобные случаи появляются, когда  $a_{uij} > k'_{min}$ , где  $k'_{min}$  – минимальный сток за внутригодовые интервалы периода  $N$ . Поскольку  $k'_{min} < k_{min}$  (где  $k_{min}$  – минимальный годовой сток за период  $N$ ), то влияние интервала «нулевого стока» (ИНС) [3] начинает проявляться при меньших изъятиях, чем при модификации непосредственно величин  $k_i$  [5]. С учетом отмеченного аспекта модифицированный сток за год будет:

$$k_i^* = \sum_{j=1}^m [k_{ij} - (a_{uij} - s_{ij})], \quad (3)$$

где  $s_{ij}$  – корректирующее слагаемое для случаев  $a_{uij} > k_{ij}$ , численно равное дефициту стока  $d_{ij}$ :

$$s_{ij} = a_{uij} - k_{ij} = d_{ij}. \quad (4)$$

Годовые величины корректирующего слагаемого будут  $s_i = \sum_{j=1}^m s_{ij}$ , а среднее значение за многолетие равно:

$$\bar{s}_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i \quad (5)$$

В этих условиях среднее значение модифицированного стока для выбранного сценария за период  $N$  может быть представлено в виде:

$$\bar{k}^* = \bar{k} - \bar{a}_u + \bar{s}_{ij}, \quad (6)$$

где  $\bar{a}_u$  – среднее объявленное изъятие за многолетие.

Дополнительными характеристиками, отражающими появление  $k_{ij}^* = 0$ , могут быть коэффици-

ент «демпфирования» изъятия  $f_1 = \frac{\bar{a}_{уф}}{\bar{a}_u} < 1,0$ , где

$\bar{a}_{уф}$  – средняя фактическая величина изъятия для рассматриваемого за период  $N$  варианта, и коэффициент трансформации среднего значения, рав-

ный  $f_2 = \frac{\bar{k} - \bar{a}_{уф}}{\bar{k} - \bar{a}_u} > 1,0$ .

В процессе модификации последовательностей стока возможны следующие варианты:

1. По уровню объявленного наибольшего изъятия:  $0 \leq I \leq 1,0$ , где  $I$  – величина максимального изъятия  $a_{umax}$  в долях нормы стока.

2. По изменению годового изъятия  $a_{ui}$  во времени:

$$a_{ui} = cI. \quad (7)$$

Соответственно значениям  $c$  могут быть рассмотрены следующие сценарии изъятия:

а) константа;  $c = 1,0$ ,  $a_{ui} = I = const$ ;

б) прямая;  $c = \frac{m_1}{N}$ ,  $a_{ui} = \frac{m_1}{N} I$ ; (8)

в) парабола-1;  $c = \left(\frac{m_1}{N}\right)^2$ ,  $a_{ui} = \left(\frac{m_1}{N}\right)^2 I$ ;

г) парабола-2;  $c = \left[1 - \left(\frac{N - m_1}{N}\right)^2\right] I$ ,

$$a_{ui} = \left[1 - \left(\frac{N - m_1}{N}\right)^2\right] I.$$

В выражениях (8)  $m_1 = i$ .

Отметим, что для принятых сценариев фактическая величина среднего изъятия (в долях нормы стока) будет:

$$\bar{a}_{уф} = gI - \bar{s}, \quad (9)$$

где  $g$  – коэффициент, величина которого составляет для «константы»  $g = 1,0$ , для «прямой»  $g = 0,505$ , для «параболы-1»  $g = 0,34$ , для «параболы-2»  $g = 0,67$ .

Разумеется, число возможных вариантов динамики изъятия во времени не исчерпывается приведенными выше сценариями. В рамки разработанной концепции вполне укладываются случаи учета разнообразных экологических аспектов водопользования.

### Параметры модифицированных последовательностей

Оценим параметры последовательностей  $k_i^*$ :

$\bar{k}^*$ ,  $s^*$ ,  $C_v^*$ ,  $C_s^*$ ,  $h^*$ ,  $r^*$  (символ «\*» относится к случаю модификации стока), образованных по соотношениям (2, 3). В качестве модели примем ряд наблюдений за стоком р. Дон у г. Калач-на-Дону за период с 1876 по 1952 г. продолжительностью  $N = 77$  лет с параметрами: среднее  $\bar{Q} = 674 \frac{м^3}{с}$ ,

$s = 247 \frac{м^3}{с}$ ,  $C_v = 0,367$ ,  $C_s = 0,706$ ,  $h = 1,924$ ,  $r = 0,109$ . Выбор модели обусловлен длительностью ряда и минимальным уровнем антропогенного воздействия на сток за период наблюдений. Модификацию стока будем производить применительно к вариантам  $I$  ( $0 \leq I \leq 0,5$ ) и сценариям а,

Изменение параметров годового стока при изъятии из внутригодовых величин (р. Дон, г. Калач-на-Дону,  $N=77$ )

| Пар-ры<br>Сценарии | $\bar{k}^*$ | $s^*$ | $C_v^*$ | $C_s^*$ | $\eta^*$ | $r^*$ | $\bar{s}$ | $I_\phi$ | $f_1$ | $f_2$ |
|--------------------|-------------|-------|---------|---------|----------|-------|-----------|----------|-------|-------|
| $\lambda = 0$      |             |       |         |         |          |       |           |          |       |       |
| Исх. ряд           | 1,0         | 0,367 | 0,367   | 0,706   | 1,924    | 0,109 | 0,0       | 0,0      | –     | –     |
| $\lambda = 0,1$    |             |       |         |         |          |       |           |          |       |       |
| а                  | 0,900       | 0,367 | 0,408   | 0,706   | 1,731    | 0,109 | 0,0       | 0,100    | 1,0   | 1,0   |
| б                  | 0,949       | 0,374 | 0,394   | 0,650   | 1,650    | 0,140 | 0,0       | 0,050    | 1,0   | 1,0   |
| в                  | 0,966       | 0,374 | 0,387   | 0,650   | 1,679    | 0,140 | 0,0       | 0,034    | 1,0   | 1,0   |
| г                  | 0,933       | 0,374 | 0,401   | 0,650   | 1,619    | 0,141 | 0,0       | 0,067    | 1,0   | 1,0   |
| $\lambda = 0,2$    |             |       |         |         |          |       |           |          |       |       |
| а                  | 0,802       | 0,367 | 0,457   | 0,713   | 1,562    | 0,106 | 0,002     | 0,198    | 0,992 | 1,002 |
| б                  | 0,899       | 0,383 | 0,426   | 0,590   | 1,384    | 0,178 | 0,0       | 0,101    | 1,0   | 1,0   |
| в                  | 0,932       | 0,383 | 0,411   | 0,580   | 1,412    | 0,179 | 0,0       | 0,067    | 1,0   | 1,0   |
| г                  | 0,866       | 0,383 | 0,443   | 0,598   | 1,350    | 0,180 | 0,0       | 0,135    | 0,999 | 1,0   |
| $\lambda = 0,5$    |             |       |         |         |          |       |           |          |       |       |
| а                  | 0,636       | 0,332 | 0,521   | 0,727   | 1,394    | 0,039 | 0,136     | 0,364    | 0,728 | 1,273 |
| б                  | 0,779       | 0,395 | 0,507   | 0,545   | 1,075    | 0,247 | 0,032     | 0,222    | 0,874 | 1,044 |
| в                  | 0,849       | 0,404 | 0,476   | 0,456   | 0,958    | 0,267 | 0,018     | 0,152    | 0,891 | 1,023 |
| г                  | 0,728       | 0,384 | 0,527   | 0,618   | 1,172    | 0,235 | 0,065     | 0,272    | 0,808 | 1,098 |

б, в, г при  $a_{uij} = a_{ui} / m$ . По результатам объявленного этапа исследований сделаны выводы, основой для которых стал анализ информации, содержащейся в таблице 1.

