

## **АДАПТИВНЫЕ МОДЕЛИ МУЛЬТИТРЕНДОВЫХ ПРОЦЕССОВ И ПРОГНОЗ СТОИМОСТИ ФИНАНСОВЫХ АКТИВОВ**

**В. В. Давнис, В. И. Тинякова**

*Воронежский государственный университет*

Для прогнозирования стоимости финансовых активов предлагается модель с многоуровневой структурой адаптивного механизма. Модель наделена новым свойством, в соответствии с которым сигналы обратной связи не только могут усиливаться или ослабляться, но и восприниматься с противоположным знаком. Благодаря этому свойству удастся предсказывать развороты краткосрочного тренда, что повышает практическую ценность модели.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Рынки ценных бумаг по-прежнему остаются труднопрогнозируемыми и потому продолжают привлекать широкий круг исследователей. Наибольшее развитие теория инвестиций в ценные бумаги получила в период господства так называемой «линейной парадигмы», согласно которой ожидаемые на рынке прибыли должны иметь приблизительно нормальное распределение и быть независимыми. Однако несмотря на ряд блестящих результатов, полученных нобелевскими лауреатами по экономике Д. Тобиным (1981), Г. Марковицем (1990), У. Шарпом (1990), Р. Мертоном (1997) и М. Шоулсом (1997), продолжают появляться эмпирически подтвержденные феномены, которые не находят удовлетворительных объяснений в рамках классической теории.

Впервые сомнения в справедливости линейной парадигмы высказал в своей статье В. Мандельброт [5]. На основе анализа эмпирических данных он сделал вывод о необходимости замены нормального распределения на распределение Парето, которое отличается неограниченно растущей дисперсией, что, согласно концепции CAPM (Capital Asset Price Model), означает неограниченно растущий риск.

Несколько позже была опубликована статья М. Осборна [6], в которой он представил функцию плотности прибылей фондового рынка, также отличающуюся от нормального распределения. Обсуждение этих сомнений получило продолжение в публикациях А. Стержа [7], А. Тернера и Э. Вейгеля [8]. Появление этих и многих других работ способствовало рождению новой («нелинейной») парадигмы.

В современном подходе к изучению нелинейной динамики обычно выделяют две основные вехи ее развития [3]. Первый этап (1950—1980-е гг.) связан с исследованиями диссипативных структур, имеющих место в естествознании. Второй этап (с начала 1980-х гг. и по настоящее время) — этап динамического хаоса. Ключевым понятием данного этапа является чувствительность к начальным условиям: экспоненциальное разбегание двух близких траекторий для класса хаотических аттракторов. Вследствие этого или приходится ограничиваться кратковременными прогнозами, или изыскивать адекватные способы сравнения поведения модели и объекта. В подобной ситуации, если требуется описать исследуемый процесс, то прибегают к использованию функционалов от траектории, определяющих количественные характеристики хаоса. А если интересуют только прогнозные оценки, то можно применять модели, построенные на принципах адаптации.

Особый интерес вызывают идеи, положенные в основу модели когерентного рынка (Coherent Market Hypothesis), которая предусматривает описание происходящих там процессов с точки зрения нелинейной статистической теории. Реализация этой модели предполагает одновременное использование фундаментальных и технических факторов, что, на наш взгляд, является, несомненно, перспективным направлением.

К сожалению, аппарат, разработанный в рамках нелинейной парадигмы, хотя и расширяет наше представление о рыночных механизмах, но эффективно используется только в задачах предпрогнозного анализа. В то же время нестабильное поведение рынка ценных бумаг нашло отражение в эконометрических моделях

Р. Энгла (нобелевского лауреата 2003 г.), с помощью которых можно получать достаточно надежные прогнозные оценки.

Заметим, что проблема номер один во всех перечисленных подходах — нестабильное поведение рынка. Эффективным инструментом его исследования, на наш взгляд, являются адаптивные модели [1]. Ниже изложен авторский подход к построению модифицированных вариантов таких моделей.

