

УДК 57.082.14

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ В ЖИВОЙ ПРИРОДЕ И МОДЕЛИ НЕКОТОРЫХ БИОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

© 2004 г. Н.А. Гребенкина, А.В. Крутов, Н.И. Простаков

Воронежский государственный университет

На основе оптимальной мобильности подвижных элементов рассматривается геометрическая модель насекомого, глаза. Данные модели близки к истинным биологическим объектам, что допускает их обобщение на многие системы в виде критерия равноудаленности как частного случая принципа целесообразности в природе.

В биологию в настоящее время широко внедряются приборы и методы точных наук, таких как физика, химия, математика. Идеи и принципы этих наук позволяют проникать в сам ход жизненных процессов, а биология стала точной наукой, и здесь наметилась новая сфера приложения биологического познания в различных конструкторских идеях механики.

Любой биологический объект исследования – это либо совокупность большого числа клеток, объединенных в один организм, либо совокупность одноклеточных и многоклеточных организмов животных и растений, отражающих свойства экосистемы, биосферы. Основным методом биологических исследований живых организмов, построения бионических систем является моделирование, которое способствует развитию плодотворного взаимодействия биологии, техники и математики.

Наиболее широко в бионике применяется математическое и физическое моделирование. Сама живая природа — гениальный конструктор, инженер, технолог, великий зодчий и строитель. На каждом этапе, при каждом значительном изменении среды природа делала шаг вперед, подвергая пересмотру прежние решения. В ходе эволюционного развития в живых организмах вырабатываются весьма тонкие и совершенные механизмы процессов обмена веществ, преобразования энергии и информации.

Величайшая ценность биоэволюции — приспособление, постоянная гибкость во взаимодействии с новыми условиями. Приспосабливая тот или иной вид к новым условиям обитания, природа проявила не только поразительную изобретательность, но и величайшую рачительность. Методом проб и ошибок она сумела придать большинству биологических систем наилучшие формы, добыть-

ся наибольшей мощности при минимальной массе, высокой производительности при минимальном расходе энергии, высокой прочности и надежности при минимальных затратах биологического строительного материала. Характеризуя творчество природы, мы можем сказать, что вся ее конструкторская и технологическая деятельность являются образцом оптимизации.

Поэтому для исследований во многих областях важно глубокое знание методов природы в достижении оптимальных характеристик биологических систем.

У многих животных органы зрения, слуха, обоняния, вкуса и осязания более чувствительны, чем у человека. Кошки, например, различают дорогу в темноте. Некоторые насекомые имеют тимпанные органы, расположенные на передних ножках, которые реагируют на целую гамму частот, и их порог слышимости гораздо выше, чем у нас: 50 тысяч колебаний в секунду, а у некоторых ночных бабочек – до 200 тысяч (Литинецкий, 1976).

Собаки и волки улавливают запахи несравненно более слабые, чем те, которые воспринимает человек. Лягушки и жабы не ощущают сладкого вкуса, но способны воспринимать на вкус чистую воду (Жизнь животных, 1986).

Исследованиями последних лет установлено, что природа наделила многие виды беспозвоночных и позвоночных животных сенсорными системами. Так, например, во время проведения профилактических работ с пчелами, установлено что они видят ультрафиолетовые оттенки и воспринимают поляризованный свет неба, часто используя его в качестве важного компонента для ориентации в пространстве. Опытами также установлено, что перелетные птицы могут ориентироваться по магнитному полю Земли. Эти перечисленные примеры сенсорных систем, кото-

рыми одарила природа разных животных, в определенной степени добавляются к известным пяти типам органов чувств.

Изучение многочисленных анализаторских систем биологических объектов как с точки зрения их рецепторов, так и в отношении центральных образований, осуществляющих распознавание и синтез разнообразных сигналов, открывает широкие перспективы для создания центров – устройств, предназначенных для автоматического восприятия и опознания зрительных, звуковых и других образов, способных существенно расширить возможность взаимодействия между человеком и механическими устройствами.

