

ПРЕДПРОГНОЗНЫЙ АНАЛИЗ ОБЪЕМОВ СТОКА ГОРНЫХ РЕК, КАК ЭЛЕМЕНТ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ РЕГИОНА

В. А. Перепелица, Е. В. Попова, А. М. Янгишиева, Т. М. Леншова

Черкесская государственная технологическая академия

1. ПРЕДМЕТ ИССЛЕДОВАНИЯ И ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Настоящая работа посвящена инструментариям предпрогнозного анализа временных рядов (ВР) объемов стока горных рек. Актуальность предмета настоящего исследования приобрела особо важное экономическое значение после наводнения, имевшего место по реке Кубань в июне 2002 года, убытки от которого оцениваются суммой порядка 0,5 млрд долларов.

В заключении комиссии [1] говорится, что в результате ливневых осадков, выпавших именно в горных районах бассейна реки Кубани произошло формирование паводка, не имеющего аналога за почти столетний период наблюдений как по величине максимальных расходов и подъему уровней, так и по ущербу, нанесенному населению и предприятиям. В результате на юге России пострадало 246 населенных пунктов, разрушено более 110 километров газопровода, 269 мостов, 1490 километров автодорог, погибло 102 человека. Общее же число пострадавших в Южном федеральном округе достигло 340 тысяч человек, а материальный ущерб превысил 15 млрд рублей.

Что касается ущерба непосредственно по регионам, то следует отметить, что ущерб Краснодарскому краю, нанесенный паводком, превышает материальный ущерб Карачаево-Черкесии в 10 раз и составляет более трех миллиардов рублей. На Кубани повреждено 76 мостов (46 — разрушено полностью), разрушено более 2,5 тысячи домовладений, подтоплению подверглось 58 населенных пунктов. Особенно велик урон в

агропромышленном комплексе края, где под водой оказалось 15 тысяч гектаров пашни, погибло более 100 тысяч голов птицы, 2,5 тысячи голов свиней, велики потери крупного рогатого скота. Сумма ущерба в сельском хозяйстве составляет более 250 млн рублей.

В настоящей работе основное внимание авторами уделено двум, относящимся к методам нелинейной динамики инструментариям предпрогнозного анализа — это фрактальный анализ ВР [2, 3, 4] и фазовый анализ ВР (см. в [2] комментарий работы [4]).

Отметим, что основателем фрактального анализа является британский гидролог Х. Е. Херст. Исследуя статистику объемов стоков рек, он предложил новую статистическую методологию для различения случайных и неслучайных систем, постоянства трендов и продолжительности циклов, если таковые имеются. Херст показал, что большинство естественных явлений, включая речные стоки, температуры, осадки, солнечные пятна, следуют «смещенному случайному блужданию» т.е. тренду с шумом. Устойчивость тренда и уровень шума могут быть оценены тем, как изменяется нормированный размах ВР со временем, или, другими словами, насколько введенная им величина $H \in (0;1)$, называемая показателем Херста, превосходит значение 0,5.

Если уровни временного ряда отражают «чисто случайный процесс» (являются независимыми случайными величинами), то в соответствии с классической статистикой для такого ВР значения показателя Херста $H \approx 0,5$. Исследованные Херстом, а позже Мандельбротом и др. многочисленными авторами природные временные ряды (выпадение осадков, пятна на солнце, годовичные

© Перепелица В. А., Попова Е. В., Янгишиева А.М., Леншова Т. М., 2005.

кольца и т.д.) обладают так называемой долговременной памятью [2, 3], в силу чего показатель Херста для каждого из этих ВР принимал значение, превосходящее число 0,7 (см. рис. 4.1. в [5]).

Следует особо отметить, что к моменту выхода в свет монографий [2, 3] уже сложилось общепризнанное мнение о том, что для подавляющего большинства природных систем величина H значительно отклоняется от 0,5 в область черного шума [2].

Этот факт заслуживает особого внимания в связи с тем, что в процессе фрактального анализа ВР стоков горных рек Северного Кавказа авторами выявлена принадлежность показателя Херста H к области значений, меньших 0,5. Полученный эмпирический результат можно объяснить тем, что рассмотренные природные ряды ВР не обладают долговременной памятью, либо тем, что предложенный Херстом для вычисления оценки H метод нормированного размаха (R/S -анализ) не является универсальным, т.е. не является адекватным для всех природных и не природных рядов. Одним из результатов настоящей работы является подтверждение второго сформулированного выше предположения. Отсюда вытекает необходимость построения нового подхода для реализации фрактального анализа тех или других ВР.

2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СХЕМА МЕТОДА НОРМИРОВАННОГО РАЗМАХА ХЕРСТА

В течение более чем полувекового периода R/S -анализ природных, экономических и др. ВР исследователи осуществляют на базе опубликованного в работе [6] алгоритма, который в англоязычной литературе называется «метод нормированного размаха (НР) Херста» (в кн. [5] он назван « R/S -анализ: Руководство шаг за шагом». Ввиду отсутствия подробного описания этого метода в отечественных изданиях, приведем краткое изложение его вычислительной схемы, используя для нее название «метод НР Херста».