### ПРОГНОЗНЫЕ МОДЕЛИ С МНОГОУРОВНЕВОЙ СТРУКТУРОЙ АДАПТИВНОГО МЕХАНИЗМА

Давно замечено, что при прогнозировании финансовых рынков на небольшие периоды времени, прогнозные оценки в наибольшей степени зависят от тенденций, которые проявляются в последний момент его функционирования. В силу этого наиболее предпочтительными для получения краткосрочных прогнозов считаются адаптивные модели, в которых этому обстоятельству придается существенное значение. Статистика их применения действительно подтверждает эту точку зрения. Однако абсолютизирование адаптивных свойств и игнорирование специфики, которая отличает динамику рынка ценных бумаг от динамики других экономических процессов, ограничивает прикладные возможности адаптивного подхода.

Как правило, на рынке одновременно присутствуют несколько тенденций, которые, естественно, должны найти свое отражение в формируемой прогнозной оценке стоимости финансового актива. Например, при наличии долгосрочных и краткосрочных тенденций возникают альтернативные варианты построения модели. Можно ориентироваться только на адаптивные принципы и моделировать каждую вновь нарождающуюся тенденцию как продолжение предыдущей краткосрочной закономерности. Расчеты по модели, построенной на этих принципах, будут описывать траекторию, склеенную из краткосрочных тенденций, по которым трудно сформировать полное представление о долгосрочной динамике стоимости активов. А можно краткосрочную тенденцию представить как временное отклонение от долгосрочной, и тогда строится комбинированная модель, в которой одновременно идентифицируются долгосрочные и краткосрочные закономерности изменения стоимости активов.

Предполагается, что для построения долгосрочного тренда используется рекуррентная процедура наименьших квадратов, а в адаптивном механизме модели краткосрочного тренда используется процедура корректировки долгосрочного тренда на основе экспоненциального сглаживания. По сути, модель идентифицирует две закономерности. Причем в закономерности долгосрочного периода краткосрочные колебания рассматриваются как случайные ошибки, которые с позиций текущего момента находят объяснение и поэтому могут рассматриваться в качестве составляющих краткосрочного тренда.

Формально прогнозная модель с двухуровневой структурой адаптивного механизма может быть записана следующим образом:

$$\hat{y}_{t+1} = \tilde{y}_t \hat{b}_t, \quad (1)$$

$$\hat{b}_{t+1} = \hat{b}_t + \frac{C_t^{-1} \tilde{y}_t'}{\tilde{y}_t C_t^{-1} \tilde{y}_t' + 1} [y_{t+1} - \hat{y}_{t+1}], \quad (2)$$

$$C_{t+1}^{-1} = \left[ C_t^{-1} - \frac{C_t^{-1} \tilde{y}_t \tilde{y}_t' C_t^{-1}}{\tilde{y}_t C_t^{-1} \tilde{y}_t' + 1} \right], \quad (3)$$

$$\hat{\tilde{y}}_{t+1} = \tilde{y}_t \hat{b}_{t+1} \quad (4)$$

$$\hat{\tilde{b}}_{t+1} = \hat{b}_{t+1} + \frac{C_{t+1}^{-1} \tilde{y}_t'}{\tilde{y}_t C_{t+1}^{-1} \tilde{y}_t' + \alpha} [y_{t+1} - \hat{\tilde{y}}_{t+1}], \quad (5)$$

$$\hat{\hat{y}}_{t+1} = \hat{\tilde{y}}_t \hat{\tilde{b}}_{t+1}. \quad (6)$$

В модели использованы следующие обозначения:  $y_t$  — фактическое значение стоимости финансового актива в момент времени  $t$ ;  $\tilde{y}_t = (1, y_t, \dots, y_{t-l+1})$  — расширенная вектор-строка из  $l$  лаговых переменных ( $l$  — порядок авторегрессионной модели);  $\hat{y}_{t+1}$  — прогнозная оценка долгосрочного тренда;  $\hat{\tilde{y}}_{t+1}$  — прогнозная оценка краткосрочного тренда;  $\hat{b}_t$  — вектор оценок долгосрочной модели;  $\hat{b}_{t+1}$  — вектор оценок краткосрочной модели;  $C_t^{-1}$  — матрица, обратная к матрице системы нормальных уравнений метода наименьших квадратов;  $\alpha$  — параметр адаптации краткосрочной модели.

