УДК 338.27

АДАПТИВНО-РАЦИОНАЛЬНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ: КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ИДЕИ И МОДЕЛИ РЕАЛИЗАЦИИ

В. И. Тинякова

Воронежский государственный университет

Обсуждаются ключевые идеи адаптивно-рационального подхода к прогнозированию экономических процессов и возможные варианты их формализации. Рассмотренные варианты ориентированы на специфику решаемых задач и представляют собой модели, в прогнозных траекториях которых нахо-дят отражения закономерности прошлого и субъективные ожидания будущего. Упреждающие расчеты по таким моделям позволяют получать наиболее правдоподобный образ будущего.

ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени разработано чрезвычайно большое число методов прогнозирования естественных, технических и социально-экономических процессов, различающихся предположениями как относительно характеристик развития процесса в будущем, так и относительно состава доступных для прогнозирования данных. Само число выполненных и выполняемых исследований и разработок в этой области свидетельствует о наличии проблем, которые еще не решены и требуют своего решения. Одной из ключевых проблем является поиск способов достижения адекватности модели прогнозируемому процессу. Причем следующая за этим задача, которую необходимо решить исследователю, состоит в том, чтобы наделить модель свойствами, обеспечивающими поддержание адекватности в течение требуемого времени при расчетах на достаточно большую глубину упреждающего периода. В данной связи особую актуальность приобретают те исследовательские работы, в которых не только развиваются технические приемы, но и выдвигаются новые принципы прогнозирования. Ниже представлены результаты работы, выполненной как раз в русле таких исследований.

КОНЦЕПТУАЛЬНЫЙ ВЗГЛЯД НА АДАПТИВНО-РАЦИОНАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ

Прогноз и неопределенность – две категории, лежащие в одной плоскости исследования экономических процессов. Так, для того чтобы построить надежные прогнозные оценки, необходимо понять проблемы, которые препятствуют их получению, а также определить источник возникновения этих проблем. Ни у кого не вызывает сомнения, что главный источник – неопределенность, являющаяся неотъемлемой чертой функционирования любой социально-экономической системы

Эффективное решение прогнозных задач в условиях неопределенности можно достичь с помощью адаптивного подхода [1], развитие которого в настоящее время происходит по трем направлениям. Первое из них ориентировано, главным образом, на структурные усложнения прогнозных моделей. Идея второго направления состоит в совершенствовании адаптивного механизма моделей прогнозирования. В последнем направлении реализуется подход совместного применения адаптивных принципов и имитационного моделирования. Идея комбинирования, очевидно, наиболее продуктивна, так как значительно расширяет круг задач перспективного анализа и, главное – открыта для своего дальнейшего развития.

Проблема в том, что модели, наделенные адаптивными свойствами, решают вопросы надежности лишь в краткосрочных прогнозах. В оценках же долгосрочной перспективы должна присутствовать информация о тех тенденциях, которые не успели найти отражение в динамике моделируемых процессов, но проявление этих тенденций ожидается. Информация подобного рода, как правило, качественная, а ее носителем является человек, обладающий способностью генерировать свои рациональные ожидания относительно будущего.

Опыт как раз и свидетельствует о том, что субъективные ожидания достаточно тесно коррелируют с реальностью будущего. Следовательно, требуемый уровень надежности можно обеспечить только с помощью тех адаптивных моделей, в которые инкорпорирована информация субъективного характера. Подход, позволяющий реализовать эту идею, был назван в других работах автора [5] «адаптивно-рациональным моделированием» и получил развитие в других работах автора [6 – 8].

Таким образом, главная особенность предлагаемого подхода состоит в одновременном использовании информации различной природы: фактографической и экспертной. С одной стороны, это преимущество перед другими моделями, так как позволяет уловить даже те изменения в динамике процесса, зарождение которых только начинается, а с другой – порождает трудности, связанные с получением единой прогнозной оценки, основанной на разнородных данных – количественных и качественных.

Преодолеть эти трудности можно только при условии создания комплексных моделей, в процессе построения которых решаются задачи экспертного оценивания, моделирования ситуаций бинарного/множественного выбора, адаптивной экстраполяции. Ниже будут предложены два типа моделей (модель с регулируемой реакцией адаптивного механизма и модель многовариантных прогнозных расчетов), разработанных в рамках адаптивно-рационального подхода и предполагающих решения указанного набора задач.

Заметим, что возможен и другой набор задач, в котором после адаптивной экстраполяции предусматривается проведение имитационных расчетов с последующим экспертным оцениванием возможных альтернативных вариантов и комбинированием экстраполяционных и экспертных оценок в предположении затухающего доминирования инерционной составляющей. Получаемые в этом случае прогнозные траектории удобно рассматривать с позиции теории нечетких множеств.

АДАПТИВНО-РАЦИОНАЛЬНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ С ПОЗИЦИИ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

Предположим, что будущее состояние прогнозируемого объекта описывается множеством прогнозных оценок F, состоящим из:

1) экспертных оценок $E = \{y|\mu_E(y) = 1\}$, $y \in F$;

2) оценок, рассчитанных по фактографическим данным $R = \{y|\mu_R(y) = 1\}$, $y \in F$;

3) оценок, являющихся результатом комбинирования предыдущих двух

$K = \{y|\mu_R(y) > 0,\ \mu_E(y) = 1 - \mu_R(y) > 0\}$, $y \in F$;

Такое описание находится в полном соответствии с общепринятой классификацией прогнозов. Комбинированная прогнозная оценка $\tilde{y}$, по сути, является нечетко определенной и отражает тенденции, на основе которых была сформирована экспертная оценка $\tilde{y}$, а также оценка, рассчитанная по фактографическим данным $\hat{y}$, то есть ее можно представить в следующем виде:

$$\breve{y} = \lambda\hat{y} + (1-\lambda)\,\tilde{y},\ \ 0 \le \lambda \le 1. \qquad (1)$$