Пусть рассматривается ВР

$$Z = \langle z_i \rangle, i = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где N — количество наблюдений или уровней, составляющих этот ВР. Работу вычис-

лительной схемы метода НР Херста можно представить в виде представленных ниже семи этапов, которым может предшествовать следующее преобразование. Вместо данного ВР (1) строится ВР $Y = \langle y_i \rangle$, $i = 1, 2, \dots, N - 1$, где

$$y_i = \log \left(\frac{z_{i+1}}{z_i} \right).$$

Замену ВР Z (1) рядом Y предлагается осуществлять в [5]. В известных авторам публикациях, в том числе и в [2], такая замена не производится.

Приведем описание этапов реализации алгоритма НР Херста.

Этап 1. Выбираем подходящее целочисленное значение $\Delta \geq 1$ и строим последовательность длин

$$n_1, n_2, \dots, n_k, \dots, n_m, \quad (2)$$

где $n_{k+1} = n_k + \Delta$, максимальная длина n_m определяется равенством $n_m = [N/2]$, а минимальное значение $n_1 \geq 10$.

Примечание 1. Последовательность (2) определяем, следуя [2]. В [5] последовательность (2) предлагается строить так, чтобы она состояла только из всех таких чисел n_k , на каждое из которых длина ВР N делится без остатка.

Этап 2. Для очередного фиксированного значения n_k рассматриваем ВР (1) и разби-

ваем его на $r_k = \left[\frac{N}{n_k} \right]$ следующих друг за дру-

гом отрезков $Z_k^t = \langle z_j^t \rangle$, $j = 1, 2, \dots, n_k$. В число таких отрезков не включается остаток уровней ВР Z , не вошедших в последний отрезок $Z_k^{r_k}$. Для каждого отрезка Z_k^t вычис-

ляем его среднее значение $z_t = \frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} z_j^t$, $t = \overline{1, r_k}$.

Этап 3. При фиксированном индексе k для каждого отрезка Z_k^t вычисляем ряд на-

копленных отклонений $X_{k,q}^t = \sum_{j=1}^q (z_j^t - z_t)$,

$q = 1, 2, \dots, n_k$, на основании которых определяется его размах

$$R_k^t = \max_{1 \leq q \leq n_k} X_{k,q}^t - \min_{1 \leq q \leq n_k} X_{k,q}^t, t = \overline{1, r_k}. \quad (3)$$

Этап 4. При фиксированном индексе k для всякого отрезка Z_k^t вычисляем стандарт-

ное отклонение $S_k^t = \left[\frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} (z_j^t - z_j)^2 \right]^{0,5}$,

нормируем значение размаха для этого от-

резка, вычисляя величину $\frac{R_k^t}{S_k^t}$, и находим

среднее значение этих величин

$$\left(\frac{R}{S} \right)_k = \frac{1}{r_k} \sum_{t=1}^{r_k} \left(\frac{R_k^t}{S_k^t} \right) \quad (4)$$

Этап 5. Ряду длин (2) ставим во взаимнооднозначное соответствие ряд нормированных размахов (4). Логарифмируя численные значения элементов каждого из полученных рядов (2) и (4), получим множество точек с координатами

$$x_k = \log(n_k), \quad y_k = \log\left(\frac{R}{S}\right)_k, \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (5)$$

Этап 6. Используя метод наименьших квадратов, строим линейную регрессию для множества точек с координатами (5).

Этап 7. Для полученной линии регрессии (т.е. линейного тренда для множества

точек (5)) вида $y = ax + b$ значение коэффициента a используем в качестве оценки показателя Херста H .

3. ВЕРИФИКАЦИЯ МЕТОДА НОРМИРОВАННОГО РАЗМАХА ХЕРСТА НА БАЗЕ ЭТАЛОННЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

В качестве (1) рассмотрим временной ряд помесечных объемов стока в верховьях реки Кубань (географическая точка начала Большого Ставропольского канала) за период с 1926 по 2003 год включительно. Графическое представление части этого ВР (с 1988 по 2003 г.) дано на рис. 1. Отметим, что аналогичного вида гистограммы являются характерными для ВР объемов стока других горных рек (Теберда, Б. Зеленчук, Аксаут, Маруха).

Визуализация рис. 1 дает основание утверждать, что рассматриваемым рядам присуще свойство периодичности.