Работающие на рынке трейдеры, как правило, руководствуются представлением о долгосрочных и краткосрочных тенденциях, которые в рамках технического анализа можно получить с помощью модели (1)–(6). Реально же на рынке имеют место три тенденции, описываемые долгосрочным, среднесрочным и краткосрочным трендами. Этот случай предполагает и более сложную конструкцию модели, в которой крат-

косрочная тенденция рассматривается как отклонение от среднесрочной, а среднесрочная, в свою очередь, — как отклонение от долгосрочной.

Модель с трехуровневой структурой адаптивного механизма имеет вид:

$$\hat{y}_{t+1} = \tilde{y}_t \hat{b}_t, \quad (7)$$

$$\hat{b}_{t+1} = \hat{b}_t + \frac{C_t^{-1} \tilde{y}_t'}{\tilde{y}_t C_t^{-1} \tilde{y}_t' + 1} [y_{t+1} - \hat{y}_{t+1}], \quad (8)$$

$$C_{t+1}^{-1} = \left[ C_t^{-1} - \frac{C_t^{-1} \tilde{y}_t \tilde{y}_t' C_t^{-1}}{\tilde{y}_t C_t^{-1} \tilde{y}_t' + 1} \right], \quad (9)$$

$$\hat{Y}_{k+1} = \tilde{Y}_k \hat{b}_{t+1}, \quad (10)$$

$$\hat{b}_{t+1} = \hat{b}_{t+1} + C_{t+1}^{-1} \tilde{Y}_k' [\tilde{Y}_k C_{t+1}^{-1} \tilde{Y}_k' + \beta I]^{-1} [Y_{k+1} - \hat{Y}_{k+1}], \quad (11)$$

$$\ddot{C}_{t+1}^{-1} = C_{t+1}^{-1} - C_{t+1}^{-1} \tilde{Y}_k' [\tilde{Y}_k C_{t+1}^{-1} \tilde{Y}_k' + \beta I]^{-1} \tilde{Y}_k C_{t+1}^{-1}, \quad (12)$$

$$\hat{y}_{t+1} = \tilde{y}_t \hat{b}_{t+1}, \quad (13)$$

$$\hat{b}_{t+1} = \hat{b}_{t+1} + \frac{\ddot{C}_{t+1}^{-1} \tilde{y}_t'}{\tilde{y}_t \ddot{C}_{t+1}^{-1} \tilde{y}_t' + \alpha} [y_{t+1} - \hat{y}_{t+1}], \quad (14)$$

$$\hat{\hat{y}}_{t+1} = \tilde{y}_t \hat{\hat{b}}_{t+1}. \quad (15)$$

В дополнение к вышеприведенным здесь использованы следующие обозначения:  $\hat{y}_{t+1}$  — прогнозная оценка среднесрочного тренда;  $\hat{b}_{t+1}$  — вектор оценок среднесрочной модели;  $\ddot{C}_t^{-1}$  — скорректированная обратная матрица с учетом последних  $k$  наблюдений;

$$\tilde{Y}_k = \begin{pmatrix} 1 & y_{t-k+1} & \cdots & y_{t-k-l+1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & y_{t-1} & \cdots & y_{t-l} \\ 1 & y_t & \cdots & y_{t-l+1} \end{pmatrix} \text{ — матрица из } k$$

строк, используемая в многошаговой адаптивной процедуре;  $\tilde{Y}_{k+1}$  — вектор-столбец расчетных значений многошаговой адаптивной модели среднесрочного тренда;  $\beta$  — параметр адаптации среднесрочной модели.