В арсенале современной локационной техники пока еще нет системы поиска и обнаружения, которая работала бы по образу и подобию радара мормируса, идентифицирующего объекты по характеру электропроводности (рис. 1). Вероятно, это объясняется особенностями свойств природного радара, недостаточно изученного, а отсюда – трудности и сложности его восприятия и воспроизведения.

Весьма поучительно проведенное учеными сравнение летных характеристик насекомых, птиц

и летательных аппаратов, построенных человеком. Оказывается, что природа испокон веков великолепно “знала” математическое соотношение, которое называют числом Рейнольдса: $Re = Lv/k$, где в числителе – произведение размаха крыльев L тела на скорость v его движения, в знаменателе – коэффициент к кинематический вязкости воздуха. Чем больше это число, тем интенсивнее воздушные завихрения около крыла самолета, приводящие к переходу от ламинарного режима обтекания к турбулентности с ростом сопротивления движению и соответствующим снижением скорости. (У современных пассажирских лайнеров число Рейнольдса больше чем 10^6 , тогда как для саранчи, например, оно составляет около 2000).

Методы стандартизации, унификации и агрегатирования, которые “разработала” живая природа, имеют четкую иерархическую структуру. На элементарном молекулярном уровне стандартный набор из 20 аминокислот является основой для синтеза всех живых материалов. Здесь унификация представлена в наиболее чистом виде. На более высоких ступенях развития биологических систем тенденция к стандартизации, унификации и агрегатированию не ослабляется, а формы ее проявления приобретают более сложный характер.

Примером могут служить специализированные системы живых организмов: нервные, зрительные, кровеносные и др. (Литинецкий, 1976).

В процессе эволюции все живое создавалось очень экономно. Природа унифицировала лепестки цветов, чешуйки рыб, змей и многие другие элементы, повторяющие простейшие формы: треугольник, квадрат, прямоугольник, куб, окружность, овал и др.

Имеется еще немало других интересных и важных прикладных аспектов, привлекающих ученых к познанию тайн биологических связей.

Установление общих закономерностей, которые в природе бесконечно разнообразны, является одной из важных целей многих исследований.

Так, оказывается, что природа умеет различать правую и левую ориентации, например, усики винограда закручиваются всегда по правому вину, а хмеля – по левому (Бляшке, 1935).

Один из основных в теории относительности – принцип эквивалентности весомой и инертной масс находит свое качественное подтверждение также и в биологии. Английский ботаник Найт в опытах с развитием растений в центрифуге установил, что характер развития одинаков в поле сил тяжести и в поле центробежных сил инерции: “корешки” направлены в сторону преобладающей из

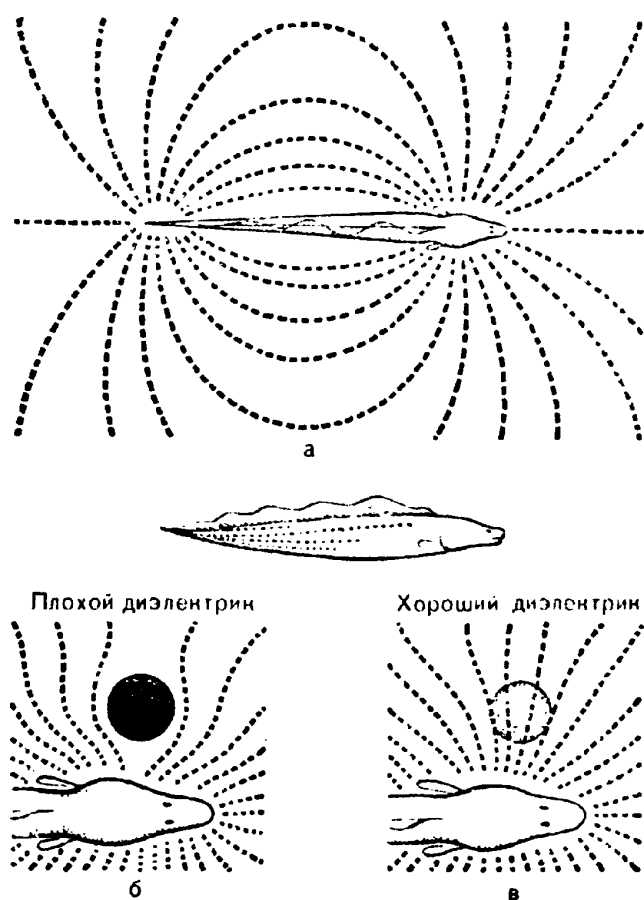


Рис. 1. Электрическое поле гимнарха. Пунктиром показаны силовые линии электрического поля

