

УДК 378

О ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ**М. Б. Зверева****Воронежский государственный университет**

Поступила в редакцию 21 января 2010 г.

Аннотация: автобиографическая статья посвящена вопросам преподавания математики в школе и в вузе.

Ключевые слова: преподавание математики, типы занятий и аттестаций.

Abstract: this autobiographical article is devoted to problems of teaching of mathematics at the school and at the university.

Key words: teaching of mathematics, kinds of lessons and exams.

Воспитателем и учителем надо родиться; им руководит прирожденный такт.

А. Дистервег

«Поразительная эффективность математики» — эта фраза Леонардо да Винчи была чуть ли не аксиомой уже для ученых Средневековья, за столетия до формирования высшей математики. Сейчас математика — неперемнная компонента цивилизации, а потому — одна из составляющих всеобщего образования. Потребности общества в математическом образовании граждан сильно изменились за последние десятилетия. В современном обществе, на данном этапе развития, многие вещи, которые раньше знали единицы, уже должны знать массы, например, те же компьютеры. Раньше это было делом избранных, а теперь — обыденность, такая же необходимость, как телевизор, интернет, мобильный телефон. Основу всего, что ведет к развитию высоких технологий, составляет математика, прямо или косвенно все зависит от нее. Математические корни лежат в принципах передачи данных в интернете, в проектировании, в промышленности, в финансах, в торговле и в других сферах нашей жизни. Такие науки, как астрономия, физика, информатика, биология, химия, зависят от математики. Недаром К. Ф. Гаусс писал, что «математика — царица наук». Новые знания дают мощный толчок к изучению математических дисциплин и повышают интерес к профессии преподавателя математики, поскольку математическое образование наиболее приспособлено к развитию различных качеств мышления. Математическое мышление отличают доминирование логической схемы рассуждений, четкая распре-

деленность хода рассуждений, умение выделить главное, способность к обобщению, анализу, синтезу. Не случайно известный математик и педагог А. Я. Хинчин считал, что высокий уровень математического мышления является необходимым элементом общей культуры человека.

Однако значительная часть общества почему-то испытывает к математике не очень добрые чувства. Отношение к математике закладывается, пожалуй, в годы учебы в школе. И для многих принудительное освоение математики как учебной дисциплины превращается в мучительно-зудливое занятие, раздражающее и отталкивающее. О качестве знаний часто и говорить не приходится — слишком многие выпускники школы путаются в дробях, складывая по правилу $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1+1}{2+3} = \frac{2}{5}$,

и полностью пасуют в процентах. И математика, как кристально прозрачная система пронзительно глубоких, красивейших и эффективнейших знаний, превращаясь в учебный предмет, не только теряет привлекательность и прозрачность, но и превращается в источник неприязни, раздражения и даже ненависти. Не для всех, но слишком для многих. Что является причиной такого перевоплощения? И почему попытки улучшения преподавания, предпринимавшиеся в XX в., имели, как правило, обратный эффект? Глубокие размышления на эту тему можно найти, например, в [1].

В жизни мне очень повезло с педагогами, преподающими математику, что и предопределило мою дальнейшую профессию. Вообще-то я собиралась стать экономистом, хотя в раннем детстве

и мечтала быть учителем — проверка тетрадей тогда казалась наивысшим счастьем — пока не встретила на своем пути Александра Дмитриевича Баева, нынешнего декана математического факультета. Александр Дмитриевич вел у нас в старших классах математический факультатив. И как он это делал! На высочайшем педагогическом уровне! Ему удавалось изложить сложнейший материал предельно доступно, интересно. Он эффективно демонстрировал красоту различных математических приемов и методов, побуждая нас при этом к самостоятельному творчеству. Занятия велись живо, эмоционально. Мы никогда не скучали. После закрепления пройденного материала и довольно большого умственного напряжения Александр Дмитриевич «разряжал обстановку» анекдотом про математику и математиков или рассказывал про факультет, научную школу. Ранее нам математику никто так не преподавал. Мы обожали этот факультатив, и я думаю, именно эти занятия помогли выпускникам нашего класса получить довольно высокие оценки по математике при поступлении в вузы. У меня же возникло сильное желание постичь математику поглубже, соприкоснуться с ее секретами, поэтому я и пошла учиться на математический факультет. В конце концов я решила, что математик экономистом может стать всегда, а вот обратное весьма проблематично.

На первом курсе нам читал алгебру Николай Михайлович Близняков. Для меня его стиль преподавания является одним из эталонных. Блестящий методист и педагог, человек, много размышляющий о процессе преподавания, эффективных приемах. Даже по истечении десятка лет его лекции «звучат у меня в ушах». Пожалуй, я могу по памяти восстановить доказательство любой теоремы, которую прослушала у Н. М. Близнякова. Его лекции тщательно спланированы, чрезвычайно четко методически проработаны. Николай Михайлович считает, что есть различные педагогические приемы и принципы, о которых все знают. Но применить их разумно — настоящее искусство. Здесь важны природная интуиция, талант. В качестве примера Николай Михайлович мне как-то привел Марка Александровича Красносельского, у которого студенты, получая на экзамене двойку, выходили из аудитории абсолютно счастливыми, с желанием разобраться с невыученным материалом, с интересом к предмету. Николай Михайлович тоже обладает таким талантом и обещает поделиться некоторыми секретами своего педагогического мастерства.