Учтенная в рассмотренных выше моделях мультитрендовая специфика рынка ценных бумаг, несомненно, повысила адекватность этих моделей. Однако, контур обратной связи, на основе которого строится адаптивный механизм, обеспечивает реакцию модели с запаздыванием на один период. И если в моменты времени, когда прогнозируемый процесс изменяется в соответствии с трендом, этим запазды-

ванием можно пренебречь, то в момент, когда происходит разворот тренда, запаздывание приводит к оценкам, по которым принимаются ошибочные решения. Это снижает эффективность адаптивного подхода и поэтому требует разработки специальных методов и процедур, позволяющих с высокой вероятностью осуществлять упреждающую идентификацию ожидаемых изменений в поведении тренда.

### КОМБИНИРОВАННЫЕ ПРОГНОЗНЫЕ МОДЕЛИ С МНОГОУРОВНЕВОЙ СТРУКТУРОЙ АДАПТИВНОГО МЕХАНИЗМА

Замечание о запаздывающей реакции адаптивного механизма ориентирует на поиск возможностей, обеспечивающих получение упреждающей информации. Несмотря на то что этому вопросу, давно ставшему актуальным, уделяется много внимания, до сих общепризнанных рекомендаций, обеспечивающих его решение, не найдено.

Так, например, в техническом анализе предусмотрены процедуры, позволяющие предвидеть возможность разворота тренда, что является само по себе практически невыполнимой задачей. К сожалению, эти процедуры трудноформализуемы и не очень надежны, так как ориентированы в основном на опыт и искусство трейдеров. Субъективный момент в их реализации, естественно, требует специфических подходов, обеспечивающих формирование прогнозных оценок не только в соответствии с последними тенденциями, но и с учетом событий, ожидаемых экспертами.

Вопрос об использовании экспертных оценок возникает еще и потому, что разворот тренда зачастую происходит под влиянием факторов, формирование которых происходит вне рынка и которые в силу этого не оказывают систематическое влияние на тренд. Исследование факторов подобного рода и оценка степени их возможного воздействия на динамику рынка являются прерогативой фундаментального анализа. Заметим, что эти проблемы обсуждаются в теории когерентного рынка [4]. Эксперты вполне могут использовать в оценках собственных ожиданий упреждающие выводы из результатов фундаментального анализа.

Выяснив, что для идентификации разворотов тренда целесообразно использовать экспертные оценки, и переходя к построению модели,

мы должны провести еще одно необходимое для этого уточнение. Из всех закономерностей, формирующих динамику рынка, наиболее чувствительным к разворотам является краткосрочный тренд. Это замечание позволяет сделать вывод о том, что разворот тренда следует идентифицировать при моделировании краткосрочных тенденций.

При таком подходе получается комбинированная модель, с помощью которой одновременно осуществляется расчет прогнозных оценок по всем трем тенденциям с использованием упреждающей информации субъективного характера. Несмотря на то что прогнозируется одна и та же величина, точность этих прогнозных оценок различна, и это естественно, так как различны их интерпретация и роль.

В случае, когда прогнозируется стоимость актива  $y$  и для этого используется модель с трехуровневой структурой адаптивного механизма, комбинированная прогнозная модель имеет вид:

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{y}_t \hat{\mathbf{b}}_t, \quad (16)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_{t+1} = \hat{\mathbf{b}}_t + \frac{\mathbf{C}_t^{-1} \tilde{\mathbf{y}}'_t}{\tilde{\mathbf{y}}_t \mathbf{C}_t^{-1} \tilde{\mathbf{y}}'_t + 1} [y_{t+1} - \hat{y}_{t+1}], \quad (17)$$

$$\mathbf{C}_{t+1}^{-1} = \left[ \mathbf{C}_t^{-1} - \frac{\mathbf{C}_t^{-1} \tilde{\mathbf{y}}'_t \mathbf{y}_t \mathbf{C}_t^{-1}}{\tilde{\mathbf{y}}_t \mathbf{C}_t^{-1} \tilde{\mathbf{y}}'_t + 1} \right], \quad (18)$$

$$\hat{\mathbf{Y}}_{kt+1} = \tilde{\mathbf{Y}}_{kt} \hat{\mathbf{b}}_{t+1}, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{b}}_{t+1} = & \hat{\mathbf{b}}_{t+1} + \\ & + \mathbf{C}_{t+1}^{-1} \tilde{\mathbf{Y}}'_{kt} [\tilde{\mathbf{Y}}_{kt} \mathbf{C}_{t+1}^{-1} \tilde{\mathbf{Y}}'_{kt} + \beta \mathbf{I}]^{-1} [\mathbf{Y}_{kt+1} - \hat{\mathbf{Y}}_{kt+1}], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{C}}_{t+1}^{-1} = & \mathbf{C}_{t+1}^{-1} - \\ & - \mathbf{C}_{t+1}^{-1} \tilde{\mathbf{Y}}'_{kt+1} [\tilde{\mathbf{Y}}'_{kt+1} \mathbf{C}_{t+1}^{-1} \tilde{\mathbf{Y}}'_{kt+1} + \beta \mathbf{I}]^{-1} \tilde{\mathbf{Y}}_{kt+1} \mathbf{C}_{t+1}^{-1}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\hat{\tilde{y}}_{t+1} = \tilde{\mathbf{y}}_t \hat{\mathbf{b}}_{t+1}, \quad (22)$$

$$\gamma = v \cdot \left( \frac{\hat{P}_{t+1}}{0,5} - 1 \right), \quad (23)$$

$$\hat{P}_{t+1} = \frac{1}{1 + e^{-z_{t+1} \mathbf{d}}}, \quad (24)$$

$$\hat{\tilde{\mathbf{b}}}_{t+1} = \hat{\tilde{\mathbf{b}}}_{t+1} + \gamma \frac{\tilde{\mathbf{C}}_{t+1}^{-1} \tilde{\mathbf{y}}'_t}{\tilde{\mathbf{y}}_t \tilde{\mathbf{C}}_{t+1}^{-1} \tilde{\mathbf{y}}'_t + \alpha} [y_{t+1} - \hat{\tilde{y}}_{t+1}], \quad (25)$$

$$\hat{\tilde{\mathbf{y}}}_{t+1} = \tilde{\mathbf{y}}_t \hat{\tilde{\mathbf{b}}}_{t+1}. \quad (26)$$

В дополнение к вышеприведенным здесь использованы следующие обозначения:  $\hat{P}_{t+1}$  — вероятность, рассчитанная с помощью модели бинарного выбора и характеризующая ожидае-

мое в следующем периоде состояние моделируемого показателя;  $\mathbf{z}_{t+1}$  — вектор-строка факторов, описывающих внешние условия, в результате которых происходят резкие изменения в динамике показателя. Другими словами, это те условия, которые не могут быть отражены основной прогнозной моделью. Среди факторов модели бинарного выбора должна присутствовать экспертная оценка общей ситуации в баллах, определяемая в соответствии со специально разработанной для этих целей шкалой;  $\mathbf{d}$  — вектор-столбец параметров модели бинарного выбора, оцениваемых с помощью метода максимального правдоподобия;  $v$  — константа усиления регулирующих воздействий (обычно  $v = 2$ );  $\gamma$  — регулятор разворота тренда. В приведенной ниже таблице отражена зависимость регулятора от ожидаемых значений прогнозируемого показателя. Заметим, что при  $\gamma = 0$  мы имеем дело с неадаптивной моделью, а при  $\gamma = 1$  — с обычной адаптивной.