Для верификации метода НР Херста на базе ВР, представленного на рис. 1, строим чисто периодический ВР

$$Z^0 = \langle z_i^0 \rangle, i = \overline{1, N}, \quad (6)$$

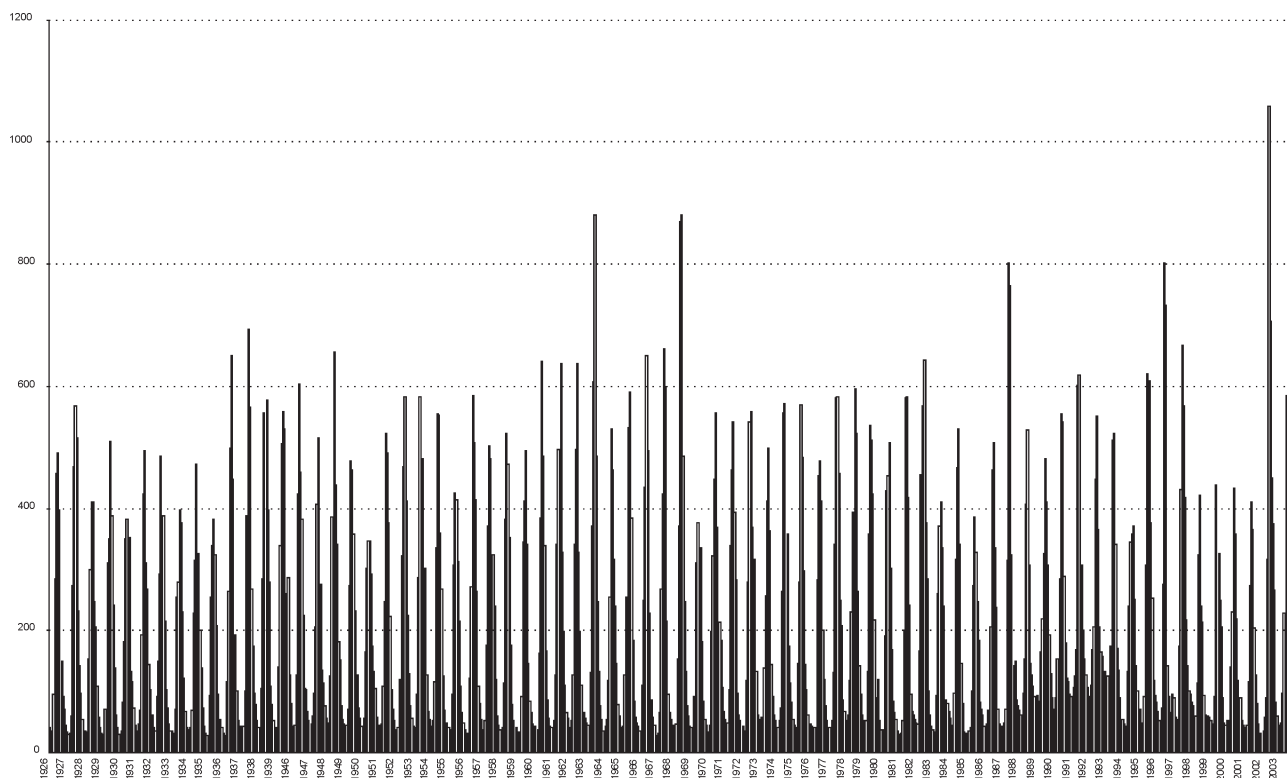


Рис. 1. Гистограмма временного ряда помесечных стоков реки Кубань за период 1926—2003 гг.

представляющий собой последовательность одного и того же цикла, представленного на рис. 2. В дальнейшем ВР Z^0 назовем термином «эталонный ВР».

С учетом длины цикла (т.е. количества составляющих его уровней) $L = 7$ в качестве длины эталонного ВР (6) принимаем значения $N = 700$, т.е. ВР (6) состоит из 100 следующих один за другим циклов длины $L = 7$ вышеуказанного вида.

Применим к эталонному ВР (6) алгоритм нормированного размаха Херста для последовательности длин отрезков

$$n_1 = 10, n_2 = 11, \dots, n_k = k + 9, \dots, n_{341} = 350. \quad (7)$$

В результате реализации описанных выше этапов 2—6 получим множество точек, определяемых логарифмическими координатами вида (5). Графическое представление этих точек, а также линейного тренда для них дано на рис. 3, где для наглядности множество (5) представлено в виде R/S -траектории, которая получается путем соединения отрезков каждой пары соседних точек (x_k, y_k) , (x_{k+1}, y_{k+1}) , $k = 1, m$, $m = 341$.

Из визуализации рис. 3 с очевидностью вытекает принципиально важный факт, означающий, что полученная линия регрессии является практически параллельной оси абсцисс, т.е. угол наклона прямой регрессии $y = ax + b$ близок к 0. В силу этого получаем низкую оценку показателя Херста H , значение которой находится в зоне розового шума [2], т.е. существенно меньше 0,5. Последнее является противоречием теории R/S -анализа [2, 5], согласно которой для периодических ВР показатель Херста находится в области черного шума, т.е., как указано в [5], его значения обычно превосходят 0,7.