Но главным для меня человеком, благодаря которому я осталась в университете преподавать, стал мой научный руководитель — Юлий Виталье-

вич Покорный. Как сказали бы математики: нетривиальная личность! Не оставляет безразличным никого! Ставит учителей математики в полнейший тупик, приводя различные педагогические нескладухи. Мне очень нравятся его примеры типа: «С какого-то момента обучения в школе 20 и +20 считаются одним и тем же числом. Точнее, число 20 подразумевает в принципе неявное присутствие знака «плюс», который, как обычно говорят, «опущен для сокращения записи». Таким образом, если мы встречаем 20, то должны знать, что на самом деле это +20. Поэтому, если мы услышали, что сегодня на улице 20 градусов мороза, мы должны (так как $20=+20$) понимать, что сегодня на улице плюс двадцать градусов мороза». Или вот еще один пример из [1]. При умножении двух отрицательных чисел получаем число положительное, отсюда мораль — «Множь убытки на убытки — враз получишь прибыль». Красиво, не правда ли? По мнению Ю. В. Покорного, одна из причин, которая делает математику трудной для изучения, — игнорирование в преподавании интуиции, из которой и произрастают математические знания, незнание самых элементарных основ генетической теории интеллекта, хотя законы такого генезиса были сформулированы еще Аристотелем.

С Юлием Витальевичем я познакомилась на первом курсе, на кружке по математическому анализу. Ю. В. Покорный уделяет много времени и энергии работе с молодежью. Он собирает вокруг себя студентов, которые стремятся к научно-исследовательской работе, поддерживает эту увлеченность, развивает ее. На кружке (или семинаре) заслушиваются и обсуждаются студенческие сообщения, происходит обзор новейших публикаций, что стимулирует реализацию творческого потенциала каждого студента. Год назад Юлий Витальевич попал в больницу. Сотрудница нашей кафедры пришла его навестить и после рассказала: «Лежит Покорный, весь утыкан трубками, вставать, естественно, не может. Рядом вообще лежит, как она выразилась, половина человека. И Покорный начинает ей диктовать свою новую статью, излагать свои новые математические идеи, дает указания относительно своих студентов». Это ли не пример любви к профессии, заслуживающий восхищения!

В моем стиле преподавания, безусловно, можно найти элементы стилей любимых педагогов, оказавших на меня глубокое влияние. И хотя мне делиться опытом, и тем более давать какие-либо советы, пожалуй, рановато, тем не менее, попробую кое-что изложить. В качестве примера выберу курс «Вариационное исчисление и методы оптимизации», читаемый мной для студен-

тов 4-го курса математического факультета. Этот предмет представляет собой в каком-то смысле углубление курса математического анализа на случай функционалов. Курс до меня уже был хорошо методически проработан, поскольку на протяжении более трех десятилетий читался студентам-математикам Ю. В. Покорным и его учениками (О. М. Пенкиным, В. Л. Прядиевым). Я лишь привела этот предмет в соответствие с современным стандартом образования, добавив темы по оптимизации, включающие задачи линейного и нелинейного программирования и методы их решения. Я предпочитаю классический тип чтения лекций, с мелом у доски. Во время лекции я пытаюсь дать студентам систематизированные теоретические знания по дисциплине, акцентировать внимание на наиболее важных и сложных моментах изучаемого материала, стимулировать познавательную деятельность и творческую активность. Все, что должно быть записано у учеников в тетради, я пишу на доске, чтобы главные идеи не были упущены, при этом никто не просит «диктуйте помедленнее», поскольку все можно увидеть на доске. Как правило, я сначала привожу различные эвристические соображения, чтобы продемонстрировать, как рождается та или иная теорема, как идет ход мысли, и только потом привожу точную формулировку теоремы, делаю вывод. Я считаю, что у старшекурсников вполне допустимо отойти от классической схемы — определения, теорема, доказательство, к схеме — сначала соображения, идеи, тут же попутно возникающие определения, а затем четкая формулировка в виде теоремы. При этом я стараюсь много общаться с аудиторией, задавая вопросы, призывая к собственным идеям и размышлениям, побуждаю студентов как бы «подсказывать» мне доказательство. И когда получается «расшевелить аудиторию» — испытываю невероятный восторг! Здесь невольно вспоминаются артисты, говорящие об энергетике зрительного зала. И я на удачных лекциях чувствую этот позитивный поток энергии, исходящий от студентов, которые «с замиранием сердца» тебя слушают, желая узнать «а что же будет дальше, что в результате получится». Это удивительное ощущение! К сожалению, конечно, такое бывает не всегда, значит, есть над чем работать.