Такое представление позволяет определить функции принадлежности:

$$\mu_R(\hat{y}) = \frac{\lambda\hat{y}}{\lambda\hat{y} + (1-\lambda)\,\tilde{y}}\ ,\quad \mu_E(\tilde{y}) = \frac{(1-\lambda)\,\tilde{y}}{\lambda\hat{y} + (1-\lambda)\,\tilde{y}}\ . \qquad (2)$$

С этими функциями связана степень доверия к тенденциям, на основе которых построена комбинированная прогнозная оценка. Как правило, в начале периода упреждения в качестве прогнозной оценки используется $\hat{y}$, которая является нечетким числом с функцией принадлежности множеству оценок фактографического типа, равной единице. По мере возрастания глубины упреждения происходит увеличение степени влияния экспертных оценок на тенденции, реализуемые в комбинированной траектории. Изменяются и соответствующие функции принадлежности. Это изменение регулируется параметром λ, с помощью которого перераспределяется вклад в комбинированную оценку инерционных и экспертных тенденций.

Расчет нечетких моделей прогнозных оценок осуществляется по комбинированной адаптивной модели:

$$\breve{y}_{t+1} = \mathbf{x}_{t+1}\hat{\mathbf{b}}_t, \qquad (3)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_{t+1} = \hat{\mathbf{b}}_t + \lambda^{\,t+1}\frac{\mathbf{C}_t^{-1}\mathbf{x}'_{t+1}}{\mathbf{x}_{t+1}\mathbf{C}_t^{-1}\mathbf{x}'_{t+1} + \alpha}\left[\hat{y}_{t+1} - \mathbf{x}_{t+1}\hat{\mathbf{b}}_t\right] + \qquad (4)$$

$$+\left(1 - \lambda^{\,t+1}\right)\frac{\mathbf{C}_t^{-1}\mathbf{x}'_{t+1}}{\mathbf{x}_{t+1}\mathbf{C}_t^{-1}\mathbf{x}'_{t+1} + \alpha}\left[\mathbf{x}_{t+1}\left(\hat{\mathbf{b}} - \hat{\mathbf{b}}_t\right)\right],$$

$$\mathbf{C}_{t+1}^{-1} = \frac{1}{\alpha}\left[\mathbf{C}_t^{-1} - \frac{\mathbf{C}_t^{-1}\mathbf{x}'_{t+1}\mathbf{x}_{t+1}\mathbf{C}_t^{-1}}{\mathbf{x}_{t+1}\mathbf{C}_t^{-1}\mathbf{x}'_{t+1} + \alpha}\right], \qquad (5)$$

где $\hat{\boldsymbol{b}}_t$ – вектор текущих оценок коэффициентов адаптивной регрессии;

$\hat{\boldsymbol{b}}$ – вектор оценок коэффициентов модели, которой руководствовались эксперты;

$\boldsymbol{x}_{t+1}$ – вектор-строка объясняющих переменных;

$\boldsymbol{C}_t^{-1}$ – матрица, обратная к матрице системы нормальных уравнений метода наименьших квадратов;

α – параметр адаптации;

$\hat{y}_{t+1}$ – четкое значение, полученное в результате дефазификации и используемое для текущей перенастройки коэффициентов адаптивной модели.

Модель (3) – (5) обеспечивает получение комбинированной прогнозной траектории, интерпретируемой как нечеткое множество прогнозных оценок с дрейфующей вдоль траектории функцией принадлежности. Она может использоваться в реальных расчетах при условии идентификации модели, которой руководствовались эксперты. Заметим, что сложность процедур подобной идентификации не отрицает саму возможность применения данной модели для решения задач экономического прогнозирования.

АДАПТИВНО-РАЦИОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ С РЕГУЛИРУЕМОЙ РЕАКЦИЕЙ АДАПТИВНОГО МЕХАНИЗМА

Особо остро потребность в привлечении экспертов возникает в ситуациях, связанных с изменением направления роста прогнозируемого показателя в краткосрочном периоде [4]. В этом случае обнаружить признаки, свидетельствующие в явном виде о назревании подобного рода изменения в динамике самого показателя, как правило, не удается. Поэтому особое значение приобретают те мнения, которые будут сформированы экспертами за рамками факторов, используемых в модели. Вполне естественно, что только эксперты могут обнаружить события, влекущие изменения в динамике показателя. С учетом высказанных соображений в случае, когда требуется получить прогнозные оценки не только на краткосрочную, но и средне-, долгосрочную перспективу, то есть построить сразу три прогнозные траектории, адаптивно-рациональная модель имеет вид

$$\hat{y}_{t+1/t} = \tilde{\mathbf{y}}_t \hat{\mathbf{b}}_t, \tag{6}$$

$$\hat{\mathbf{b}}_{t+1} = \hat{\mathbf{b}}_t + \frac{\mathbf{C}_t^{-1}\tilde{\mathbf{y}}_t'}{\tilde{\mathbf{y}}_t\mathbf{C}_t^{-1}\tilde{\mathbf{y}}_t' + 1}[y_{t+1} - \hat{y}_{t+1/t}], \tag{7}$$

$$\mathbf{C}_{t+1}^{-1} = \left[\mathbf{C}_t^{-1} - \frac{\mathbf{C}_t^{-1}\tilde{\mathbf{y}}_t'\mathbf{y}_t\mathbf{C}_t^{-1}}{\tilde{\mathbf{y}}_t\mathbf{C}_t^{-1}\tilde{\mathbf{y}}_t' + 1}\right], \tag{8}$$

$$\hat{\mathbf{Y}}_{kt+1/t+1} = \tilde{\mathbf{Y}}_{kt}\hat{\mathbf{b}}_{t+1}, \tag{9}$$

$$\hat{\ddot{\mathbf{b}}}_{t+1} = \hat{\mathbf{b}}_{t+1} + \mathbf{C}_{t+1}^{-1}\tilde{\mathbf{Y}}_{kt}'[\tilde{\mathbf{Y}}_{kt}\mathbf{C}_{t+1}^{-1}\tilde{\mathbf{Y}}_{kt}' + \beta\mathbf{I}]^{-1}[\mathbf{Y}_{kt+1} - \hat{\mathbf{Y}}_{kt+1/t+1}], \tag{10}$$