Сначала общая характеристика. До изъятия  $a_{uij} = \bar{a}_u = a_{u\max} = 0,2\bar{Q}$  параметры измененного стока совпадают с полученными без учета внутригодового распределения [4-6]. При больших  $I$  вид зависимости параметров от величины изъятия меняется. Вследствие различия в средних величинах объявленного  $\bar{a}_u$  и фактического  $\bar{a}_{uf}$  изъятия, отражаемого коэффициентом «демпфирования»  $f_1$ , значения превышают разность  $(\bar{k} - \bar{a}_u)$  из-за возрастания корректирующего слагаемого  $\bar{s}_{ij}$  (5).

Так, в сценариях  $a_{ui} \neq const$  при  $I = 0,5$   $\bar{s}_{ij}$  колеблется от 2% (для «параболы-1») до 9,8% от  $(\bar{k} - \bar{a}_u)$  (для «параболы-2»). В сценарии  $a_{ui} = const = 0,5$  величина  $\bar{s}_{ij}$  достигает 27% от  $(\bar{k} - \bar{a}_u)$ . Соответственно (б) возрастает и  $\bar{k}^*$ , что отображается повышением значения коэффициента  $f_2$ .

Интервал постоянных значений стандарта  $s^*$  (при  $I \leq 0,2$ ) сменяется его уменьшением, которое для варианта  $a_{ui} = const$  на протяжении  $0,2 \leq I \leq 0,5$  достигает 9,3%. В сценариях  $a_{ui} \neq const$  устойчивый положительный тренд в изменении  $s^*$  при  $I \geq 0,2$  переходит в стадию менее существенного и дальше (с ростом  $I$ ) к снижению. Однако общая тенденция к повышению остается – увеличение  $s^*$  относительно  $s$  при  $I = 0,5$  составляет от 4,5 («парабола-2») до 10,1% («парабола-1»).

Наиболее существенно (в сравнении с вариантом изъятия из годовых величин стока) трансформируется характер изменения  $C_v^*$ . При  $I \geq 0,2$  резкий подъем переходит в малоинтенсивный, причем разность величин  $C_v^*$  для всех вариантов находится в небольшом диапазоне ( $\leq 0,05$ ); при  $I = 0,5$  разброс также невелик ( $C_v^*$  в пределах от 0,48 до 0,53).

Коэффициент асимметрии  $C_s^*$  в вариантах  $a_{ui} = const$  при всех изъятиях практически постоянен. В остальных сценариях ( $a_{ui} \neq const$ ) рост  $I$  сопровождается уменьшением  $C_s^*$ , наиболее зна-

чительным для «параболы-1» при  $I = 0,5$  (с 0,706 до 0,456 или на 35%). В сценариях «парабола-2» (при  $I = 0,3$ ) и «прямая» (при  $I = 0,4$ ) изменения  $C_s^*$  характеризуется положительным градиентом.

Соотношение  $h^*$  обнаруживает тенденцию к понижению, интенсивность которого при  $I \geq 0,3$  для вариантов «прямой» и «параболы-1» снижается, а для «параболы-2» сменяется участком  $h^* = const$ . Общее снижение  $h^*$  при  $I = 0,5$  по сравнению с исходной величиной  $h$  составляет от 27,5 ( $a_{ui} = const$ ) до 50% (парабола-1).

Коэффициент автокорреляции  $r^*$  в варианте  $a_{ui} = const$  от  $r = 0,109$  при  $I = 0,2$  уменьшается при  $I = 0,5$  до  $r^* = 0,039$ . При  $a_{ui} \neq const$  в интервале  $0 \leq I \leq 0,2$  коэффициент  $r^*$  возрастает с близкими значениями для сценариев (а-г); затем величины  $r^*$  дифференцируются и при  $I = 0,5$  имеют рассеяние в интервале от  $r^* = 0,235$  (парабола-2) до  $r^* = 0,267$  (парабола-1).

Представляет интерес вычленение из общей динамики параметров модифицированного стока их изменений, приходящихся на интервал изъятий  $0 \leq I \leq 0,2$ , наиболее реальный с практической точки зрения. Среднее значение стока для варианта  $a_{ui} = const$  уменьшается на величину, равную или практически равную  $(I - \bar{s})$ ; в сценариях  $a_{ui} \neq const$  фактическое уменьшение среднего составит  $(gl - \bar{s})$ . Значение  $\bar{s}$  здесь равно нулю, за исключением варианта «константы» при  $I = 0,2$ , где  $\bar{s} = 0,002$ . Коэффициент вариации  $C_v^*$  для «константы» при увеличении  $I$  от нуля до 0,1 возрастает на 11,2%, а при  $I = 0,2$  на 24,3%. Для сценариев  $a_{ui} \neq const$  рост  $C_v^*$  несколько меньше; например, для «параболы-2» его увеличение составляет, соответственно, 9,3 и 20,7%. Коэффициент асимметрии  $C_s^*$  в варианте «константа» равен  $C_s$ ; в вариантах  $a_{ui} \neq const$   $C_s^*$  уменьшается: при  $I = 0,1$  на 7,9%, при  $I = 0,2$  на 16,6%. Для  $h^*$  характерно общее понижение, меньше для «константы» и более значительное для случаев  $a_{ui} \neq const$ . Для первого сценария оно при  $I = 0,1$  оценивается в 10%, для других в среднем 14,3%. При  $I = 0,2$  указанные показатели возрастают, соответственно

до 18,9% и 28,3%. Коэффициент автокорреляции для «константы» постоянен и равен  $r^* = r$ , для вариантов  $a_{ui} \neq const$   $r^*$  повышается: при  $I = 0,2$  до  $r = 0,18$  или в 1,64 раза, со средней интенсивностью, равной 0,036 или 32,3% на 0,1I.

**Использование моделированных последовательностей.** Означенный путь позволяет учесть возможные группировки лет экстремальной водности, не охваченные коротким периодом наблюдений. Учет внутригодового распределения стока в процессе его моделирования является одной из самых сложных проблем гидрологии. Этому направлению посвящены работы М.Б. Фиринга, Томаса, Г.Г. Сванидзе [10], М.В. Болгова [1] и других авторов.

Исследования, выполненные в настоящей работе, опираются на теоретическую концепцию моделирования годовых объемов стока, разработанную Д.Я. Ратковичем [8]. Выражение двумерной плотности распределения вероятностей для этой модели может быть записано в виде:

$$a_0 p_{i+1}^5 + a_1 p_{i+1}^4 + a_2 p_{i+1}^3 + a_3 p_{i+1}^2 a_4 p_{i+1} + a_5 = 0, \quad (10)$$

где  $a_i = j_i(p_i, r_0)$ ,  $i = 0, 1, \dots, 4$ ,  $a_5 = d_{i+1} - 1$ ,

$p_i, p_{i+1}$  – предшествующий и текущий члены последовательности,

$r_0$  – коэффициент автокорреляции величин  $p_i$  и  $p_{i+1}$ ,

$d_{i+1}$  – случайное число, равномерно распределенное в интервале [0, 1].

С помощью решения уравнения (10) получают автокоррелированные последовательности неограниченной длительности  $p_i$ , представляющие собой равномерно распределенные в интервале [0, 1] значения вероятности превышения (обеспеченностей) величин годового стока. Их параметры:

среднее  $\bar{p} = 0,5$ , стандарт  $s_0 = \frac{1}{\sqrt{12}}$ , коэффициент автокорреляции  $r_0$ .