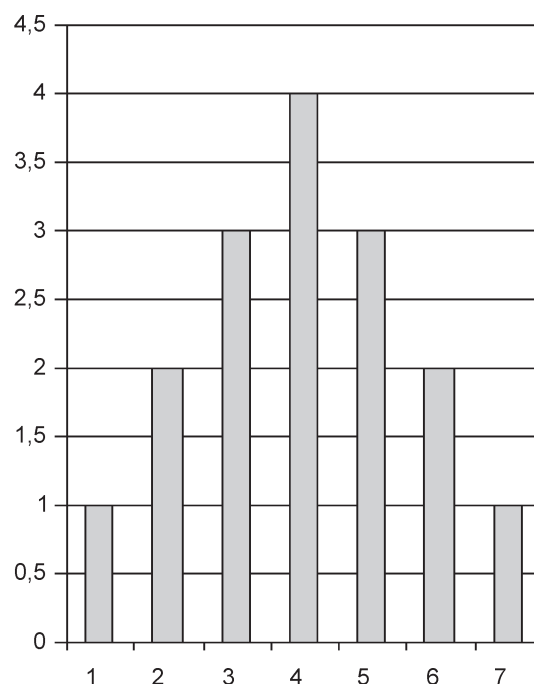


Рис. 2. Гистограмма цикла эталонного временного ряда ($z_1^0 = 1, z_2^0 = 2, z_3^0 = 3, z_4^0 = 4, z_5^0 = 3, z_6^0 = 2, z_7^0 = 1$)

Отрицательный, т.е. противоречивый результат, аналогичный сформулированному, выше получен, и в случае, если алгоритм Херста применить и к другому искусственно созданному эталонному ВР, например, к ВР, который представляет собой последовательность следующих друг за другом циклов $\langle 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 \rangle$. Таким образом, возникает объективная необходимость в разработке новой вычислительной схемы для такой реализации R/S -анализа, которая обеспечивает выявление циклов в рассматриваемых ВР и получении численной оценки глубины памяти, которая, вообще говоря, является различной для различных отрезков ВР. Реализующий эту схему алгоритм излагается ниже.

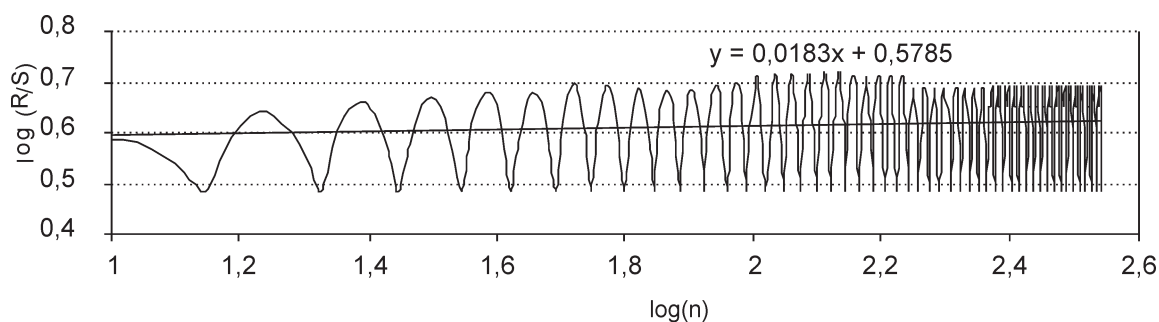


Рис. 3. R/S -траектория для эталонного ВР (6) и ее линейный тренд

4. АЛГОРИТМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО R/S-АНАЛИЗА ДЛЯ ОЦЕНКИ ГЛУБИНЫ ПАМЯТИ О НАЧАЛЕ ВРЕМЕННОГО РЯДА

Описание вычислительной схемы предлагаемого алгоритма последовательного R/S-анализа для оценки глубины памяти о начале ВР представим на примере ВР (1).

Сначала в рассматриваемом ВР Z последовательно формируем его начальные отрезки $Z^\tau = z_1, z_2, \dots, z_\tau$, $\tau = 3, 4, \dots, n$, для каждого из которых вычисляем текущее сред-

нее $\bar{z}_\tau = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} z_i$. Далее для каждого фиксированного Z^τ , $\tau = 3, 4, \dots, n$ вычисляем накопленное отклонение для его отрезков длины t :

$X_{\tau,t} = \sum_{i=1}^t (u_i - \bar{u}_\tau)$, $t = 1, \tau$. После чего вычисля-

ем размах $R = R(\tau) = \max_{1 \leq t \leq \tau} (X_{\tau,t}) - \min_{1 \leq t \leq \tau} (X_{\tau,t})$, который нормируется, т.е. представляется в виде дроби R/S , где $S = S(\tau)$ — стандартное отклонение для отрезка ВР U_τ , $3 \leq \tau \leq n$.

В отличие от этапа 7 алгоритма НР Херста в настоящей вычислительной схеме оценку показателя Херста вычисляем на основании «эмпирического закона Херста», который в [2, 7] представлен формулой

$$H = H(\tau) = \frac{\log(R(\tau)/S(\tau))}{\log(\tau/2)}. \quad (8)$$

На основании формулы (8) строим в декартовых логарифмических координатах две

траектории. Одна из них, называемая *H-траекторией*, состоит из точек с координатами (x_τ, y_τ) , где $x_\tau = \log \tau$, $\tau = 3, 4, \dots, n$, а y_τ вычисляется согласно (8): $y_\tau = H(\tau)$.