$$\ddot{\mathbf{C}}_{t+1}^{-1} = \frac{1}{\beta}[\mathbf{C}_{t+1}^{-1} - \mathbf{C}_{t+1}^{-1}\tilde{\mathbf{Y}}_{kt+1}'[\tilde{\mathbf{Y}}_{kt+1}'\mathbf{C}_{t+1}^{-1}\tilde{\mathbf{Y}}_{kt+1}' + \beta\mathbf{I}]^{-1}\tilde{\mathbf{Y}}_{kt+1}\mathbf{C}_{t+1}^{-1}], \tag{11}$$

$$\hat{\ddot{y}}_{t+1/t+1} = \tilde{\mathbf{y}}_t\hat{\ddot{\mathbf{b}}}_{t+1}, \tag{12}$$

$$\hat{\mathrm{P}}_{t+1} = \mathrm{F}(\mathbf{z}_{t+1}\mathbf{d}), \tag{13}$$

$$\gamma = v \cdot \left(\frac{\hat{\mathrm{P}}_{t+1}}{0{,}5} - 1\right), \tag{14}$$

$$\hat{\dot{\mathbf{b}}}_{t+1} = \hat{\ddot{\mathbf{b}}}_{t+1} + \gamma\frac{\ddot{\mathbf{C}}_{t+1}^{-1}\tilde{\mathbf{y}}_t'}{\tilde{\mathbf{y}}_t\ddot{\mathbf{C}}_{t+1}^{-1}\tilde{\mathbf{y}}_t' + \alpha}[y_{t+1} - \hat{\ddot{y}}_{t+1/t+1}], \tag{15}$$

$$\hat{y}_{t+2/t+1} = \tilde{\mathbf{y}}_t\hat{\mathbf{b}}_{t+1}, \tag{16}$$

$$\hat{\ddot{y}}_{t+2/t+1} = \tilde{\mathbf{y}}_t\hat{\ddot{\mathbf{b}}}_{t+1}, \tag{17}$$

$$\hat{\dot{y}}_{t+2/t+1} = \tilde{\mathbf{y}}_t\hat{\dot{\mathbf{b}}}_{t+1}. \tag{18}$$

В модели использованы следующие обозначения:

y_t – фактическое значение моделируемого показателя в момент;

$\tilde{y}_t = (1, y_t, ..., y_{t-l} + 1)$ – расширенная вектор–строка из l лаговых переменных (l – порядок авторегрессионной модели);

$\hat{y}_{t+1/t}$ – прогнозная оценка долгосрочного тренда, рассчитанная по модели с коэффициентами, оценки которых известны на момент t;

$\hat{y}_{t+1/t+1}$ – расчетное значение по долгосрочной модели с коэффициентами, оценки которых известны на момент $t+1$;

$\ddot{y}_{t+2/t+1}$ – прогнозная оценка краткосрочного тренда, рассчитанная по краткосрочной модели с коэффициентами, оценки которых известны на момент $t+1$;

$\hat{y}_{t+2/t+1}$ – прогнозная оценка долгосрочного тренда, рассчитанная по долгосрочной модели с коэффициентами, оценки которых известны на момент $t+1$;

$\hat{\boldsymbol{b}}_t$ – вектор текущих оценок долгосрочной модели;

$\hat{\dot{\boldsymbol{b}}}_t$ – вектор текущих оценок краткосрочной модели;

$\boldsymbol{C}_t^{-1}$ – матрица, обратная к матрице системы нормальных уравнений метода наименьших квадратов, оцененная по t наблюдениям;

α – параметр адаптации краткосрочной модели ($0 < \alpha \leq 1$);

$\hat{\dot{y}}_{t+1}$ – прогнозная оценка среднесрочного тренда;

$\hat{\ddot{\boldsymbol{b}}}_{t+1}$ – вектор оценок среднесрочной модели;

$\ddot{\boldsymbol{C}}_t^{-1}$ – скорректированная обратная матрица с учетом последних наблюдений;

β – параметр адаптации среднесрочной модели ($0 < \beta \leq 1$);

P_{t+1} – вероятность, рассчитанная специальным образом с использованием упреждающих экспертных оценок, и характеризующая ожидаемое в следующем периоде состояние моделируемого показателя;

$\boldsymbol{z}_{t+1}$ – вектор-строка факторов, описывающих внешние условия, в результате которых происходят резкие изменения в динамике показателя;

$\boldsymbol{d}$ – вектор-столбец параметров модели бинарного выбора, оцениваемых с помощью метода максимального правдоподобия;

ν – константа усиления регулирующих воздействий (обычно);

γ – рациональный регулятор;

$\hat{\mathbf{Y}}_{kt+1}$ – вектор-столбец расчетных значений многошаговой адаптивной модели среднесрочного тренда;

$\tilde{\mathbf{Y}}_{kt}$ – матрица из строк, используемая в многошаговой адаптивной процедуре

$$\widetilde{Y}_{kt} = \begin{pmatrix} 1 & y_{t-k+1} & \cdots & y_{t-k-l+1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & y_{t-1} & \cdots & y_{t-l} \\ 1 & y_t & \cdots & y_{t-l+1} \end{pmatrix}$$

Логика расчетов по адаптивно-рациональной модели (6) – (18) предусматривает вначале построение обычной авторегрессионной (регрессионной) модели для получения прогнозных оценок долгосрочной тенденции. Текущая адекватность модели (6)–(8) поддерживается пересчетом ее коэффициентов с помощью рекуррентного МНК. Обновленные коэффициенты и обратная матрица принимаются за начальные приближения многошаговой среднесрочной адаптивной модели (9)–(11). Многошаговость позволяет получать среднесрочный тренд корректировкой долгосрочного, причем корректировка осуществляется таким образом, чтобы в среднесрочном доминирующую роль играло определенное количество последних наблюдений. Степень доминирования последних наблюдений регулируется параметром β.