Переход от  $p_i$  к величинам стока  $k_i$  (в долях нормы) осуществляется с помощью принятого закона распределения вероятностей стока. Последовательности  $k_i$  характеризуются параметрами: среднее  $\bar{k} = 1,0$ , коэффициенты: вариации  $C_v$ , асимметрии  $C_s$  и автокорреляции  $r$ ,  $h = \frac{C_s}{C_v}$ . Соотношение между  $r$  и  $r_0$  аппроксимируется функцией вида:

$$r = \frac{3}{p} r_0 - 0,12 C_v^{1,5} r_0^{0,75}. \quad (11)$$

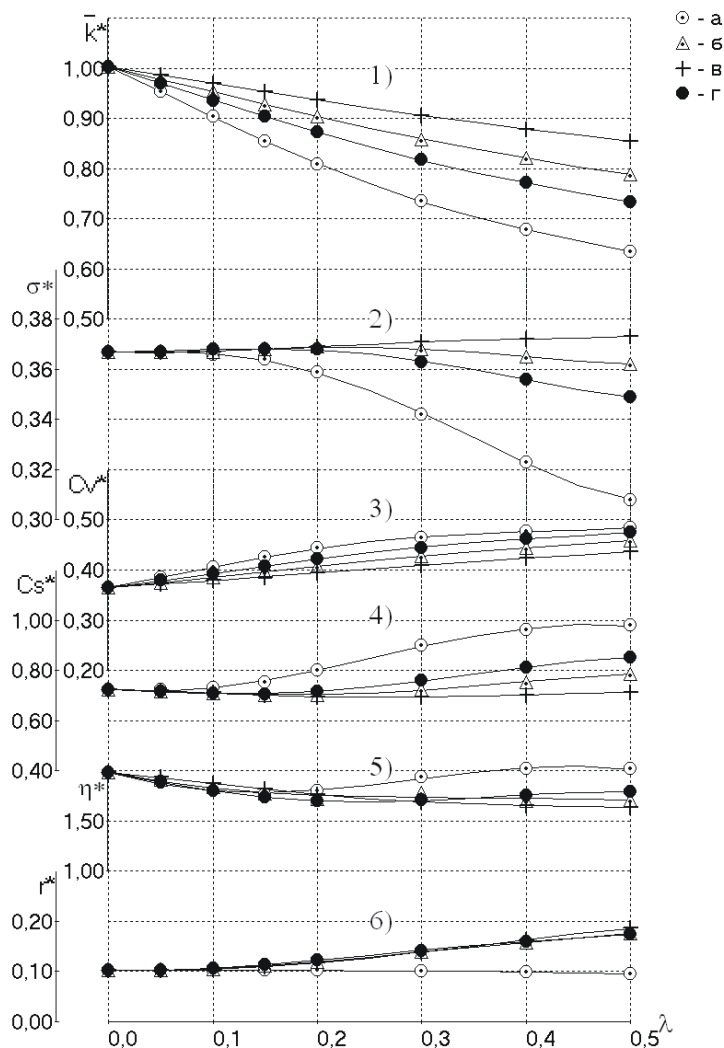


Рис. 1. Изменение параметров годового стока при изъятии из месячных величин (исходная моделированная последовательность с параметрами:  $\bar{k} = 1,003$   $C_v = 0,366$   $C_s = 0,724$   $h = 1,98$   $r = 0,102$   $N = 1000$ )

1 –  $\bar{k}^*$ ; 2 –  $s^*$ ; 3 –  $C_v^*$ ; 4 –  $C_s^*$ ; 5 –  $h^*$ ; 6 –  $r^*$ .

а) «константа»; б) «прямая»; в) «парабола-1»; г) «парабола-2».

В процессе выполнения поставленных задач длительность последовательностей  $p_i$  и  $k_i$  задавалась равной  $N=1000$  членов. Необходимая для получения  $k_i$  по  $p_i$  интерполяционная таблица (10000 тысяч пар значений  $p_i$  и  $k_i$ ) получена в [3] путем решения уравнения трехпараметрического гамма-распределения С. Н. Крицкого и М. Ф. Менкеля [7].

В качестве основы для моделирования использовались параметры стока р. Дон у г. Калач-на-Дону (см. выше). Модификация элементов последовательности осуществлялась по соотношениям (2, 3) с применением формул (8). Результаты оценки влияния изъятия на параметры стока в различных сценариях представлены на рис. 1. Анализ

полученной информации при сравнении двух случаев:  $N=77$  и  $N=1000$  дает основания для следующих выводов.

Изменения средних значений  $\bar{k}^*$  при  $N=1000$  практически аналогичны случаю  $N=77$  во всем диапазоне рассматриваемых сценариев. Общее (при  $0 \leq \lambda \leq 0,5$ ) снижение стандарта  $s^*$  для варианта а) изменяется от  $-9,5\%$  при  $N=77$  до  $-16,1\%$  для  $N=1000$ ; в варианте в) рост  $s^*$  становится меньшим (с  $10,1$  до  $1,6\%$ ), а в вариантах б) и г) сменяется уменьшением. Для коэффициента вариации  $C_v^*$  отмечается меньшее увеличение для варианта а) с  $42,3\%$  от исходного до  $32,5\%$ , для других вариантов: б) с  $38,5\%$  до  $25,4\%$ , в) с  $30,1\%$

до 19,1%, г) с 44 до 29,8%. Для  $C_s^*$  динамика оценок происходит в сторону общего повышения: в варианте а) с 3,0 до 35,2%, б) с 22,8 до 8,4%, в) с 35,4 до -1,5%, г) с -12,5 до 17,5%. Соответственно в изменении  $h^*$  происходит смена общего понижения менее значительным, с последующим небольшим подъемом в зоне  $I \geq 0,3$ . В отношении  $r^*$  общий характер динамики сохраняется, но ее показатели меняются. Так, для варианта а) понижение с  $r^*=0,109$  до 0,039 (-64,2%) переходит в уменьшение до  $r^*=0,096\%$  (на -5,9%); для вариантов б), в), г) повышение  $r^*$  при  $N=77$  отмечалось до 2,5 раз, а для  $N=1000$  всего на величину 70,6 – 82,4%.

Представляет интерес оценка трансформации параметров при  $N=1000$  в диапазоне наиболее реальных изъятий ( $I \leq 0,2$ ). Так, при  $I=0,1$  (увеличение максимального изъятия на 10%) среднее  $\bar{k}^*$  уменьшается на величину  $gl$ , что составляет по вариантам: а) 10%, б) 5,05%, в) 3,4%, г) 6,7%. При  $I=0,2$  (увеличение максимального изъятия на 20%) уменьшение  $\bar{k}^*$  по тем же вариантам будет: а) 19,8, б) 10,1%, в) 6,8%, г) 13,4%. По коэффициенту вариации  $C_v^*$  при  $I=0,1$  увеличение достигает: а) 10,9%, б) 5,5%, в) 3,6%, г) 7,4%. При  $I=0,2$  имеет место повышение: для а) 21,3%, б) 11,5%, в) 7,7%, г) 15%. Изменения по  $C_s^*$  следующие: в варианте а) 0,8%, б) -2,1%, в) -1,8%, г) -2,2%; при  $I=0,2$  повышение для варианта а) 10,4%, для остальных понижение: б) -2,9%, в) -4,0%, г) -1,1%. В отношении  $h^*$  при  $I=0,1$  происходит уменьшение по вариантам: а) -9,2%, б) -7,2%, в) -5,3%, г) -9,1%. При  $I=0,2$  имеет место снижение по вариантам: а) 9,1%, б) -13,1%, в) -11,0%, г) -14,3%. И, наконец, для  $r^*$  выявлено равенство или повышение тенденции роста в сравнении с  $N=77$  при  $I=0,1$  по вариантам: а) 0,0%, б) 2,9%, в) 2,0%, г) 4,9%. Для  $I=0,2$  отмечаемые показатели равны: а) 0,0%, б) 16,7%, в) 14,7%, г) 20,6%.

### Квантили годового стока

Принципиальные аспекты формирования квантилей модифицированного стока рассмотрим на примере ряда расходов воды  $Q_{ij}$  (м<sup>3</sup>/с). В этом случае изъятие стока  $a_{ij}$  и другие характеристики его баланса стока будут выражаться в м<sup>3</sup>/с. Соответ-

ственно, численные значения модифицированных квантилей  $Q_p^*$  вероятностью превышения  $p$  определяются выражением:

$$Q_p^* = \frac{\sum_{i=1}^m [Q_{ij} - (a_{uij} - s_{ij})]}{m}, \quad (12)$$

где  $Q_{ij}$  – сток  $j$ -го внутригодового интервала в  $i$ -м году, величина которого  $Q_i$  в хронологическом ряду является исходным для образования  $Q_p^*$ ,  $a_{uij}$  – изъятие стока для тех же условий,  $s_{ij}$  – корректирующее слагаемое, отражающее «демпфирование» изъятия  $a_{uij}$  при появлении в модифицированной последовательности значений  $Q_{ij}=0$ ,  $m$  – количество внутригодовых интервалов.