Логика расчетов по комбинированной модели предусматривает вначале построение обычной регрессионной модели для получения прогнозных оценок долгосрочной тенденции. Текущая адекватность модели (16)–(18) поддерживается пересчетом ее коэффициентов с помощью рекуррентного МНК. Обновленные коэффициенты и обратная матрица принимаются за начальные приближения многошаговой среднесрочной адаптивной модели (19)–(21). В свою очередь коэффициенты этой модели и скорректированная матрица (21) принимаются за начальные значения адаптивной краткосрочной модели. В отличие от двух предыдущих моделей краткосрочная имеет регулятор разворота тренда. С его помощью может быть изменено направление корректировки коэффициентов краткосрочной модели. Это происходит в зависимости от вероятности, расчет которой осуществляется с помощью модели бинарного выбора. Модель бинарного выбора строится на основе фундаментальных факторов, включающих, в том числе, и экспертные оценки.

Регулятор является важным элементом адаптивной модели. С его помощью адаптивная модель наделяется новым свойством, в соответствии с которым сигналы обратной связи не только могут усиливаться или ослабляться, но и восприниматься с противоположным знаком. Благодаря этому свойству в адаптивном механизме удастся порок запаздывающей реакции

Значения регулятора в зависимости от ожидаемых изменений прогнозируемого показателя

| Интервалы изменения $\hat{P}_{t+1}$ | Значения $\gamma$     | Ожидаемые изменения $\hat{y}_{t+1}$                                  |
|-------------------------------------|-----------------------|----------------------------------------------------------------------|
| $0,75 < \hat{P}_{t+1} \leq 1$       | $1 < \gamma \leq 2$   | Усиление тенденции предыдущего периода                               |
| $0,5 < \hat{P}_{t+1} \leq 0,75$     | $0 < \gamma \leq 1$   | Ослабление тенденции предыдущего периода                             |
| $\hat{P}_{t+1} = 0,5$               | $\gamma = 0$          | Сохранение тенденции предыдущего периода                             |
| $0,25 \leq \hat{P}_{t+1} < 0,5$     | $-1 \leq \gamma < 0$  | Изменение тенденции предыдущего периода на противоположную           |
| $0 \leq \hat{P}_{t+1} < 0,25$       | $-2 \leq \gamma < -1$ | Усиленное изменение тенденции предыдущего периода на противоположную |

заменить ожидаемой реакцией. По сути, регулятор — это модель субъективных предпочтений, методика построения которой изложена в [2].

Комбинированная модель позволяет получить три оценки. И хотя, как отмечалось выше, в подавляющем большинстве случаев следует использовать оценки краткосрочной модели как более точные, однако перспективный анализ будет неполным без оценок среднесрочной и долгосрочной моделей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Давнис В.В. Адаптивное прогнозирование: модели и методы / В. В. Давнис. — Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 1997. — 196 с.
2. Давнис В.В. Прогнозные модели экспертных предпочтений / В. В. Давнис, В. И. Тинякова. — Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2005. — 248 с.

3. Кричевский М.Л. Интеллектуальные методы в менеджменте / М. Л. Кричевский. — СПб.: Питер, 2005. — 304 с.

4. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. — М.: Мир, 2000. — 333 с.

5. Mandelbrot B. The Variation of Certain Speculative Prices / B. Mandelbrot. — Cambridge: MIT Press, 1964.

6. Osborn M. Brownian Motion in the Stock Market / M. Osborn // The concepts, Cognition. 9, 1981.

7. Sterge A.J. On the Distribution of Financial Futures Price Changes / A. J. Sterge // Financial Analysts Journal. May/June 1989.

8. Turner A.L. An Analysis of Stock Market Volatility / A. L. Turner, E. J. Weigel // Russel Research Commentaries, Frank Russel Company, Tacoma, WA, 1990.