Вторая, называемая *R/S-траекторией*, состоит из точек с координатами (x_τ, y_τ^o) , где $x_\tau = \log \tau$, а $y_\tau^o = \log(R(\tau)/S(\tau))$. Для наглядности в графическом представлении этих траекторий всякую пару соседних точек соединяем отрезком.

На рис. 4 представлены R/S- и H-траектории, полученные в результате применения алгоритма последовательного R/S-анализа к ВР стока реки Кубань (графическое представление этого ВР см. на рис. 1). Если рассматриваемый ВР обладает долговременной памятью, то его R/S-траектория факт исчерпания памяти о начале ряда демонстрирует так называемым срывом с тренда или, в другой терминологии, сменой направления тренда вдоль которого следует определенное количество начальных точек R/S-траектории [2, 5]. Вышеуказанный термин «смена тренда» подразумевает, что точки R/S-траектории, следующие после точки смены тренда, уже «не возвращаются» к первоначальному тренду. На основании массового компьютерного эксперимента для многочисленных ВР авторами сформулировано следующее определение трендоустойчивого начального отрезка ВР, заканчивающегося точкой исчерпания этого тренда:

1°. Определенное количество $l \geq 2$ точек, относящихся к началу R/S-траектории, следуют вдоль линейного тренда.

2°. После точки l R/S-траектория меняет тренд, причем последующие точки этой

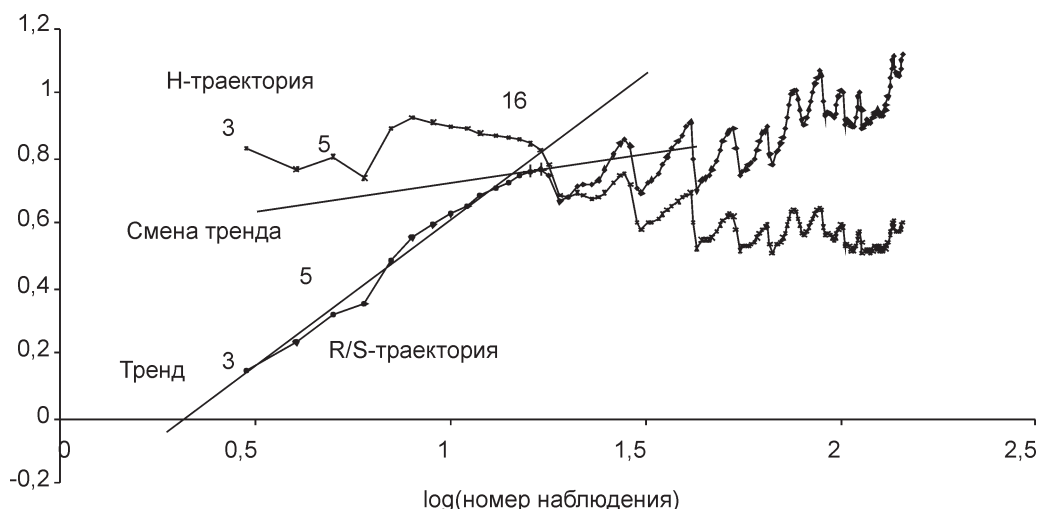


Рис. 4. R/S-траектория и H-траектория ВР стока реки Кубань за период 1926—2003 гг.

траектории «не возвращаются» к первоначальному тренду.

3°. Временной ряд ординат $\langle y_r \rangle$, $r = 1, 2, \dots$ точек H -траектории при переходе от y_l к y_{l+1} получает отрицательное приращение; при этом точка l H -траектории находится в зоне черного шума, т.е. значение показателя Херста $y_l = H(l) > 0,5$.

Примечание 2. При визуализации R/S -траектории и H -траектории необходимо учитывать, что R/S -анализ в силу алгоритмической особенности не вычисляет координаты (x_r, y_r) , соответствующие двум первым уровням исследуемого ВР, т.е. для $\tau = 1$ и $\tau = 2$. Поэтому предлагается нумеровать точки указанных траекторий, начиная с номера 3 (см. рис. 4).

Примечание 3. В общем случае точка смены тренда R/S -траектории появляется с лагом, в силу чего номер точки смены тренда этой траектории является верхней оценкой глубины памяти о начале рассматриваемого ВР.

Согласно вышеуказанным пунктам 1°—3° и примечаниям 2 и 3 из визуализации рис. 4 вытекает, что глубина памяти о начале рассматриваемого ВР Z оценивается сверху числом 16.

Важнейший вывод, вытекающий из установленного факта наличия долговременной памяти во временных рядах стока горных рек, состоит в том, что появляются основания для разработки системы кратко- и среднесрочного прогноза объемов стока этих горных рек. Предложенные в настоящей работе инструментальные методы для этой системы базируются на математическом аппарате теории клеточных автоматов и теории нечетких множеств [8].