этих сил, а “вершки” – в противоположную сторону (Перельман, 1972).

А.И. Азевич (1998) отмечает, что красота природных форм рождается во взаимодействии двух физических сил – тяготения и инерции. Золотая пропорция – символ этого взаимодействия. Одним из первых его проявление в природе подметил Иоганн Кеплер (1985). С тех пор наблюдения математических закономерностей в ботанике и зоологии стали быстро накапливаться. В 1855 году А. Цейзинг открыл так называемый закон углов, согласно которому средняя величина углового отклонения веток растения равна примерно 138° , что составляет меньшую часть круга, разделенного в золотой пропорции и характеризует винтовую симметрию расположения веток вокруг ствола, при которой листья получают наибольшее количество равномерно распределенного падающего сверху света (Визнер (1895)).

В живой природе часто встречается тесно связанная с золотым сечением логарифмическая спираль. По ней свернуты раковины многих улиток и моллюсков, соцветия растений, паутина имеют ее форму. Это обстоятельство и другие замечательные свойства спирали, в частности, инвариантность формы при изменении размеров, привели к тому, что в биологии эта спираль считается своего рода эталоном для оценки особенностей биологических объектов.

Существует много и других примеров проявления геометрических и механических закономерностей в природе (Douglas, 1979).

Здесь на рис. 2-3 представлена геометрическая модель глаза, как геометрическое место точек, каждая из которых равноудалена от окружности и эллипса.

Пусть центральные уравнения окружности и эллипса имеют соответственно вид

$$x=R\cos\varphi, y=R\sin\varphi;$$

$$x=acost, y=bsint.$$

Расстояние λ до искомой точки вдоль нормали эллипса в некоторой его точке r может быть представлено модулем вектора $\lambda\mathbf{v}=\lambda(-\sin\alpha, \cos\alpha)$, где α есть угол наклона касательной. Расстояние λ до той же точки из соответствующей точки окружности указывается вектором $(\lambda\cos\varphi, \lambda\sin\varphi)$. Для радиус-вектора r искомой точки имеем $r=(acost-\lambda\sin\alpha, bsint+\lambda\cos\alpha)=((R+\lambda)\cos\varphi, (R+\lambda)\sin\varphi)$. (1)

Отсюда, приравнявая модули векторов, получим

$$(acost-\lambda\sin\alpha)^2+(bsint+\lambda\cos\alpha)^2=(R+\lambda)^2;$$

$$acost(acost-2\lambda\sin\alpha)+bsint(bsint+2\lambda\cos\alpha)=R(R+2\lambda);$$