Для случаев  $a_{uij} < Q_{ij}$  значение  $s=0$ ; при  $a_{uij} > Q_{ij}$   $s = a_{uij} - Q_{ij} = d_{ij}$  ( $d_{ij}$  – дефицит стока). В связи со сказанным фактическое изъятие для  $j$ -го интервала будет равно

$$a_{ufij} = a_{uij} - s_{ij}, \quad (13)$$

а для  $i$ -го года, соответственно:

$$a_{ufi} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m a_{ufij}. \quad (14)$$

В результате воздействие изъятия  $a_{uij}$  на квантили стока проявляется не только в прямом уменьшении ординат распределения вероятностей, но и в снижении этого эффекта за счет «демпфирования» изъятия. К этому следует добавить смещение абсцисс распределений модифицированного стока (по сравнению с исходным) как под влиянием отмеченного выше фактора, так и в связи с непостоянством изъятия во времени. Величина смещения устанавливается так:

$$Dp^* = p_i - p^*, \quad (15)$$

где  $p_i$  – вероятность превышения стока  $Q_i$   $i$ -го года, из которого образован квантиль  $Q_p^*$ , в распределении для исходного ряда;  $p^*$  – вероятность превышения квантиля  $Q_p^*$  в распределении модифицированного ряда.

Величину  $Q_v = Q_i$  назовем квантилеобразующим стоком для  $Q_p^*$ .

Необходимо иметь в виду, что в связи с известными положениями теории вероятностей

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Dp_i^* = 0. \text{ Кроме того, } \sum_{i=1}^N DQ_i = \bar{a}_{ufi}, \text{ где } DQ_i$$

– смещение по ординате,  $\bar{a}_{ufi}$  – средняя величина фактического изъятия.

Характеристики формирования квантилей модифицированного стока (р. Дон, г. Калач-на-Дону,  $N=77$ )

| I          | $N_p, \%$ | $N_d, \%$ | $Dp^*_{max}, \%$ |      |          |                    | $d_{max}$         |               |
|------------|-----------|-----------|------------------|------|----------|--------------------|-------------------|---------------|
|            |           |           | < 0              |      | > 0      |                    | м <sup>3</sup> /с | Год           |
|            |           |           | Значение         | Год  | Значение | Год                |                   |               |
| Константа  |           |           |                  |      |          |                    |                   |               |
| ≤0,15      | 0         | 0         | 0                | –    | 0        | –                  | 0                 | –             |
| 0,20       | 6,5       | 7,6       | 5,1              | 1905 | 1,28     | 1890,94<br>1943,45 | 1,96              | 1938          |
| 0,30       | 79,2      | 35,5      | 10,2             | 1905 | 7,68     | 1933               | 48,7              | 1911          |
| 0,50       | 84,4      | 68,8      | 10,2             | 1907 | 15,4     | 1876               | 163               | 1891          |
| Прямая     |           |           |                  |      |          |                    |                   |               |
| 0,05       | 49,4      | 0         | 7,68             | 1890 | 3,84     | 1945 и др.         | 0                 | –             |
| 0,10       | 68,8      | 0         | 8,96             | 1890 | 7,68     | 1940               | 0                 | –             |
| 0,15       | 68,8      | 0         | 10,2             | 1890 | 8,96     | 1952               | 0                 | –             |
| 0,20       | 85,7      | 0,11      | 11,5             | 1890 | 10,2     | 1952               | 0,11              | 1950          |
| 0,30       | 89,6      | 7,4       | 14,1             | 1890 | 12,8     | 1952               | 22,9              | 1950          |
| 0,50       | 94,8      | 29,1      | 16,6             | 1890 | 12,8     | 1952               | 123               | 1950          |
| Парабола-1 |           |           |                  |      |          |                    |                   |               |
| 0,05       | 53,2      | 0         | 7,68             | 1894 | 5,12     | 1937               | 0                 | –             |
| 0,10       | 72,7      | 0         | 7,68             | 1940 | 8,96     | 1952               | 0                 | –             |
| 0,15       | 79,2      | 0         | 10,2             | 1890 | 8,96     | 1952               | 0                 | –             |
| 0,20       | 84,4      | 0         | 11,5             | 1890 | 14,1     | 1952               | 0                 | –             |
| 0,30       | 85,7      | 4,87      | 12,8             | 1890 | 16,6     | 1952               | 20,6              | 1951          |
| 0,50       | 93,5      | 15,9      | 16,6             | 1890 | 16,6     | 1952               | 115               | 1950          |
| Парабола-2 |           |           |                  |      |          |                    |                   |               |
| 0,05       | 54,5      | 0         | 7,68             | 1890 | 3,84     | 1933,<br>43, 45    | 0                 | –             |
| 0,10       | 68,3      | 0         | 8,96             | 1890 | 7,68     | 1940               | 0                 | –             |
| 0,15       | 79,2      | 0         | 10,2             | 1882 | 8,96     | 1940               | 0                 | –             |
| 0,20       | 87,0      | 1,19      | 11,5             | 1882 | 8,96     | 1940               | 2,14              | 1924          |
| 0,30       | 94,8      | 15,7      | 16,6             | 1882 | 8,96     | 1940               | 34,4              | 1894,<br>1939 |
| 0,50       | 94,8      | 45,5      | 20,5             | 1882 | 8,96     | 1940               | 132               | 1939          |

Из изложенного вытекает следующее важное положение: квантиль  $Q_p^*$  не всегда образуется из исходного стока вероятностью превышения  $p$ , (т.е. квантиля  $Q_p$ ) а только при  $a_{ii} = const$  и  $s_i = 0$ . В других случаях вероятность превышения  $p_1$  квантилеобразующего стока  $Q_{p_1}$  не равна  $p$ .

Знание отмеченных выше особенностей процесса модификации стока позволяет провести качественный анализ получаемых результатов, выявить содержащиеся в них закономерности. Проиллюстрируем сказанное на примере исследования квантилей модифицированного стока р. Дон у г. Калач-на-Дону в широком диапазоне сценариев. Информация по его итогам содержится в таблице 2 и на рис. 2. Из их рассмотрения следует, что

процесс формирования квантилей является весьма сложным. По мере роста  $I$  число лет  $N_p$  со смещением по вероятности увеличивается и при  $I = 0,5$  достигает 94,8%. При этом для варианта «константа» оно ниже (84,4%), чем для случаев непостоянного изъятия. Противоположная тенденция имеет место для общего числа дефицитных месяцев  $N_d$  и величины максимального в году дефицита  $d_{max}$ . Наибольшее смещение квантилей по вероятности  $Dp^*_{max}$  находится в диапазоне от – 10,2 до 15,4% (константа) до – 20,5 и 8,96% (для параболы-2). Отмеченные выше факторы формирования квантилей определили особенности эмпирических распределений, представленных на рис. 2.