В свою очередь, коэффициенты этой модели и скорректированная матрица (11) принимаются за начальные значения адаптивной краткосрочной модели. С помощью регулятора адаптивная модель наделяется новым свойством, в соответствии с которым сигналы обратной связи не только могут усиливаться или ослабляться, но и восприниматься с противоположным знаком. Благодаря этому свойству в адаптивном механизме удается запаздывающую реакцию заменить ожидаемой реакцией.

По сути, регулятор – это модель субъективных предпочтений, поскольку он устроен таким образом, что его действие зависит от вероятности, расчет которой удобно осуществлять с помощью модели бинарного выбора. Построение модели бинарного выбора является самостоятельной задачей. Здесь только заметим, она строится на основе факторов, используемых в фундаментальном анализе и включающих, в том числе, и экспертные оценки.

АДАПТИВНО-РАЦИОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ МНОГОВАРИАНТНЫХ ПРОГНОЗНЫХ РАСЧЕТОВ

Реализуя идею, состоящую в том, что многообразие будущего адекватно представимо только с помощью соответствующего многообразия прогнозных траекторий [3], адаптивно-рациональную модель можно записать следующим образом:

$$\hat{y}^k_{t+1} = \mathbf{x}_{t+1}\hat{\mathbf{b}}_t + \mathbf{f}^k\hat{\mathbf{d}}, \qquad k = \overline{1, m}, \tag{19}$$

$$\mathrm{P}^k_{t+1} = \frac{\exp(\mathbf{z}_{t+1}\hat{\mathbf{a}}^k)}{1 + \sum\limits_{k=1}^{m-1} \exp(\mathbf{z}_{t+1}\hat{\mathbf{a}}^k)}, \qquad k = \overline{1, m-1}, \tag{20}$$

$$\mathrm{P}^m_{t+1} = \frac{1}{1 + \sum\limits_{k=1}^{m-1} \exp(\mathbf{z}_{t+1}\hat{\mathbf{a}}^k)}, \tag{21}$$

$$\begin{gathered} \mathrm{P}(\hat{y}_{t+1} = \hat{y}^k_{t+1}) = \mathrm{P}^k_{t+1}, \qquad k = \overline{1, m}\ , \\ \breve{k} = \underset{0 \le k \le m}{\mathrm{Argmin}} \left| y_{t+1} - \hat{y}_{t+1} \right|, \end{gathered} \tag{22}$$

$$\mathrm{P}_{j/\breve{k}} = \frac{\mathrm{P}_{jt}\mathrm{P}_{\breve{k}/j}}{\sum\limits_{j} \mathrm{P}_{jt}\mathrm{P}_{\breve{k}/j}}, \qquad j = \overline{1, m}, \tag{23}$$

$$\mathrm{P}_{jt+1} = \mathrm{P}_{j/\breve{k}}, \qquad j = \overline{1, m}, \tag{24}$$

$$\Delta_{t+1} = \sum_{k=1}^{m} \mathrm{P}_{k\,t+1}(y_{t+1} - \hat{y}^k_{t+1}), \tag{25}$$

$$\hat{\mathbf{b}}_{t+1} = \hat{\mathbf{b}}_t + \frac{\mathbf{C}_t^{-1}\mathbf{x}'_{t+1}}{\mathbf{x}_{t+1}\mathbf{C}_t^{-1}\mathbf{x}'_{t+1} + \alpha}\Delta_{t+1}, \tag{26}$$

$$\mathbf{C}^{-1}_{t+1} = \frac{1}{\alpha}\left[\mathbf{C}_t^{-1} + \frac{\mathbf{C}_t^{-1}\mathbf{x}'_{t+1}\mathbf{x}_{t+1}\mathbf{C}_t^{-1}}{\mathbf{x}_{t+1}\mathbf{C}_t^{-1}\mathbf{x}'_{t+1} + \alpha}\right], \tag{27}$$

где m – число прогнозных вариантов;

y_{t+1} – фактическое значение прогнозируемого показателя в момент времени;

$\hat{y}^k_{t+1}$ – k-й вариант прогнозной оценки для момента времени t+1;

$\boldsymbol{x}_{t+1}$ – вектор значений, описывающий условия, ожидаемые в упреждающем периоде;

$\hat{\mathbf{b}}_t$ – вектор текущих оценок коэффициентов модели;

P^k_{t+1} – вероятность реальности k-го варианта прогнозной оценки для момента времени t+1;

$\mathrm{P}_{k/j}$ – вероятность реальности k-го варианта, когда ожидается j-й вариант;

P^t_j – вероятность, с которой в момент времени t ожидается вариант с номером j;

$\mathrm{P}_{j/k}$ – вероятность, пересчитанная по формуле Байеса;

k – номер варианта, который в текущий момент оказался наиболее точным;

Δ_{t+1} – математическое ожидание прогнозной ошибки для момента времени ;

$\mathbf{f}^k$ – вектор значений, которые в k-м варианте приняли фиктивные переменные;

$\mathbf{d}$ – вектор оценок коэффициентов при фиктивных переменных;

$\mathbf{z}_{t+1}$ – вектор независимых переменных мультиномиальной логит-модели, компоненты которого содержат оценки субъективного характера, для момента времени $t+1$;

$\hat{\alpha}^k$ – вектор оценок параметров мультиномиальной логит-модели k-го варианта;

$\mathbf{C}_{t+1}^{-1}$ – матрица, обратная к матрице системы нормальных уравнений экспоненциально взвешенного метода наименьших квадратов;

α – параметр адаптации, $0 < \alpha \le 1$.

С помощью адаптивно-рациональной модели (19) – (27) удается построить многовариантные прогнозные траектории с вероятностными оценками степени их реальности, в которых отражены субъективные предпочтения экспертов. Отличительной особенностью предлагаемой модели является возможность предсказания даже тех эффектов, которые не наблюдались в динамике прогнозируемого процесса. Использование этой модели в управленческой деятельности значительно повышает обоснованность, а значит, и надежность принимаемых решений.