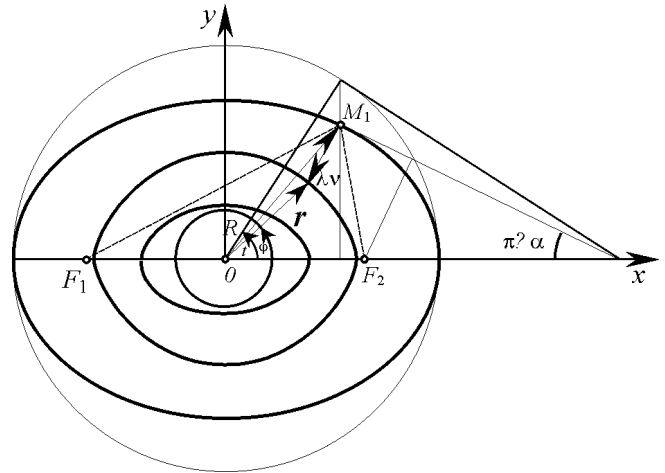


Рис. 2. Множество точек, каждая из которых равноудалена от окружности и эллипса

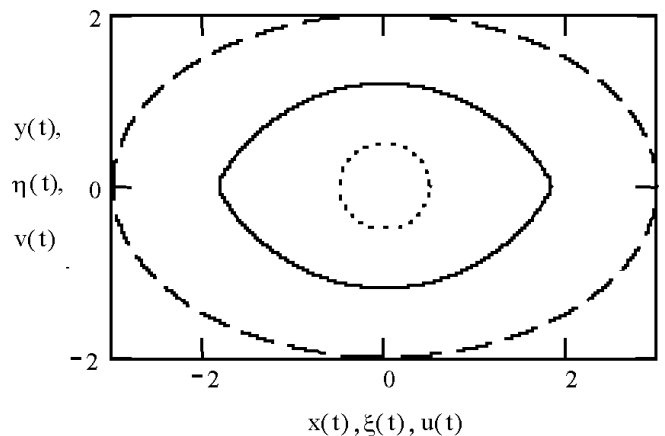


Рис. 3.

$$2\lambda=[R^2-(a^2\cos^2t+b^2\sin^2t)]/(bsint\cos\alpha-acost\sin\alpha-R). \quad (2)$$

К этому уравнению добавим соотношение между углами t и α (рис. 3), следующее из свойств касательной эллипса и большой окружности (Корн, 1968), а также непосредственно из вычисления координат единичного вектора касательной эллипса

$$\cos\alpha=-asint/(a^2\sin^2t+b^2\cos^2t)^{1/2}, \quad (3)$$

$$\sin\alpha=bcost/(a^2\sin^2t+b^2\cos^2t)^{1/2}; a\cdot\tg\alpha=-b\cdot\ctg t.$$

После исключения из (2) с помощью (3) угла α , получаем зависимость $\lambda=\lambda(t)$

$$2\lambda=(a^2\cos^2t+b^2\sin^2t)^{1/2}[(a^2\cos^2t+b^2\sin^2t)-R^2]/$$

$$\Lambda[(ab)+R(a^2\cos^2t+b^2\sin^2t)^{1/2}], \quad (4)$$

а из (1) – уравнения искомого множества точек.

$$x=cost\{a-(b/2)[(a^2\cos^2t+b^2\sin^2t)-R^2]/$$

$$\Lambda[(ab)+R(a^2\cos^2t+b^2\sin^2t)^{1/2}]\},$$

$$y=sint\{bd(a/2)[(a^2\cos^2t+b^2\sin^2t)dR^2]/$$

$$\Lambda[(ab)+R(a^2\cos^2t+b^2\sin^2t)^{1/2}]\}. \quad (5)$$

Эскиз графика кривой (5) представлен на рис. 2. Для случая $a=3, b=2, R=0,5$ эта кривая и зависимость $\lambda=\lambda(t)$ изображены соответственно

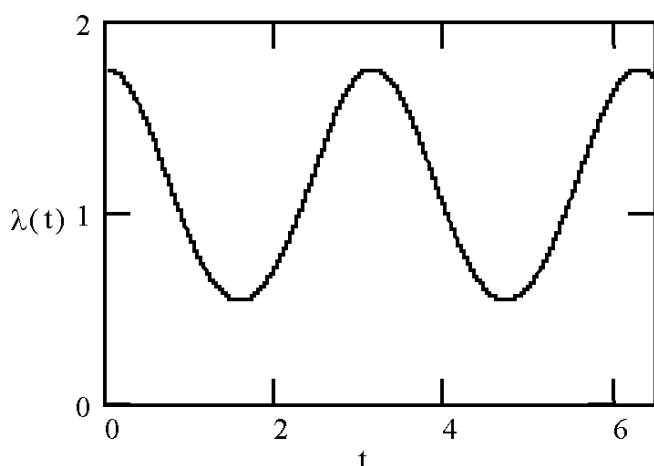


Рис. 4.