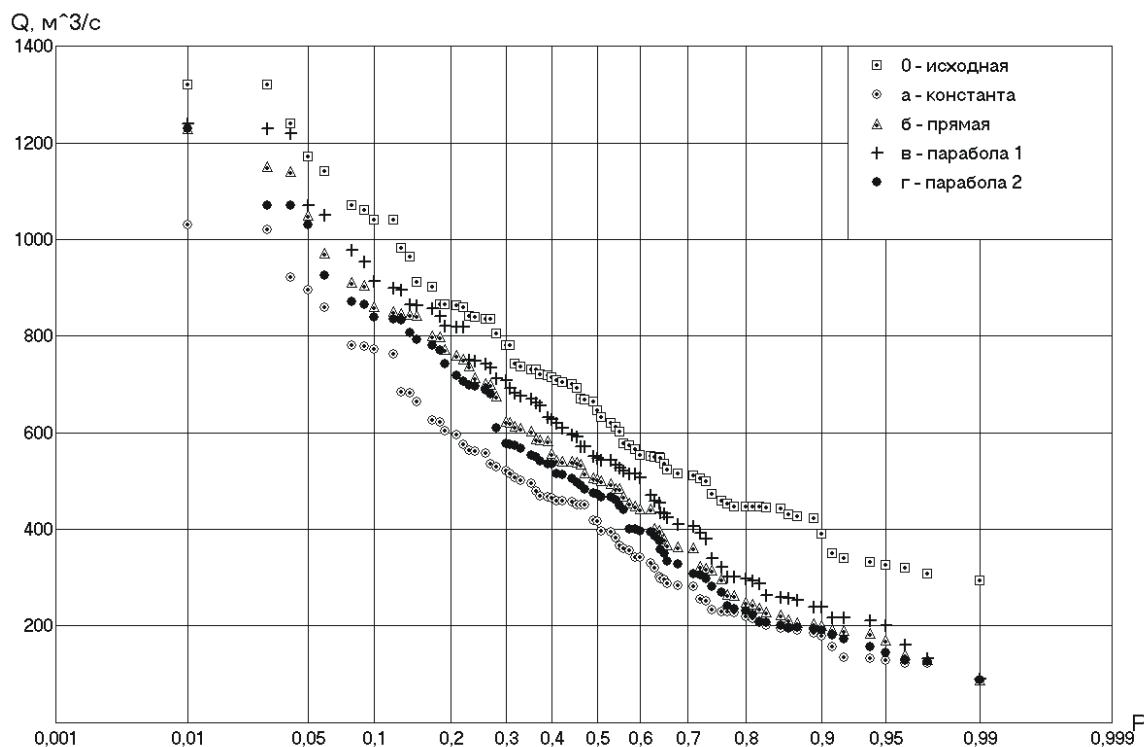


Рис. 2. Распределение вероятностей модифицированного годового стока при изъятии из месячных величин (р. Дон, г. Калач-на-Дону) ( $\bar{Q} = 674 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $C_v = 0,367$ ,  $C_s = 0,706$ ,  $h = 1,924$ ,  $r = 0,109$ ,  $N = 77$ ,  $I = 0,5$ )

1.  $I = 0$ ; 2.  $I = 0,5$  «константа»; 3.  $I = 0,5$  «прямая»; 4.  $I = 0,5$  «парабола-1»; 5.  $I = 0,5$  «парабола-2».

Их характерная черта – отсутствие квантилей  $Q_p^* = 0$ , обусловленное внутригодовыми колебаниями стока. Далее – сценарии  $a_{ит} \neq const$  находятся внутри интервала, верхней границей которого является исходное распределение ( $I = 0$ ), а нижней – вариант  $a_{ит} = const$ . Случаи «прямая» и «парабола-1», имеет между собой наиболее близкие координаты. Отмечается, что разность квантилей для вариантов  $I = 0$  и «парабола-1» увеличивается по мере роста вероятности, а для вариантов «парабола-2» и «константа» уменьшается. Подобные случаи объясняются на основе рассмотрения баланса стока при формировании квантилей. К примеру, квантили всех вариантов изъятия при  $p = 0,987$  сходятся в одну точку, что обусловлено распределением стока ряда – модели (1876-1952 гг.) в многолетнем разрезе. Наименьший сток р. Дон приходится на 1950 г. ( $Q_p = 294 \text{ м}^3/\text{с}$ ), находящийся в конце ряда.

Совпадение его с максимальным изъятием, практически одинаковым для всех сценариев, ( $a_{ифи} = 204 \div 207 \text{ м}^3/\text{с}$ ), дает близкое значение квантиля ( $Q_p^* = 87,1 - 90,0 \text{ м}^3/\text{с}$ ).

**Квантили моделированных последовательностей.** При анализе указанного аспекта использовались данные, полученные в результате модификации последовательности модульных коэффициентов, длиной  $N = 1000$  значений, полученной ранее в разделе «Параметры ...». Основные выводы сводятся к следующему. По мере роста  $I$  интенсивно увеличиваются число дефицитных интервалов  $n_d$  внутри года и наибольшая длительность дефицитного периода  $t_{dmax}$ . При  $I = 0,05$   $n_d = 1 - 2$ , а  $t_{dmax}$  равна одному месяцу. Уже при  $I = 0,20$  для «константы»  $n_d = 1850$  или 15,4% от величины  $N_m$ , а для  $I = 0,5$  достигает 62,3% при  $t_{dmax}$  равном 10-11 месяцев в году во всех вариантах изъятия (а-г). В результате возрастает влияние фактора «демпфирования» изъятия (при  $I = 0,5$  коэффициент  $f_i$  составляет  $0,735 \div 0,808$ ), увеличивается смещение  $Dp^*$  квантилей по вероятности. Более тщательный анализ условий формирования квантилей (для варианта «парабола-2» и  $I = 0,3$ ) содержится в таблице 3, в которой реализуется следующий алгоритм поиска элементов баланса стока при вероятности превышения квантиля, равной  $p^*$ :



Баланс стока по квантилям (парабола-2,  $I = 0,3$ )  $\bar{k} = 1,0$ ,  $C_v = 0,366$ ,  $C_s = 0,724$ ,  $h = 1,98$ ,  $r = 0,102$ ,  $N = 1000$

| р                 | 0,010  | 0,100 | 0,500 | 0,750 | 0,900 | 0,950  |
|-------------------|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| Хар-ки            |        |       |       |       |       |        |
| $I = 0$           |        |       |       |       |       |        |
| $k_p$             | 2,035  | 1,477 | 0,974 | 0,729 | 0,566 | 0,483  |
| $I = 0,3$         |        |       |       |       |       |        |
| $k_v$             | 2,02   | 1,56  | 1,0   | 0,81  | 0,59  | 0,456  |
| $a_{ui}$          | 0,147  | 0,276 | 0,21  | 0,292 | 0,298 | 0,157  |
| $d_i$             | 0,0    | 0,0   | 0,0   | 0,022 | 0,082 | 0,007  |
| $a_{u\phi i}$     | 0,147  | 0,276 | 0,21  | 0,27  | 0,216 | 0,15   |
| $k_p^*$           | 1,87   | 1,28  | 0,79  | 0,54  | 0,377 | 0,306  |
| $t_i$             | 286    | 714   | 450   | 825   | 907   | 310    |
| $l$               | 12     | 80    | 475   | 666   | 875   | 962    |
| $l^*$             | 11     | 101   | 501   | 751   | 901   | 951    |
| $p_v$             | 0,012  | 0,08  | 0,475 | 0,67  | 0,88  | 0,96   |
| $p^*$             | 0,010  | 0,10  | 0,50  | 0,75  | 0,90  | 0,95   |
| $\Delta p^*$      | -0,002 | 0,02  | 0,025 | 0,084 | 0,025 | -0,012 |
| $\Delta k_i$      | -0,017 | 0,082 | 0,028 | 0,082 | 0,027 | -0,026 |
| $\Psi_1$          | -0,008 | 0,056 | 0,028 | 0,112 | 0,048 | -0,054 |
| $\Delta k_p^*$    | 0,165  | 0,197 | 0,184 | 0,188 | 0,189 | 0,177  |
| $\Psi_2$          | 0,081  | 0,133 | 0,189 | 0,258 | 0,334 | 0,367  |
| $k_{pc}^*$        | 1,73   | 1,18  | 0,70  | 0,477 | 0,331 | 0,71   |
| $\Delta k_{pc}^*$ | 0,10   | 0,10  | 0,09  | 0,063 | 0,046 | 0,035  |

$$p^* \rightarrow k_p^* \rightarrow t_i \rightarrow k_v \rightarrow a_{ui} \rightarrow d_i \rightarrow a_{u\phi i} \rightarrow l \rightarrow l^* \rightarrow p_v \rightarrow Dp^* \quad (16)$$

где  $t_i$  – год, из стока которого  $k_v = k_i$  сформирован квантиль  $k_p^*$ ,

$d_i$  – дефицит стока в году  $t_i$ ,

$k_v$  – квантилеобразующий сток (в долях нормы стока),

$l$  – место  $k_v$  в исходной ранжированной последовательности,

$l^*$  – место квантиля  $k_p^*$  в модифицированной ранжированной последовательности,

$p_v$  – вероятность превышения  $k_v$  в исходной ранжированной последовательности.