Нельзя не отметить позитивность связи преподавания с научными исследованиями. Моя кандидатская диссертация посвящена углублению идей классического вариационного исчисления на случай функционалов с интегралами Стильтьеса. И по мере продвижения в научной работе происходит, как мне кажется, улучшение читаемого мной курса. Например, это предоставляет возможность

приводить множество интересных примеров из физики, экономики, демонстрирующих эффективность математики и открывающих области ее применения. Свои лекции я, безусловно, планирую и в то же время придерживаюсь такого плана достаточно гибко. Если я чувствую, что студентов заинтересовал тот или иной материал, то я могу затратить на него больше времени, чем рассчитывала. Или, когда вижу в глазах студентов «недоверие», то подстраховываюсь и пытаюсь объяснить сомнительный момент еще раз. После лекции я, как правило, провожу для себя небольшой анализ — что успели, как студенты восприняли материал, что можно сделать для дальнейшего улучшения при объяснении данной темы. Безусловно, студенты побуждают меня учиться и совершенствоваться в роли педагога и ученого.

Сначала экзамен по вариационному исчислению я пыталась проводить в довольно распространенной форме — когда студенты пишут ответы на вопросы учебной программы, а затем беседуют с преподавателем. Но вскоре я поняла, что в целях улучшения качества образования так экзамен проводить не стоит. Может, в силу мягкости характера, а может, по причине не столь большого опыта, мне очень сложно поставить человеку плохую оценку, причем в такой момент студент, как правило, пытается выкручиваться, приводя тысячу различных аргументов, вызывая тем самым сомнения у меня. В то же время у меня есть желание, чтобы студент обладал неплохим уровнем знаний по преподаваемой мной дисциплине. Эту проблему для себя я решила введением письменной формы экзамена. Экзамен состоит из основных вопросов учебной программы и дополнительных, посредством которых легко выясняется уровень владения студентом сдаваемым предметом. Причем, ответы на дополнительные вопросы списать нельзя — во-первых, билет у каждого индивидуальный, а во-вторых, без понимания пройденного курса ответить весьма проблематично. В билете также приводится теоретическая задача на оценку «отлично», которая легко решается при реальном владении техникой сдаваемого курса. Конечно, разработанные мной экзаменационные билеты прошли утверждение на кафедре. Таким образом, после экзамена у меня есть письменный ответ — основной документ, который дает возможность поставить объективную оценку. Как правило, в тот же день, или, в крайнем случае, на следующий, я объявляю результаты, проводя анализ работ. Иногда студенты допускают досадные ошибки, которые я позволяю подправить, беседуя лично, и, в случае быстрой и правильной реакции, повышаю оценку.

По вариационному исчислению и методам оптимизации я в некоторых группах провожу и практические занятия. Здесь я предпочитаю комбинированный тип урока. Практические занятия начинаются с работы над ошибками предыдущих самостоятельных работ или с проверки домашнего задания. После этого проходим новую тему. Студенты задают интересующие их вопросы, и после того, как ребятам кажется, что им все понятно, мы переходим к самостоятельной работе по новой теме. Когда преподаватель объясняет материал у доски, или кто-то решает у доски, как правило, все кажется довольно понятным, не требующим особых разъяснений. Но как только студент получает для самостоятельного решения задачу — он сталкивается с реальными трудностями, которые возникают при изучении данного материала, и в процессе преодоления этих трудностей, как мне кажется, начинается настоящее обучение. И пусть студент решит эту самостоятельную работу не сам, а с некоторой моей помощью — главное, чтобы основные идеи «отложились в его голове». Я стараюсь на практических занятиях работать, по возможности, с каждым студентом индивидуально. Для тех, кто отстал от группы, пытаюсь еще раз объяснить непонятый материал. Для тех, кто преуспевает, задаю задачи с нестандартными решениями, рекомендую дополнительную литературу

Воронежский государственный университет

Зверева М. Б., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа

ру для чтения. Ведь каждый из учеников — личность, у каждого свое мировоззрение, у каждого свои проблемы и к каждому из них нужен индивидуальный подход.

Пожалуй, учителями не становятся, ими рождаются. Человек может иметь достаточно знаний, но способность передать эти знания на доступном языке дана не каждому. Преподаватель должен быть тонким психологом. Он должен любить свою работу, любить учеников, относиться к работе не как к обязательству провести занятие и избавиться, а как к своему призванию делать дело искренне, с полной отдачей. Преподаватель — это призвание, а не профессия. Для него нет большей радости, чем видеть ученика, который осваивает новый материал, выполняет домашнюю работу правильно, пишет контрольные и самостоятельные работы на отлично, который стремится к дальнейшему развитию.

В заключение хочу выразить глубочайшую благодарность всем тем педагогам, которые помогли мне осознать, что мое истинное призвание — математика и ее преподавание!

ЛИТЕРАТУРА

1. *Покорный Ю. В.* Унижение математикой? / Ю. В. Покорный. — Воронеж : ОАО «Центрально-Черноземное книжное издательство», 2006. — 336 с.

Voronezh State University

Zvereva M. B., Candidate of Physical and Mathematical Science, Associate Professor of the Mathematical Analysis Department