на рис. 3, 4. На рис. 3 явно просматривается модель глаза, форма которого, в частности, такая характерная деталь, как разрез глаз описывается конкретными уравнениями и могут варьироваться путем изменения соответствующих параметров. Это может использоваться, в частности, при идентификации в антропологии, криминалистике и т. д. В определенной степени равноудаленность в данном случае в обычном исходном положении глаза влияет на скорость реакции. Из этого положения зрачок глаза наиболее быстро может переместиться в нужное положение.

Еще одним примером проявления принципа равноудаленности в живой природе является модель насекомого.

На рис. 5 приведены геометрические фигуры – конические сечения, расположенные в опреде-

ленном порядке с учетом соотношения их размеров (Крутов, 2001). Эти фигуры, их размеры и закономерности расположения можно рассматривать как геометрико-механическую основу схемы строения некоторых насекомых, в частности, пауков, и др. Закономерности состоят в следующем.

Например, две пересекающиеся окружности (контуры головы и брюшка насекомого) могут выбираться произвольно, в соответствии с конкретными моделируемыми объектами или их классом. Размеры и расположение эллипса (контур груди) однозначно определяются выбранными окружностями: каждая из его точек равноудалена от них.

Передние конечности (ножки) есть одна из ветвей гиперболы, как геометрического места точек, каждая из которых равноудалена от окружностей (от контуров брюшка и головы), что в соответствии с принципом целесообразности в природе (Розенталь, 1987) функционально вполне оправдано.

Средние конечности (ножки) есть другая ветвь этой же гиперболы, как множество точек, каждая из которых равноудалена от тех же окружностей, когда отрезки, соответствующие равным расстояниям, содержат диаметры окружностей и удаление рассматривается как бы от внутренних их точек (вдоль внутренней нормали).

Задние конечности (ножки) и усики представляют собой параболы, как геометрические места точек, каждая из которых равноудалена от одной из окружностей и от прямой.

При этом, если радиусы окружностей $R_1, R_2 < R_1$ и расстояние между их центрами $l (|R_1 - R_2| < l < R_1 + R_2)$,

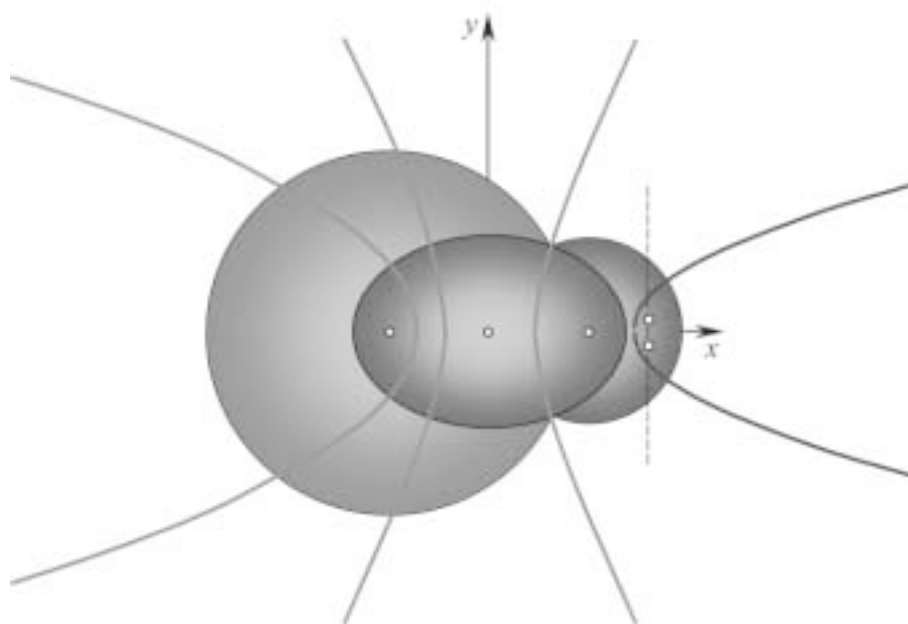


Рис. 5. Геометрическая модель насекомого

то для эксцентриситета ϵ_i , полуосей a_i, b_i , параметра p_i гиперболы и эллипса имеют место соотношения ($i=1$ – гипербола, $i=2$ – эллипс)