Другие условные обозначения в таблице 3:

$$Dk_i = k_p - k_i, \quad y_1 = \frac{Dk_i}{k_p}, \quad Dk_p^* = k_p - k_p^*, \quad y_2 = \frac{Dk_p^*}{k_p};$$

$k_{pc}^*$  – квантиль для сценария «константа»,

$Dk_{pc}^* = k_p^* - k_{pc}^*$  – разность квантилей в сценариях «парабола-2» и «константа».

Описанный подход может быть использован для оценки взаимного положения эмпирических

распределений (исходное – «парабола-1» и «парабола-2» – «константа»). В частности, квантиль вероятностью превышения  $p = 0,90$  при  $I = 0,30$  в варианте «парабола-2», равный  $k_p^* = 0,377$ , образован из стока  $k_v = k_i = 0,59$  (907-й год исходный хронологической последовательности) при изъятии  $a_{u\phi i} = 0,216$ , дефиците  $d_i = 0,082$ , со смещением по вероятности относительно исходного распределения, равном 0,025 (2,5%); в исходном распределении сток  $k_v$  имел вероятность превышения  $p_v = 0,880$ . Отклонение стока  $k_v$  от величины  $k_p$  здесь отображается коэффициентом  $y_1 = 0,048$ , а разность квантилей  $k_p^*$  и  $k_p$  – коэффициентом  $y_2 = 0,334$ . Разность ординат по сценариям «парабола-2» – «константа» составляет  $Dk_{pc}^* = k_p^* - k_{pc}^* = 0,59 - 0,331 = 0,259$ .

Далее представим таблицу 4 с наиболее употребительными в водохозяйственной практике квантилями годового стока для двух случаев:  $N = 77$  и  $N = 1000$ . Отметим, что квантили  $k_p$  в исходном распределении в зоне больших  $p$  для случая  $N = 1000$  преимущественно меньше, чем для  $N = 77$ . Между тем, в варианте «парабола-2» имеет место проти-

## Квантили стока р. Дон у г. Калач-на-Дону

| Условн. обознач.   | Квантили годового стока при $p$ |      |      |       |       |       |       |       |       |
|--|---------------------------------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|  | 0,01                            | 0,05 | 0,10 | 0,50  | 0,75  | 0,80  | 0,90  | 0,95  | 0,97  |
| I. Модель – ряд стока р. Дон у г.Калач-на-Дону ( $N=77$ )  |                                 |      |      |       |       |       |       |       |       |
| А. Исходные условия ( $I = 0$ )  |                                 |      |      |       |       |       |       |       |       |
| Параметры: $\bar{Q} = 674 \text{ м}^3/\text{с}$ , $C_v=0,367$ , $C_s=0,706$ , $\eta=1,924$ , $r=0,109$ |                                 |      |      |       |       |       |       |       |       |
| $k_p$  | 1,96                            | 1,74 | 1,54 | 0,959 | 0,680 | 0,662 | 0,579 | 0,505 | 0,457 |
| $Q_p, \text{м}^3/\text{с}$   | 1320                            | 1170 | 1040 | 646   | 458   | 446   | 390   | 340   | 308   |
| Б. Модифицированный сток ( $I = 0,2$ )   |                                 |      |      |       |       |       |       |       |       |
| а) Константа   |                                 |      |      |       |       |       |       |       |       |
| $k_p^*$  | 1,76                            | 1,53 | 1,35 | 0,77  | 0,502 | 0,463 | 0,381 | 0,286 | 0,282 |
| $Q_p^*, \text{м}^3/\text{с}$   | 1190                            | 1030 | 907  | 516   | 338   | 312   | 257   | 193   | 190   |
| г) Парабола-2  |                                 |      |      |       |       |       |       |       |       |
| $k_p^*$  | 1,84                            | 1,57 | 1,37 | 0,80  | 0,58  | 0,50  | 0,387 | 0,286 | 0,304 |
| $Q_p^*, \text{м}^3/\text{с}$   | 1240                            | 1060 | 924  | 539   | 390   | 337   | 261   | 226   | 205   |
| II. Моделированная последовательность ( $N=1000$ )   |                                 |      |      |       |       |       |       |       |       |
| А. Исходные условия ( $I = 0$ )  |                                 |      |      |       |       |       |       |       |       |
| Параметры: $\bar{k} = 1,003$ , $C_v=0,366$ , $C_s=0,724$ , $\eta=1,982$ , $r=0,102$                    |                                 |      |      |       |       |       |       |       |       |
| $k_p$  | 2,04                            | 1,65 | 1,48 | 0,97  | 0,73  | 0,67  | 0,57  | 0,483 | 0,448 |
| $Q_p, \text{м}^3/\text{с}$   | 1380                            | 1120 | 1000 | 656   | 493   | 543   | 385   | 326   | 303   |
| Б. Модифицированный сток ( $I = 0,2$ )   |                                 |      |      |       |       |       |       |       |       |
| а) Константа   |                                 |      |      |       |       |       |       |       |       |
| $k_p^*$  | 1,83                            | 1,45 | 1,28 | 0,78  | 0,54  | 0,482 | 0,381 | 0,309 | 0,265 |
| $Q_p^*, \text{м}^3/\text{с}$   | 1230                            | 977  | 863  | 526   | 364   | 325   | 257   | 208   | 179   |
| г) Парабола-2  |                                 |      |      |       |       |       |       |       |       |
| $k_p^*$  | 1,91                            | 1,54 | 1,34 | 0,85  | 0,60  | 0,53  | 0,43  | 0,344 | 0,310 |
| $Q_p^*, \text{м}^3/\text{с}$   | 1290                            | 1040 | 903  | 573   | 404   | 357   | 290   | 232   | 209   |

Таблица 5

Характеристика выборочных параметров моделированной последовательности ( $I = 0$ )

| Пар-ры               | Ген. сов-ть | $M(\bar{k})$ | $s$   | $C_v$ | $C_s$  | $h$   | $r$   |
|----------------------|-------------|--------------|-------|-------|--------|-------|-------|
| $\bar{k}, \tilde{k}$ | 1,002       | 1,002        | 0,058 | 0,058 | 0,116  | 2,01  | 1,002 |
| $s, \tilde{s}$       | 0,368       | 0,365        | 0,045 | 0,122 | 0,302  | 2,46  | 0,368 |
| $C_v, \tilde{C}_v$   | 0,367       | 0,364        | 0,040 | 0,110 | 0,301  | 0,0   | 0,367 |
| $C_s, \tilde{C}_s$   | 0,737       | 0,648        | 0,428 | 0,661 | 1,0    | 1,52  | 0,737 |
| $h, \tilde{h}$       | 2,01        | 1,74         | 1,07  | 0,617 | 0,787  | 1,28  | 2,01  |
| $r, \tilde{r}$       | 0,114       | 0,091        | 0,141 | 1,552 | -0,118 | -0,08 | 0,114 |

воположное соотношение – за счет большего «демпфирования» изъятия.