ВЕРИФИКАЦИЯ АДАПТИВНО-РАЦИОНАЛЬНОЙ МОДЕЛИ

Рассмотрим детали построения адаптивной многовариантной прогнозной модели. Для этого используем временной ряд, отражающий динамику стоимости акций ОАО ГМК Норильский никель за период с 06.10.2005 по 1.12.2005 (см. табл. 1).

Задавшись точностью, измеряемой относительной ошибкой $\delta = 1,2\%$ и оставив два последних наблюдения для настройки параметра адаптации α, построим аппроксимационную составляющую прогнозной модели. Уравнения, которые были получены в процессе построения этой составляющей, приведены в таблице 2.

Таблица 1

Динамика стоимости акций ОАО ГМК Норильский никель по данным РТС, р.

Дата	Стоимость акций, y^t	Дата	Стоимость акций, y^t	Дата	Стоимость акций, y^t
06.10.2005	2 090,00	25.10.2005	2 026,29	14.11.2005	2 200,00
07.10.2005	2 108,71	26.10.2005	2 038,06	15.11.2005	2 130,53
10.10.2005	2 157,66	27.10.2005	1 987,45	16.11.2005	2 200,00
11.10.2005	2 211,75	28.10.2005	1 990,00	17.11.2005	2 254,00
12.10.2005	2 122,08	31.10.2005	2 021,00	18.11.2005	2 325,00
13.10.2005	2 079,44	01.11.2005	2 020,30	21.11.2005	2 353,76
14.10.2005	2 010,00	02.11.2005	2 168,56	22.11.2005	2 314,39
17.10.2005	2 038,56	03.11.2005	2 140,00	23.11.2005	2 231,26
18.10.2005	2 026,16	07.11.2005	2 161,27	24.11.2005	2 355,59
19.10.2005	1 939,89	08.11.2005	2 185,92	25.11.2005	2 460,00
20.10.2005	1 935,00	09.11.2005	2 202,09	28.11.2005	2 451,43
21.10.2005	1 900,00	10.11.2005	2 199,30	29.11.2005	2 430,00
24.10.2005	2 000,00	11.11.2005	2 195,00	30.11.2005	2 424,00
				01.12.2005	2 478,01

Таблица 2

Регрессионные уравнения и критерии их качества

Регрессионные уравнения	Коэффициент детерминации
$y_t^{[1]} = 72{,}1478 + 0{,}9706\, y_{t-1}^{[1]}$ (0,9706) (0,0692)	$R^2_{[1]} = 0{,}92$
$y_t^{[2]} = 54{,}2810 + 95{,}2778\, f_1 + 0{,}9813\, y_{t-1}^{[2]}$ (74,3212) (9,2706) (0,0346)	$R^2_{[2]} = 0{,}98$
$y_t^{[3]} = 57{,}8979 + 38{,}1775\, f_2 + 94{,}8390\, f_1 + 0{,}9787\, y_{t-1}^{[3]}$ (33,5841) (3,3039) (4,1892) (0,0157)	$R^2_{[3]} = 0{,}99$

За аппроксимационную составляющую принимается модель с двумя фиктивными переменными. Исходные данные и все результаты расчетов, связанные с этой моделью представлены в таблице 3.

Как свидетельствуют данные таблице 3, требуемый уровень точности аппроксимации достигнут, и можно переходить к следующему этапу построения прогнозной модели – построению мультиномиальной логит-модели. Для этого сначала сконструируем шкалу экспертных предпочтений (см. табл. 4), а затем сформируем исходные данные для построения логит-модели в системе STATISTICA (см. табл. 5).

Таблица 3

Исходные данные и финальные расчеты, связанные с построением экстраполяционной составляющей прогнозной модели

f_2	f_1	y_{t-1}	y_t	$\hat{y}_t^{[1]}$	$\delta_t^{[1]}$	$\hat{y}_t^{[2]}$	$\delta_t^{[2]}$	$\hat{y}_t^{[3]}$	$\delta_t^{[3]}$
0	0	2090,00	2108,71	2100,70	0,38	2105,30	0,16	2103,35	0,25
1	0	2108,71	2157,66	2118,86	1,80	2123,66	1,58	2159,84	-0,10
1	0	2157,66	2211,75	2166,37	2,05	2171,70	1,81	2207,74	0,18
0	-1	2211,75	2122,08	2218,87	-4,56	2129,50	-0,35	2127,66	-0,26
-1	0	2122,08	2079,44	2131,84	-2,52	2136,78	-2,76	2096,57	-0,82
0	-1	2079,44	2010,00	2090,45	-4,00	1999,66	0,51	1998,17	0,59
0	0	2010,00	2038,56	2023,05	0,76	2026,79	0,58	2025,05	0,66
-1	0	2038,56	2026,16	2050,77	-1,21	2054,82	-1,41	2014,83	0,56
0	-1	2026,16	1939,89	2038,74	-5,10	1947,37	-0,39	1946,03	-0,32
-1	0	1939,89	1935,00	1955,00	-1,03	1957,99	-1,19	1918,26	0,87
-1	0	1935,00	1900,00	1950,26	-2,65	1953,19	-2,80	1913,47	-0,71
0	1	1900,00	2000,00	1916,29	4,19	2014,12	-0,71	2012,24	-0,61
0	0	2000,00	2026,29	2013,35	0,64	2016,98	0,46	2015,27	0,54
0	0	2026,29	2038,06	2038,86	-0,04	2042,78	-0,23	2040,99	-0,14
1	-1	2038,06	1987,45	2050,29	-3,16	1959,05	1,43	1995,85	-0,42
0	0	1987,45	1990,00	2001,16	-0,56	2004,66	-0,74	2002,98	-0,65
0	0	1990,00	2021,00	2003,64	0,86	2007,16	0,68	2005,48	0,77
0	0	2021,00	2020,30	2033,73	-0,66	2037,58	-0,86	2035,82	-0,77
1	1	2020,30	2168,56	2033,05	6,25	2132,18	1,68	2168,15	0,02
-1	0	2168,56	2140,00	2176,95	-1,73	2182,39	-1,98	2142,05	-0,10
0	0	2140,00	2161,27	2149,23	0,56	2154,36	0,32	2152,28	0,42
0	0	2161,27	2185,92	2169,87	0,73	2175,24	0,49	2173,10	0,59
0	0	2185,92	2202,09	2193,80	0,38	2199,43	0,12	2197,22	0,22
0	0	2202,09	2199,30	2209,49	-0,46	2215,30	-0,73	2213,05	-0,63