$$\epsilon_1 = l / (R_1 - R_2) > 1, a_1 = (R_1 - R_2) / 2, b_1 = a_1 (\epsilon_1^2 - 1)^{1/2}, p_1 = b_1^2 / a_1 = a_1 (\epsilon_1^2 - 1),$$

$$\epsilon_2 = l / (R_1 + R_2) < 1, a_2 = (R_1 + R_2) / 2, b_2^2 = a_2^2 (1 - \epsilon_2^2), p_2 = b_2^2 / a_2 = a_2 (1 - \epsilon_2^2).$$

Так как парабола есть геометрическое место точек, каждая из которых равноудалена от окружности конечного радиуса и от прямой как окружности бесконечно большого радиуса, то расположение и размеры параболы-усиков можно связать с круговым контуром головы и с линией глаз или ушей, как управляющего и навигационных органов.

Может оказаться, что данное функционально целесообразное строение насекомого имеет еще более глубокий смысл, так как в его основе лежат конические сечения, которые являются баллистическими траекториями и потому тесно связаны с небесной механикой, включающей силы гравитационного и инерциального взаимодействия.

Кроме того, данное определение конических сечений открывает новые возможности эффективного исследования различных задач небесной и космической механики, так как позволяет установить некоторые новые свойства этих сечений. Так оказывается, что асимптоты гиперболы являются срединными перпендикулярами отрезков касательных окружностей, от которых равноудалена каждая из ее точек.

Не случайным может также оказаться и то, что с помощью конических сечений (пересекающихся параболы и гиперболы) решается задача квадратуры круга (Адлер, 1940).

Данное взаимное расположение соответствует принципу целесообразности в природе и функционально оправдано тем, что обеспечивает максимальную мобильность, маневренность движения.

Эта геометрическая разновидность принципа целесообразности может рассматриваться как принцип равноудаленности, который может использоваться на практике, в частности, при конструировании робототехнических систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Азевич А.И.* Двадцать уроков гармонии. Гуманитарно-математический курс. – М.: “Школа-Пресс”, 1998. – 160 с.
2. *Бляшке В.* Дифференциальная геометрия и геометрические основы теории относительности Эйнштейна. Пер. с нем. Т.1. – М. – Л.: ОНТИ, 1935. – 330 с.
3. Жизнь животных. М.: Просвещение, 1986. – 399 с.
4. *Кеплер И.* О шестиугольных снежинках. – М.: Наука, 1985. – 192 с.
5. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1968. – 720 с.
6. *Крутов А.В.* Квадратуры и построения при дополнительных условиях / Математическое моделирование в естественных и гуманитарных науках. Тезисы докладов. – Воронеж, ВГУ, 2000. – С. 125.
7. *Крутов А.В.* Принцип равноудаленности и некоторые геометрические модели // Сборник трудов второй всероссийской научно-технической конференции “Прикладные задачи механики и теплообмена в авиационной технике”. (Часть 2). – Воронеж: ВГТУ, 2001. С. 218–222.
8. *Крутов А.В.* Линии раздела кривых-контуров формуемых заготовок // Информационные технологии и системы. Науч. Изд. – Вып. 4 / Воронеж. Гос. Технол. Акад. – Воронеж, 2001. – С. 161–166.
9. *Литинецкий И.Б.* Бионика. – М.: Просвещение, 1976. – 366 с.
10. *Перельман Я.И.* Занимательная физика. М.: Наука, 1972. – Т.1. – 216 с.
11. *Розенталь И.Л.* Геометрия, динамика, Вселенная. – М.: Наука, 1987. – 144 с.
12. *Douglas R. Hofstadter.* Gödel, Escher, Bach: An eternal golden Braid. Basic Books, Inc., Publishers, New York, 1979. – 777 p.