#### Выборочные характеристики модифицированных последовательностей

Случайные колебания выборочных характеристик годового стока для немодифицированного

случая исследовались в работах [2, 7, 9]. В настоящей статье этот вопрос рассматривается применительно к модифицированным искусственным последовательностям. Объем выборки  $n$  принимался равным от 10 до 100 (через 10 значений) годового стока, а с учетом  $m$  внутригодовых интерва-

Коэффициенты модификации стандартов выборочных параметров (сценарий «парабола-2»,  $n=50$ )

| $I$ | Коэффициент модификации стандартов $\bar{C}^*$ для параметров |               |                 |                 |               |               |
|-----|---|---------------|-----------------|-----------------|---------------|---------------|
|     | $\tilde{k}^*$   | $\tilde{S}^*$ | $\tilde{C}_v^*$ | $\tilde{C}_s^*$ | $\tilde{H}^*$ | $\tilde{r}^*$ |
| 0,0 | 1,0   | 1,0           | 1,0             | 1,0             | 1,0           | 1,0           |
| 0,1 | 1,0   | 1,001         | 1,073           | 0,996           | 0,929         | 1,003         |
| 0,2 | 0,991   | 1,004         | 1,145           | 0,988           | 0,857         | 1,017         |
| 0,3 | 0,968   | 1,007         | 1,207           | 0,991           | 0,809         | 1,033         |
| 0,4 | 0,938   | 1,010         | 1,262           | 1,006           | 0,783         | 1,048         |
| 0,5 | 0,909   | 1,009         | 1,313           | 1,024           | 0,769         | 1,061         |

лов составлял  $nm$  величин стока. Число выборок принималось равным  $N_1=1000$ . Таким образом, объем генеральных совокупностей равнялся  $N=nN_1$  годовых или  $N_2=nmN_1$  внутригодовых значений стока. Величина  $m$  принималась равной одному месяцу. Далее полученные последовательности модифицировались по формулам (3, 8). При этом для генеральной совокупности изъятие изменялось от минимального до максимального значения на протяжении  $nN_1$  членов, а для каждой выборки – в пределах ее объема  $n$ . Распределение изъятия внутри года предполагалось равномерным. Результаты статистических экспериментов для сочетания параметров стока:  $\bar{k}=1,0$ ,  $C_v=0,367$ ,  $C_s=0,706$ ,  $h=1,924$ ,  $n=50$ ,  $I=0$  приведены в таблице 5 ( $z$  – любой выборочный параметр,  $M$  – символ математического ожидания).

Данные таблицы 5 являются отправными для анализа влияния изъятия на выборочные оценки параметров. Согласно таблице, оценки среднего  $\tilde{k}$  ( $\approx$  – символ выборочности), стандарта  $\tilde{S}$ , коэффициента вариации  $\tilde{C}_v$  несмещены (или практически несмещены). Оценки других параметров имеют заметное отрицательное смещение. Установлено, что его величина уменьшается с возрастанием  $n$ . Так, для  $\tilde{C}_s$  она варьирует от  $-0,09$  (11,9% от  $C_s$ ) при  $n=50$  до  $-0,045$  (6%) при  $n=100$ ; для соотношения  $\tilde{H}$  смещение при тех же  $n$  находится в пределах от  $0,27$  (13,2%) до  $-0,14$  (6,7%). Смещение  $\tilde{r}$  невелико (от  $-0,028$  до  $-0,012$ ), но в процентном отношении является наибольшим среди других параметров. Распределение оценок выборочных параметров  $\tilde{k}$ ,  $\tilde{S}$  и  $\tilde{r}$  близко к симмет-

ричному; остальные оценки с разной степенью асимметричны.

Анализ влияния изъятия стока на смещенность  $D_{C_M}$  оценок, проведенный при  $n=50$ , показывает: для сценария  $a_{ui}=const$  смещенность для произвольной оценки  $z$ , характеризуемая коэффициентом смещенности  $k_{CM} = \frac{D_{C_M}}{M(z)}$ , во всем диапазо-

не рассмотренных  $I$   $0 \leq I \leq 0,5$  совпадает (или практически совпадает) с аналогичным показателем для исходной последовательности ( $I=0$ ).

Для сценариев  $a_{uij} \neq const$  подобный вывод справедлив при  $I \leq 0,3$ . В других случаях имеется отклонение (в сторону уменьшения) от исходного положения, которое при  $I=0,5$  достигает: для «прямой» – 4,8%, «параболы-2» – 7,4%, «параболы-1» – 8,6%.

Для сценариев  $a_{uij} \neq const$  подобный вывод справедлив при  $I \leq 0,3$ . В других случаях имеется отклонение (в сторону уменьшения) от исходного положения, которое при  $I=0,5$  достигает: для «прямой» – 4,8%, «параболы-2» – 7,4%, «параболы-1» – 8,6%.

В случайных колебаниях выборочных параметров модифицированного стока прослеживается тенденция к уменьшению стандартов оценок по мере возрастания объема выборки  $n$ . Так, для «параболы-2» при изменении  $n$  от 10 до 100 уменьшение  $S(z^*)$  составляет: для  $\tilde{k}^*$ ,  $\tilde{C}_v^*$  и  $\tilde{r}^*$  от 2,89 до 3,22 раза, для  $\tilde{H}^*$  в 2,5 раза, для  $\tilde{C}_s^*$  в 2 раза. Наименьший показатель у  $\tilde{S}^*$  (в 1,09 раза).

Отметим, что указанные пределы практически совпадают со случаем  $I=0$ . Кроме того, выявлено достаточно устойчивое соотношение между стандартами исходного  $S_z$  и модифицированного  $S_z^*$  случаев при различных  $n$ , характеризуемое средним коэффициентом модификации стан-

Динамика стандартов выборочных квантилей модифицированного стока (сценарий «константа»,  $I = 0,3$ )

| $p$  | Характеристики стандарта квантилей при $n$ |                 |         |               |                 |         |               |                 |         |
|------|--|-----------------|---------|---------------|-----------------|---------|---------------|-----------------|---------|
|      | 20   |                 |         | 50            |                 |         | 100           |                 |         |
|      | $\tilde{S}_p$                              | $\tilde{S}_p^*$ | $C_p^*$ | $\tilde{S}_p$ | $\tilde{S}_p^*$ | $C_p^*$ | $\tilde{S}_p$ | $\tilde{S}_p^*$ | $C_p^*$ |
| 0,05 | 0,299                                      | 0,298           | 0,996   | 0,155         | 0,154           | 0,995   | 0,115         | 0,114           | 0,994   |
| 0,10 | 0,194                                      | 0,192           | 0,998   | 0,120         | 0,118           | 0,986   | 0,087         | 0,086           | 0,988   |
| 0,50 | 0,112                                      | 0,102           | 0,920   | 0,067         | 0,062           | 0,931   | 0,050         | 0,045           | 0,906   |
| 0,75 | 0,098                                      | 0,084           | 0,854   | 0,061         | 0,053           | 0,863   | 0,043         | 0,038           | 0,871   |
| 0,90 | 0,103                                      | 0,083           | 0,807   | 0,062         | 0,050           | 0,806   | 0,043         | 0,036           | 0,830   |
| 0,95 | 0,114                                      | 0,085           | 0,749   | 0,064         | 0,049           | 0,766   | 0,047         | 0,037           | 0,771   |

Таблица 8

Значения коэффициентов модификации  $\bar{c}_p^*$  стандарта выборочных квантилей  $\tilde{k}_p^*$ 

| $p$  | $I = 0,3$ |        |                  |                   | $I = 0,5$ |        |                  |                   |
|------|-----------|--------|------------------|-------------------|-----------|--------|------------------|-------------------|
|      | константа | прямая | парабо-<br>ла -1 | парабо-<br>ла - 2 | константа | прямая | парабо-<br>ла -1 | парабо-<br>ла - 2 |
| 0,05 | 0,993     | 1,10   | 1,010            | 1,010             | 0,928     | 1,018  | 1,021            | 0,015             |
| 0,10 | 0,988     | 1,010  | 1,010            | 1,010             | 0,906     | 1,010  | 1,012            | 1,002             |
| 0,50 | 0,919     | 0,993  | 1,0              | 0,980             | 0,807     | 0,951  | 0,981            | 0,914             |
| 0,75 | 0,865     | 0,985  | 1,0              | 0,954             | 0,762     | 0,918  | 0,981            | 0,870             |
| 0,90 | 0,807     | 0,954  | 0,996            | 0,912             | 0,724     | 0,867  | 0,946            | 0,819             |
| 0,95 | 0,768     | 0,919  | 0,981            | 0,872             | 0,699     | 0,834  | 0,925            | 0,787             |

данта  $\bar{c}^* = \frac{S_z}{S_z^*}$ . Значения  $\bar{c}^*$  представлены в таблице 6.