Объем памяти используемого клеточного автомата и, в конечном счете, трудоемкость вычислительной схемы прогнозирования существенным образом зависят от глубины памяти прогнозируемых ВР. Поэтому в настоящей работе с достаточной полнотой реализованы численные расчеты с целью обосновать верхнюю оценку глубины памяти рассматриваемых ВР. Эти расчеты в настоящем исследовании выполнены с помощью представленного ниже алгоритма α_1 , который определяет наличие такой памяти и оценивает ее глубину числен-

но, представляя в виде нечеткого множества. Работа алгоритма α_1 состоит из двух этапов.

Этап 1. Формирование на базе ВР (1) семейства $S(Z) = \{Z^r\}$, $Z^r = \langle z_i^r \rangle$, $i = 1, 2, \dots, n_r$, $r = 1, 2, \dots, m$, состоящего из m временных рядов, где индексом i занумерованы элементы r -го ряда, получаемого из $(r-1)$ -го ВР Z^{r-1} путем удаления его первого элемента z_1^{r-1} . Здесь m определяется как наибольшее значение индекса r такое, что ряд $Z^m = \langle z_i^m \rangle$, $i = 1, 2, \dots, n_m$ еще имеет точку смены тренда в его R/S -траектории; исходный ВР (1) также принадлежит семейству $S(Z)$, в котором ему присвоено значение индекса $r = 1$.

Этап 2. Реализация R/S -анализа временных рядов из семейства $S(Z)$ и формирование нечеткого множества значений верхних оценок глубины памяти о начале ряда для каждого ВР этого семейства.

Пусть для каждого ВР Z^r , $r = \overline{1, m}$ в результате его R/S -анализа построены R/S -траектория и H -траектория, определяющие собой номер l^r такой точки, в которой произошла смена тренда, т.е. l^r — это номер находящейся «выше» зоны белого шума первой по порядку точки, в которой H -траектория получила отрицательное приращение, а R/S -траектория сменила тренд.

Приведем описание вычислительной схемы этапа 2, который реализует фрактальный анализ ВР с помощью «алгоритма последовательного R/S -анализа». Для этого введем следующие обозначения: $N(l)$ — количество всех рядов $Z^r = \langle z_i^r \rangle$, $i = 1, n_r$ из семейства $S(Z)$, у каждого из которых номер точки смены тренда l^r равен числу l ,

$$l^o = \min_{1 \leq r \leq m} l^r, \quad L^o = \max_{1 \leq r \leq m} l^r; \quad m = \sum_{l=4}^{L^o} N(l) \text{ — число}$$

$$\text{рядов семейства } S(Z); \quad d(l) = \frac{N(l)}{m} \text{ — доля}$$

таких рядов в $S(Z)$, у каждого из которых потеря памяти произошла на глубине l ; $L(Z) = \{l\}$ — множество значений номеров элементов смены тренда в рядах из семейства $S(Z)$; $M(Z) = \{\langle l, \mu(l) \rangle\}$ — нечеткое множество (НМ) глубины памяти для ВР (1) в целом. В таблице представлен результат работы алгоритма α_1 для ВР Z .

Представленные в последней строке таблицы значения $\mu(l)$ функции принадлежно-

Таблица

Глубина l	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Количество $N(l)$	8	15	16	16	13	9	9	8	6
Доля $d(l)$	0,08	0,15	0,16	0,16	0,13	0,09	0,09	0,08	0,06
Значения функции принадлежности $\mu(l)$	0,45	0,84	0,9	0,9	0,73	0,5	0,5	0,45	0,33

сти элементов l нечеткому множеству $M(Z)$ пропорциональны числам $d(l)$, $l \in L(Z)$; они получаются путем нормирования значений долей $d(l)$ так, что $\mu(l) < 1$ для всякого $l \in L(S)$. Результат работы этапа 2 для ВР Z представлен в табл. Значения элементов $\mu(l)$ последней строки в табл. вычисляются следующим образом. Сначала находим максимальную долю $d^* = \max_{l \in L(Z)} d(l)$ (напри-

мер, в табл. значение $d^* = 0,16$) и соответствующую ей глубину l^* ($d^*(l) = l^*$, в табл. значение $l^* = 16$).

Далее для этой глубины l^* экспертным путем устанавливается значение функции принадлежности $\mu^* = \mu(l^*)$ (в табл. значение. $\mu^* = \mu(16) = 0,9$). После чего для остальных элементов $l \in L(Z)$ соответствующие им значения функции принадлежности $\mu(l)$

вычисляются по формуле $\mu(l) = \frac{\mu^*}{d^*} d(l)$.