Окончание таблицы 3

f_2	f_1	y_{t-1}	y_t	$\hat{y}_t^{[1]}$	$\delta_t^{[1]}$	$\hat{y}_t^{[2]}$	$\delta_t^{[2]}$	$\hat{y}_t^{[3]}$	$\delta_t^{[3]}$
0	0	2199,30	2195,00	2206,79	-0,54	2212,56	-0,80	2210,32	-0,70
0	0	2195,00	2200,00	2202,61	-0,12	2208,34	-0,38	2206,11	-0,28
1	-1	2200,00	2130,53	2207,47	-3,61	2117,97	0,59	2154,34	-1,12
1	0	2130,53	2200,00	2140,04	2,73	2145,07	2,50	2181,19	0,85
1	0	2200,00	2254,00	2207,47	2,06	2213,25	1,81	2249,18	0,21
1	0	2254,00	2325,00	2259,88	2,80	2266,24	2,53	2302,03	0,99
0	0	2325,00	2353,76	2328,79	1,06	2335,91	0,76	2333,34	0,87
-1	0	2353,76	2314,39	2356,70	-1,83	2364,14	-2,15	2323,31	-0,39
0	-1	2314,39	2231,26	2318,49	-3,91	2230,22	0,05	2228,11	0,14
1	1	2231,26	2355,59	2237,81	5,00	2339,20	0,70	2374,61	-0,81
0	1	2355,59	2460,00	2358,48	4,13	2461,21	-0,05	2458,11	0,08
0	0	2460,00	2451,43	2459,82	-0,34	2468,40	-0,69	2465,46	-0,57
-1	0	2451,43	2430,00	2451,50	-0,88	2459,99	-1,23	2418,89	0,46

Таблица 4

Шкала экспертных предпочтений

Номер варианта	Фиктивные переменные		Баллы
	f_2	f_1	
0	-1	-1	0 – 20
1	0	-1	10 – 30
2	-1	0	15 – 40
3	-1	1	25 – 50
4	1	-1	35 – 60
5	0	0	45 – 70
6	0	1	55 – 80
7	1	0	65 – 90
8	1	1	75 – 100

Шкала построена таким образом, что соседние интервалы перекрываются, то есть фактически в ней учтена возможность возникновения ситуаций, в которых эксперты могут ошибаться.

Таблица 5

Данные для построения мультиномиальной логит-модели

№ п/п	Номер варианта	Баллы	№ п/п	Номер варианта	Баллы	№ п/п	Номер варианта	Баллы
1.	5	68	13.	5	54	25	5	65
2.	7	67	14.	5	73	26	5	59
3.	7	78	15.	4	45	27	4	37
4.	1	28	16.	5	51	28	7	72
5.	2	35	17.	5	68	29	7	89
6.	1	24	18.	5	56	30	7	79
7.	5	54	19.	8	76	31	5	68
8.	2	33	20.	2	38	32	2	25
9.	1	19	21.	5	61	33	1	23
10.	2	22	22.	5	68	34	8	83
11.	2	37	23.	5	42	35	6	64
12.	6	66	24.	5	53	36	5	60
						37	2	19

Заметим, что в таблице 5 нулевой и третий вариант отсутствуют, так как в ретроспективном периоде условия, их порождающие, не встречались.

В результате выполнения необходимых действий в системе STATISTICA 6.0 были получены расчетные характеристики мультиномиальной логит-модели, которые отражены на рисунках 1-2.

Данные рис. 2 позволили оценить пригодность модели в целом с помощью индекса отношения правдоподобия Макфаддена

$$\mathrm{LRI} = 1 - \frac{-2536{,}88}{-6161{,}06} = 0{,}59 \ .$$

Effect	Var1 - Parameter estimates (Spreadsheet1) Distribution : MULTINOMIAL Link function: LOGIT						
	Level of Effect	Level of Response	Column	Estimate	Standard Error	Wald Stat.	p
Interc 1		1	1	87,09781	3,481909	625,7194	0,000000
"Var2"		1	2	-1,80511	0,082715	476,2530	0,000000
Interc 2		2	3	83,09113	3,463088	575,6816	0,000000
"Var2"		2	4	-1,63187	0,081595	399,9886	0,000000
Interc 3		4	5	54,64120	2,083699	687,6547	0,000000
"Var2"		4	6	-0,89132	0,034720	659,0388	0,000000
Interc 4		5	7	38,76792	1,772815	478,2097	0,000000
"Var2"		5	8	-0,52465	0,024629	453,7850	0,000000
Interc 5		6	9	30,43523	1,817649	280,3710	0,000000
"Var2"		6	10	-0,42388	0,025370	279,1385	0,000000
Interc 6		7	11	5,54749	1,039063	28,5043	0,000000
"Var2"		7	12	-0,05919	0,013150	20,2592	0,000007
Scale				1,00000	0,000000		

Рис. 1. Оценки параметров модели и характеристики их надежности

Анализ таблицы (рис. 1) позволяет:

1) сделать вывод о том, что полученные оценки коэффициентов являются статистически значимыми (все стандартные ошибки меньше полученных оценок, значения статистики Вальда превосходят критический уровень и все вероятности ошибки меньше 0,05);