Как видно из таблицы 6, наибольшая деформация стандартов имеет место для  $\tilde{h}^*$ ,  $\tilde{k}^*$  и  $\tilde{C}_v^*$ , наименьшая – для  $\tilde{S}^*$ ,  $\tilde{C}_s^*$  и  $\tilde{r}^*$ . При этом коэффициент  $\bar{c}^*$  для  $\tilde{h}^*$  и  $\tilde{k}^*$  понижается с увеличением  $I$ , для  $\tilde{r}^*$  и  $\tilde{C}_v^*$  возрастает, а для  $\tilde{S}^*$  находится в интервале, близком к  $\bar{c}^* = 1,0$ .

В динамике стандартов квантилей  $\tilde{k}^*$  модифицированного стока обнаруживается тенденция уменьшения стандартов  $\tilde{S}^*$  по мере увеличения объема выборки по  $n$  (таблица 7), общая для всех сценариев изъятия.

В целом величины  $\tilde{S}_p^*$  меньше стандартов  $\tilde{S}_p$  исходного случая ( $I = 0$ ). Далее –  $\tilde{S}_p^*$  уменьшает-

ся с ростом  $p$ , за исключением диапазона  $0,05 \leq p \leq 0,10$  в сценариях  $a_{ui} \neq const$ . Выявлено, что коэффициент модификации стандарта (КМС)

$c_p^* = \frac{\tilde{S}_p^*}{\tilde{S}_p}$  практически не зависит от  $n$ . Указанное

обстоятельство позволяет характеризовать динамику  $\tilde{S}_p^*$  выборочных параметров модифицированного стока средним значением КМС ( $c_p^*$ ) для диапазона  $n$ . Как видно из таблицы 8, коэффициент  $\bar{c}_p^*$  уменьшается с ростом  $p$  и  $I$ . Величину  $\bar{c}_p^*$  рекомендуется использовать для определения  $\tilde{S}_p^*$  по стандартам  $\tilde{S}_p$  для немодифицированного стока.

В рамках рассматриваемой темы представляет интерес и анализ трансформации под влиянием изъятия стока распределений выборочных пара-

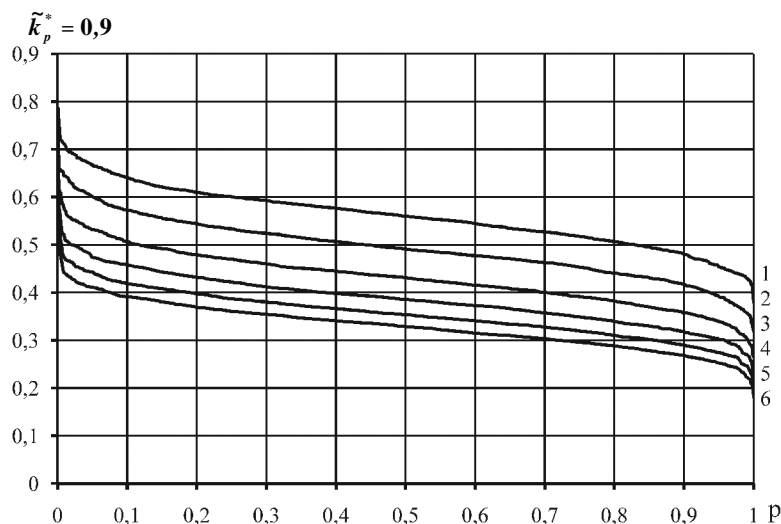


Рис. 3. Распределение выборочных квантилей вероятностью превышения  $p=0,90$  (сценарий «парабола-2»)

$$(\bar{k} = 1,002, C_v = 0,367, C_s = 0,737, h = 2,01, r = 0,114, n = 50, N = 50000)$$

1.  $I = 0$  2.  $I = 0,1$  3.  $I = 0,2$  4.  $I = 0,3$  5.  $I = 0,4$  6.  $I = 0,5$

метров и квантилей. В работе этот вопрос исследован для широкого диапазона характеристик.

На рис. 3 в качестве примера приведены эмпирические распределения квантилей  $k_{0,90}^*$  для  $p=0,90$  (сценарий «парабола-2» при  $n=50$ ,  $N_j=1000$  и различных  $I$ ). Здесь отмечаются следующие особенности: кривые, отвечающие различным  $I$ , расположены по ординате друг от друга на расстоянии, близком к  $D_y = \bar{a}_{uf}$ . Кроме того, по мере увеличения  $I$  диапазон колебания выборочных квантилей суживается, что отражает факт снижения их стандартов.

В заключение отметим, что концептуальные положения настоящей статьи в отношении выборочных характеристик открывают путь к оценке их точности в широком диапазоне случаев в условиях нестационарности речного стока.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болгов М. В. Современные проблемы оценки водных ресурсов и водообеспечения / М. В. Болгов, В. М. Мишон, Н. И. Сенцова. – М.: Наука, 2005. – 318 с.
2. Водноэнергетические расчеты методом Монте-Карло / ред. А. Ш. Резниковский. – М.: Энергоиздат, 1969. – 303 с.
3. Красов В. Д. Трансформация гидрологических параметров под воздействием крупномасштабных изъятий стока / В. Д. Красов // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Красов Вячеслав Дмитриевич кандидат технических наук, доцент кафедры природопользования факультета географии, геоэкологии и туризма Воронежского государственного университета, г. Воронеж, т. (4732) 66-56-54, E-mail: [root@geogr.vsu.ru](mailto:root@geogr.vsu.ru)

Сер. География. Геоэкология. – 2008. – № 1. – С. 116-120.

4. Красов В. Д. Стратегия управления водными ресурсами в условиях антропогенных изменений речного стока / В. Д. Красов // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. География. Геоэкология. – 2009. – № 1. – С. 13-22.

5. Красов В. Д. Применение моделированных последовательностей при оценке антропогенного воздействия на сток рек / В. Д. Красов, П. С. Лысачев // Информатика: проблемы, методология, технологии: материалы 9-ой междунар. науч.-метод. конф., Воронеж, 12-13 февр. 2009 г. – Воронеж, 2009. – Т. 1. – С. 375-378.

6. Красов В. Д. Характеристики модифицированных последовательностей годового стока рек / В. Д. Красов, П. С. Лысачев, В. Ю. Чернышев // Информатика: проблемы, методология, технологии: материалы 11-ой междунар. науч.-метод. конф., Воронеж, 10-11 февр. 2011 г. – Воронеж, 2011. – Т. 1. – С. 393-398.

7. Крицкий С. Н. Гидрологические основы управления речным стоком / С. Н. Крицкий, М. Ф. Менкель. – М.: Изд. Наука, 1981. – 225 с.

8. Раткович Д. Я. Многолетние колебания речного стока / Д. Я. Раткович. – Л.: Гидрометеиздат, 1976. – 225 с.

9. Рождественский А. В. Статистические методы в гидрологии / А. В. Рождественский, А. И. Чеботарев. – Л.: Гидрометеиздат, 1974. – 422 с.

10. Сванидзе Г. Г. Математическое моделирование гидрологических рядов / Г. Г. Сванидзе. – Л.: Гидрометеиздат, 1997. – 296 с.

11. Шикломанов И. А. Влияние климатических изменений на водные ресурсы и водный режим / И. А. Шикломанов, В. Ю. Георгиевский // Материалы Всемирной конференции по изменению климата, Москва, 29 сент.-3 окт. 2003. – М., 2003. – С. 250.

Krasov Vyacheslav Dmitriyevitch

Candidate of Technical Sciences, assistant professor of the chair of management of nature of geography, geoecology and tourism department of the Voronezh State University, Voronezh, tel. (4732) 66-56-54, E-mail: [root@geogr.vsu.ru](mailto:root@geogr.vsu.ru)