Формирование НМ $M(Z)$ осуществляется путем попарного объединения элементов первой и последней строк таблицы. Полученная для ВР Z оценка глубины его памяти представляется в виде следующего нечеткого множества

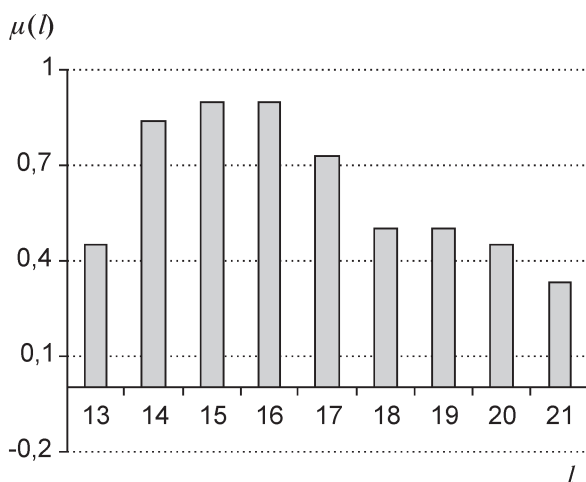


Рис. 5. Геометрическое представление НМ глубины памяти для ВР

$$M(Z) = \{(13; 0,45), (14; 0,84), (15; 0,9), (16; 0,9), (17; 0,73), (18; 0,5), (19; 0,5), (20; 0,45), (21; 0,33)\}. \quad (9)$$

Для наглядности на рис. 5 представлено геометрическое изображение НМ рассматриваемого ВР Z .

Выводы, вытекающие из результатов выполненных расчетов, состоят в следующем:

1. Глубина памяти конкретного ВР не является фиксированным числом; ее величина меняется вдоль рассматриваемого ВР, т.е. для различных его отрезков она является различной, например, как видно из табл. для ВР Z численные значения глубины памяти колеблются в отрезке натурального ряда 13, 14, ..., 21.

2. Для численного представления глубины памяти рассматриваемого ВР (1) Z наиболее целесообразным является математический аппарат теории нечетких множеств, т.е. оцениваемая глубина представляет собой нечеткое множество $M(Z) = \{(l, \mu(l))\}$, $l \in \{l^0, l^0 + 1, \dots, L^0\}$, где l — численное значение встречающейся глубины памяти, $\mu(l)$ — значение функции принадлежности для этой глубины.

Как отмечено в [5], R/S -анализ представляет собой инструмент для выявления циклов, как периодических, так и непериодических. На рис. 6 представлено изображение в виде гистограммы динамики точек смены тренда R/S -траекторий временных рядов $Z^r \in S(Z)$ для индексов r , поставленных в соответствие месяцам, начиная с января 1988 по апрель 1996 г. На основании результатов проведенных расчетов сформулируем два примечания о новых дополнительных «циклических» возможностях «алгоритма последовательного R/S -анализа» по сравнению с «алгоритмом нормированного размаха Херста».

Примечание 4. Для изложения выводов, вытекающих из визуализации рис. 6, нам

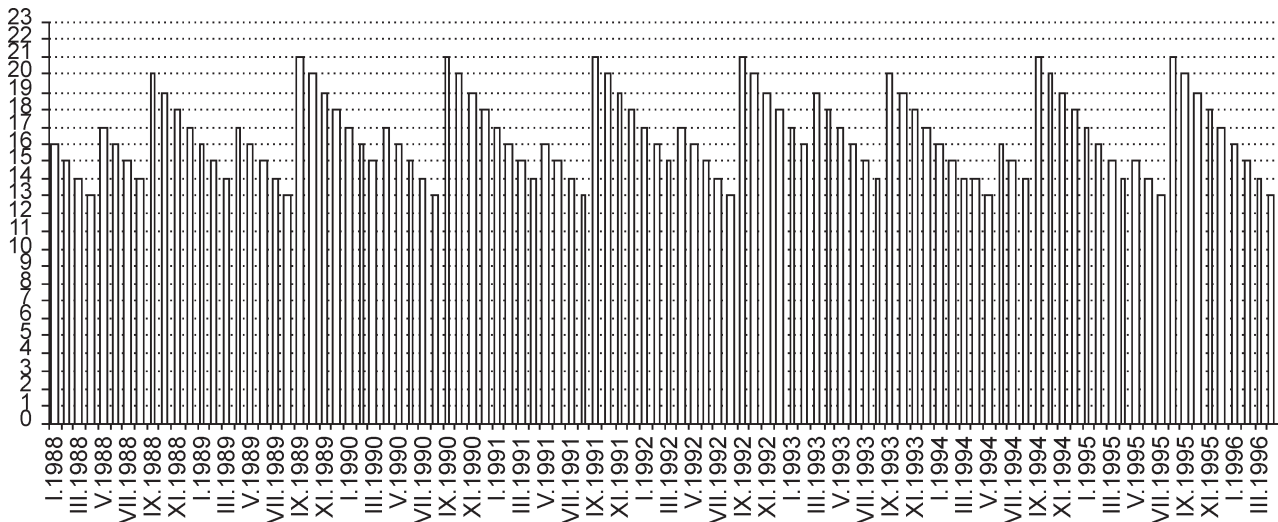


Рис. 6. Гистограмма номеров смены тренда R/S -траекторий временных рядов Z^r из семейства $S(Z)$

потребуется использовать понятия «цикл» и «квазицикл». Условимся считать, что на рис. 6 дано графическое представление временного ряда $L = \langle l_i \rangle, i = 1, 2, \dots, N$. Согласно общепринятому определению под термином «цикл» подразумевается отрезок

$$l_i, l_{i+1}, \dots, l_{i+r}, \quad (10)$$

состоящий из двух частей, первая из которых является возрастающей (убывающей), а вторая — убывающей (возрастающей). При этом указанный отрезок (10) является локально-максимальным по своей длине $(r + 1)$.