2) записать аналитическое выражение построенной мультиномиальной логит-модели:

$$\hat{\mathbf{a}}_1 = \begin{pmatrix} 87{,}0978 \\ -1{,}8051 \end{pmatrix}, \qquad \hat{\mathbf{a}}_2 = \begin{pmatrix} 83{,}0911 \\ -1{,}6319 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{a}}_5 = \begin{pmatrix} 38{,}7679 \\ -0{,}5246 \end{pmatrix}, \qquad \hat{\mathbf{a}}_6 = \begin{pmatrix} 30{,}4352 \\ -0{,}4239 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{a}}_4 = \begin{pmatrix} 54{,}6412 \\ -0{,}8913 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{a}}_7 = \begin{pmatrix} 5{,}5475 \\ -0{,}0592 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{P}(y=k) = \frac{e^{\mathbf{a}_k \mathbf{z}}}{1 + \sum_k e^{\mathbf{a}_k \mathbf{z}}},$$

$$k = 1, 2, 4, 5, 6, 7; \qquad \mathrm{P}(y=8) = \frac{1}{1 + \sum e^{\mathbf{a}_k \mathbf{z}}}.$$

Effect	Var1 - Likelihood Type 1 Test Distribution : MULTINOMIAL Link function: LOGIT			
	Degr. of Freedom	Log-Likelihd	Chi-Square	p
Intercept	6	-6161,06		
"Var2"	6	-2536,88	7248,348	0,00

Рис. 2. Тест правдоподобия 1-го типа

Рассчитанное таким образом значение индекса свидетельствует об адекватности построенной логит-модели, хотя может показаться и не очень высоким. Однако нужно помнить, что нас интересует не точность аппроксимации распределения, а предсказание возможности появления самого события (возможность появления события считается предсказанной, если расчетная вероятность данного события выше остальных).

Теперь перейдем к самому сложному этапу – построению – настройке параметра адаптации. Для этого сначала вычислим матрицу (см. табл. 6) условных вероятностей вариантов P ($y = k / j$) для всех k и j. Каждый j-й столбец этой матрицы рассчитывается с помощью мультиномиальной логит-модели в предположении экспертов, что ожидается ситуация, благоприятная j-му варианту. Каждая k-я строка так сформированной таблицы представляет собой условные вероятности наступления k-го события (реализации k-го варианта) в зависимости от j-й ситуации.

Затем вычислим постпрогнозные ошибки (см. 4-й столбец табл. 8) и за событие, имевшее место, примем тот вариант, ошибка которого минимальна (в нашем случае это 5-й вариант). Используя 5-ю строку таблицы 6, по формуле Байеса

$$P_{j/5} = \frac{P_j P_{5/j}}{\sum_j P_j P_{5/j}}, \qquad j = 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8.$$

пересчитаем вероятности возможной реализации вариантов (3-й столбец табл. 7). С помощью полученных результатов (4-й столбец таблицы 7) вычислим средневзвешенную сумму постпрогнозных ошибок Δ_t (итог последнего столбца таблицы 8).

Таблица 6

Оценки вероятностей вариантов в зависимости от реальных условий

ВАРИАНТ	ПРИРОДА						
	P_1	P_2	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
1	0,6322514	0,2328151	0,0102206	0,0000001	0,0000000	0,0000000	0,0000000
2	0,3677481	0,7656705	0,1900548	0,0000143	0,0000000	0,0000000	0,0000000
4	0,0000004	0,0015028	0,6136142	0,0760883	0,0000288	0,0000000	0,0000000
5	0,0000000	0,0000115	0,1836226	0,8907912	0,5163226	0,0122058	0,0000007
6	0,0000000	0,0000001	0,0024876	0,0330602	0,1438132	0,0093136	0,0000038
7	0,0000000	0,0000000	0,0000001	0,0000426	0,2728412	0,6777150	0,4082061
8	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000032	0,0669942	0,3007656	0,5917895

Таблица 7

Исходные и скорректированные вероятности реальности вариантов

Вариант	Частота	P_{j37}	$P_{j38} = P_{j/5}$
1	4	0,1081081	0,0000000
2	7	0,1891892	0,0000054
4	2	0,0540541	0,0247756
5	15	0,4054054	0,9014360
6	2	0,0540541	0,0696657
7	5	0,1351351	0,0041172
8	2	0,0540541	0,0000001
Всего:	37		

Таблица 8

Фактические и взвешенные постпрогнозные ошибки для 5-го варианта

Вариант	y_t	$\hat{y}_t$	$y_t - \hat{y}_t$	Δ_t
1	2424	2341,2603	82,7397	0,0000000
2	2424	2397,9218	26,0782	0,0001416
4	2424	2379,4378	44,5622	1,1040545
5	2424	2436,0993	-12,0993	-10,9067607
6	2424	2530,9383	-106,9383	-7,4499322
7	2424	2474,2768	-50,2768	-0,2070012
8	2424	2569,1159	-145,1159	-0,0000130
			Сумма:	-17,4595110

Используя взвешенную ошибку, проведем адаптивную корректировку коэффициентов модели, а затем рассчитаем постпрогнозные ошибки для 39-го наблюдения и по критерию «минимум относительной ошибки» настроим параметр α. Минимальная относительная ошибка, равная $-0{,}41\%$, оказалась при $\alpha^* = 0{,}99$. Ниже приведены расчеты с использованием оптимального α^*

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_{38,0} \\ \hat{b}_{38,1} \\ \hat{b}_{38,2} \\ \hat{b}_{38,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 57{,}8979 \\ 38{,}1775 \\ 94{,}8390 \\ 0{,}9787 \end{pmatrix} + \frac{1}{1{,}1357}(-17{,}4595)\times$$

$$\times \begin{pmatrix} 6{,}503687 & 0{,}005963 & -0{,}019043 & -0{,}003025 \\ 0{,}005963 & 0{,}062943 & -0{,}000723 & -0{,}000004 \\ -0{,}019043 & -0{,}000723 & 0{,}101193 & 0{,}000012 \\ -0{,}003025 & -0{,}000004 & 0{,}000012 & 0{,}000000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2430 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70{,}9264 \\ 38{,}2499 \\ 94{,}7035 \\ 0{,}9724 \end{pmatrix}.$$

Поскольку минимальную ошибку дает 7-й вариант, то пересчет вероятностей по формуле Байеса осуществим с использованием строки табл. 6, соответствующей этому варианту. Промежуточные и итоговые результаты пересчета вероятностей представлены в таблицах 9 – 10.

Осуществим адаптивную корректировку коэффициентов адаптивной составляющей экстраполяционной составляющей

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_{39,0} \\ \hat{b}_{39,1} \\ \hat{b}_{39,2} \\ \hat{b}_{39,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70{,}9264 \\ 38{,}2499 \\ 94{,}7035 \\ 0{,}9724 \end{pmatrix} + \frac{1}{1{,}1693}(-39{,}0599)\times$$

$$\times \begin{pmatrix} 5{,}930575 & 0{,}002474 & -0{,}012589 & -0{,}002748 \\ 0{,}002474 & 0{,}063560 & -0{,}000694 & -0{,}000003 \\ -0{,}012589 & -0{,}000694 & 0{,}102146 & 0{,}000008 \\ -0{,}002748 & -0{,}000003 & 0{,}000008 & 0{,}000001 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2424 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 95{,}2191 \\ 36{,}2648 \\ 94{,}4690 \\ 0{,}9607 \end{pmatrix}.$$

В окончательном виде экстраполяционная составляющая прогнозной модели записывается следующим образом:

$$y_t = 95{,}2191 + 36{,}2648 f_2 + 94{,}4690 f_1 + 0{,}9607 y_{t-1}.$$

Используя эту составляющую и ранее построенную мультиномиальную логит-модель, получаем прогнозный образ следующего периода при оцененном экспертами (см. табл. 11).

Как видно из таблицы 11, наиболее реальным является второй вариант. Однако высокая вероятность ожидания не гарантирует его абсолютного совпадения с наступающей реальностью. В то же время следует отметить, что плотность распределения смещена влево, и в следующем периоде ожидается достаточно низкий уровень стоимости акций ОАО ГМК Норильский никель.

Таблица 9

Оценки вероятностей реальности вариантов

Вариант	P_{j38}	$P_{j39} = P_{j/7}$
1	0,0000000	0,000000
2	0,0000054	0,000000
4	0,0247756	0,000000
5	0,9014360	0,001760
6	0,0696657	0,870456
7	0,0041172	0,127782
8	0,0000001	0,000002

Таблица 10

Фактические и взвешенные постпрогнозные ошибки для 7-го варианта

Вариант	y_t	$\hat{y}_t$	$y_t - \hat{y}_t$	Δ_t
1	2478,01	2334,7991	143,2109	0,0000000
2	2478,01	2391,4606	86,5494	0,0000000
4	2478,01	2372,9766	105,0334	0,0000100
5	2478,01	2429,6381	48,3719	0,0851390
6	2478,01	2524,4771	-46,4671	-40,4475915
7	2478,01	2467,8156	10,1944	1,3026608
8	2478,01	2562,6546	-84,6446	-0,0001422
			Сумма:	-39,0599

Таблица 11

Прогнозные оценки стоимости акций ОАО ГМК Норильский никель на 2.12.2005

Вариант	$\hat{y}_{40}$	P^{k}_{40}
1	2381,44	0,105566
2	2439,64	0,825547
4	2417,70	0,065717
5	2475,91	0,003144
6	2570,38	0,000026
7	2512,17	0,000000
8	2606,64	0,000000

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренный пример в полном объеме продемонстрировал возможности предложенной модели. Анализ результатов моделирования показал, что окончательный выбор прогнозного варианта в значительной степени зависит от экспертных оценок. Поэтому процедуры экспертного оценивания должны реализовываться с особой тщательностью, то есть необходимо проверять согласованность мнений экспертов, оценивать их компетентность, проводить повторные опросы экспертов с целью использования вновь полученной информации и т.п. Кроме того, для эффективного применения модели целесообразна ее реализация в человеко-машинном варианте.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Давнис В.В.* Адаптивное прогнозирование: модели и методы / В.В. Давнис. – Воронеж : Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 1997. – 196 с.

2. *Давнис В.В.* Прогнозные модели экспертных предпочтений: монография / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж : Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2005. – 248 с.

3. *Давнис В.В.* Прогноз и адекватный образ будущего / В.В. Давнис, В.И. Тинякова // Вестник Воронежского государственного университета. Сер. «Экономика и управление». – 2005. – № 2. – С. 183-190.

4. *Давнис В.В.* Прогнозные модели с многоуровневой структурой адаптивного механизма и регулятором разворота тренда / В.В. Давнис, В.И. Тинякова // Экономическое прогнозирование: модели и методы : материалы II Междунар. науч.-практ. конф. / под ред. проф. В.В. Давниса. – Воронеж : Воронеж. гос. ун-т, 2006. – Ч. 1. – С. 34-39.

5. *Тинякова В.И.* Адаптивно-рациональное моделирование в задачах прогнозирования социально-экономических процессов : автореф. дис. … канд. экон. наук / В.И. Тинякова. – Воронеж, 2003. – 22 с.

6. *Тинякова В.И.* Адаптивно-рациональное прогнозирование: сущность, этапы, модели переходных процессов / В.И. Тинякова // Вестник Ставропольского гос. ун-та. – 2006. – № 44. – С. 98-107.

7. *Тинякова В.И.* Формирование рациональной составляющей адаптивно-рациональных прогнозов / В.И. Тинякова // Проблемы современной экономики. – 2006. – № 1/2 (17/18). – С. 211-216.

8. *Тинякова В.И.* Адаптивно-рациональное прогнозирование при обосновании управленческих решений в сфере АПК / В.И. Тинякова // Тр. Кубанского гос. аграрного ун-та. – Вып. 2. – Краснодар : КубГУ, 2006. – С. 44-56.