В общем случае принято говорить о цикличности рассматриваемого ВР в том случае, когда этот ВР содержит циклы одной и той же длины. Если ВР содержит циклы различной длины, то для их наименования используется термин «квазицикл».

Представленное определение цикла не является исчерпывающим и может быть видоизменено или дополнено, что и предлагается для анализа циклических характеристик рассматриваемых ВР стока горных рек. Сначала отметим, что гистограмма на рис. 6 состоит из периодически повторяющихся отрезков вида

$$l_i, l_{i+1}, \dots, l_{i+11}, \quad (11)$$

в каждом из которых элемент l_i представляет собой локальный максимум ($i = 9, 21, 33, \dots, 9 + 12k, \dots$), а элемент l_{i+11} — локальный минимум. При этом каждый отрезок (11) состоит из квазицикла вида «убывание—возрастание» и квазицикла вида «возрастание—

убывание», причем, эти два квазицикла пересекаются, т.е. оба содержат пару общих элементов в виде промежуточного минимума l_{i+t-1} и промежуточного максимума l_{i+t} , $t \in \{6, 7, 8\}$. В силу одинаковости, т.е. одной и той же длины, равной 12 у отрезков (11), а также одинаковости структуры (в виде объединения двух квазициклов) условимся всякий отрезок вида (11) называть термином «цикл».

На основании приведенных выше определений из визуализации рис. 5 получаем следующие утверждения.

Примечание 5. Получаемая на выходе алгоритма последовательного R/S -анализа информация о динамике точек смены тренда R/S -траектории не только устанавливает факт циклической природы эволюционирования рассматриваемых ВР, но и дает точное значение границ циклов в составе этого ВР. Особо отметим, что в рассматриваемых ВР стока горных рек указанными граничными точками является сентябрь (начало) и август (конец). Пара точек (локальный минимум и локальный максимум), представляющих пересечение двух квазициклов, составляющих цикл (11), колеблется в пределах трех месяцев (апрель, май, июль).

Примечание 6. Как отмечено в [2], для получения достаточно точных оценок фрактальных характеристик ВР с помощью алгоритма нормированного размаха Херста требуются ряды длиной несколько тысяч или даже порядка десятка тысяч наблюдений. Представленный выше метод последо-

вательного R/S -анализа в существенной мере снимает это условие, т.к. представляется возможным его использование для получения оценок фрактальных характеристик ограниченного отрезка рассматриваемого ВР.

Отдельно отметим, что вышеуказанные примечания 4—6 фактически представляют собой элемент верификации предложенного алгоритма последовательного R/S -анализа.

Обнаружение долговременной памяти в стоках горных рек является не самоцелью, а должно послужить объективным обоснованием принципиальной возможности построения прогнозной модели, в процессе работы которой учитываются все существенные факторы (например, наличие циклов вида (10)), которыми обусловлено наличие этой памяти.

ЛИТЕРАТУРА

1. Итоги работы комиссии. Выпуск 24, 27 июля 2002 г. <http://admkrain.kuban.ru/news/region/>
2. Петерс, Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка / Э. Петерс. — М. : Мир, 2000. — 333 с.
3. Перепелица, В.А. Математические модели и методы оценки рисков экономических, социальных и аграрных процессов / В. А. Перепелица, Е. В. Попова. — Ростов н/Д. : Изд-во Рост. ун-та, 2002. — 202 с.
4. Packard, N. Geometry from a Time Series / N. Packard, J. Crutchfield, D. Farmer, R. Shaw. *Physical Review Letters* 45, 1980.
5. Петерс, Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: Применение теории Хаоса в инвестициях и экономике / Э. Петерс. — М. : Интернет-трейдинг, 2004. — 304 с.
6. Hurst, H.E. Long-term Storage of Reservoirs. / H. E. Hurst // *Transactions of the American Society of Civil Engineers*. 116, 1951.
7. Федер, Е. Фракталы / Е. Федер. — М. : Мир, 1991. — 260 с.
8. Перепелица, В.А. Использование инструментария клеточных автоматов для формирования прогнозных нечетких значений урожайности на базе временного ряда / В. А. Перепелица, М. Д. Касаева, Ф. Б. Тебуева, Л. Г. Темирова // *Известия ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки*. — 2003. — № 4. — С. 5—11.