

УДК 517.958

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ В ЭЛЕКТРОМЕМБРАННЫХ СИСТЕМАХ С УЧЕТОМ ДИССОЦИАЦИИ НЕЙТРАЛЬНОГО КОМПОНЕНТА

© 2004 г. Д.А. Воронков, Е.Н. Коржов

Воронежский государственный университет

В работе приведены результаты вычислительного эксперимента по исследованию математической модели электропереноса пятикомпонентной смеси взаимодействующих в объеме компонентов. Выяснено, что эффективное число переноса может зависеть от пространственной координаты.

В [1] была предложена наиболее общая математическая модель электродиффузионных процессов переноса многокомпонентных смесей в электромембранных системах с учётом всевозможных взаимодействий между различными компонентами, как в объёмных фазах, так и на поверхностях раздела фаз раствор – мембрана и мембрана – раствор. С помощью компьютерного эксперимента удалось обнаружить, что в подобного рода системах могут иметь место эффекты, определяющие особенность процессов электропереноса, когда в одной или нескольких фазах происходят химические реакции. В частности, было установлено, что такая характеристика мембранной системы, как эффективное число

переноса компонента смеси, может являться не постоянной величиной, как для фазы раствора, так и для мембраны.

Цель настоящей работы заключается в обосновании отмеченного факта и исследовании некоторых закономерностей и особенностей поведения электромембранной системы, в которой происходит перенос пятикомпонентной смеси. Причём один из компонентов является электронейтральным, и в результате его диссоциации в области отдающего диффузионного слоя образуются два взаимодействующих заряженных компонента. Два других имеют противоположные заряды и не вступают с какими-либо компонентами в химические реакции ни в одной из фаз.

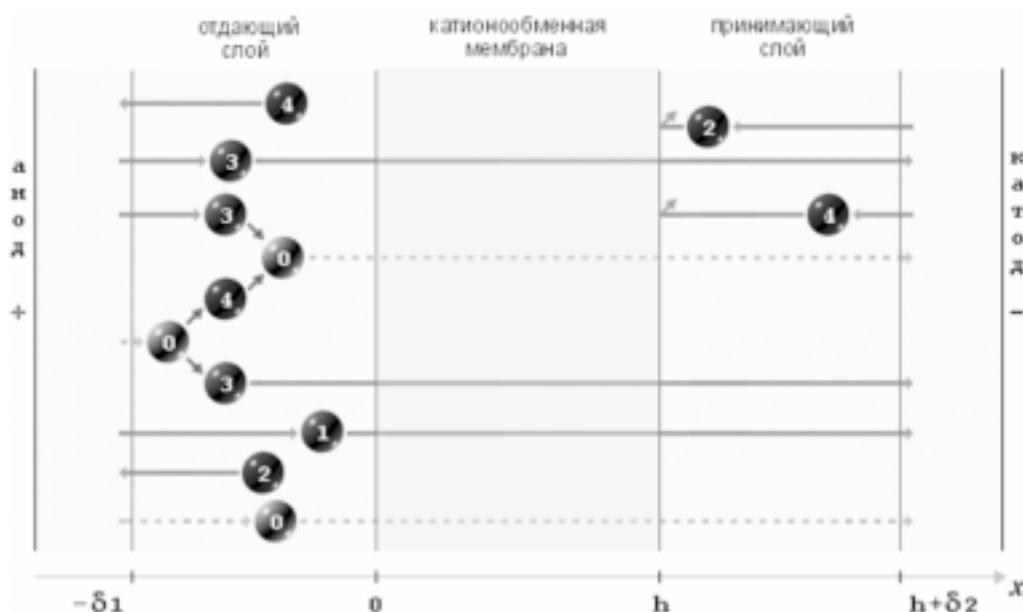
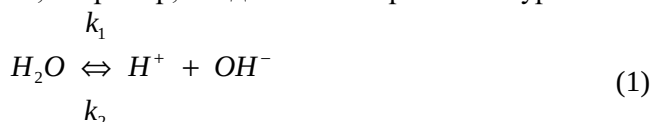


Рис. 1. Общая схема процесса электропереноса компонент смеси в мембранной системе: 0 – компонент без заряда; 1, 2 – не участвующие в реакциях компоненты; 3, 4 – компоненты, образующиеся при диссоциации 0 – го компонента; $\rightarrow$ – диффузионный перенос; $\Rightarrow$ – электродиффузионный перенос; $\times$ – химическое взаимодействие.

Пусть имеется традиционная электромембранная система, образованная отдающим и принимающим диффузионными слоями и разделяющей их мембраной (рис. 1). Фиксированный электрический заряд матрицы мембраны распределён равномерно, и его концентрация значительно превосходит концентрацию заряженных компонентов вне мембраны (простейшая модель ионообменной мембраны) [3, 4]. Под действием внешнего электрического поля в системе возникает электрический ток, вектор плотности которого $\mathbf{j}$ ортогонален поверхностям мембраны. Для определённости будем считать, что мембрана преимущественно пропускает через себя положительно заряженные компоненты, а проход компонентов с отрицательным знаком заряда затруднён.

“Расщепление” электронейтрального компонента и взаимодействие образующихся в результате электрически заряженных компонентов в области лишь отдающего δ – слоя может быть представлено, например, в виде стехиометрического уравнения



где $k_1 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ и $k_2 = 1,3 \cdot 10^8 \text{ м}^3 / \text{моль} \cdot \text{с}$ – константы скоростей прямой и обратной химических реакций диссоциации молекул воды и рекомбинации образующихся ионов [9]. Подобного рода система, по-видимому, впервые рассматривалась в рамках внешедиффузионного подхода в работе И. Рубинштейна [2], когда свойства мембраны приняты постоянными. Решение соответствующей краевой задачи находилось методом малого параметра.

Сопряженная постановка задач для процессов переноса в мембранных системах была предложена в [3], а наиболее корректное развитие и разработка методов их решения осуществлены в работах В.И. Заболоцкого, В.В. Никоненко и К.А. Лебедева [4, 5]. Принципиальное отличие данного подхода от моделирования на основе концепции внешедиффузионного процесса заключается в том, что селективные свойства мембраны не являются характеристиками собственно разделительной мембраны и не относятся к числу задаваемых параметров, а их величина находится в результате решения соответствующей краевой задачи. Это обстоятельство позволяет учесть зависимость селективных свойств мембранной системы от величины плотности электрического тока, концентрации и состава раствора по обе стороны от мембраны, а также её физико-химических свойств.

В качестве количественной характеристики селективных свойств, как отдельной разделительной мембраны, так и мембранной системы в целом, принято использовать, так называемое, эффективное

число переноса компонента смеси [4]. Физический смысл его заключается в том, что оно характеризует долю электрического заряда, переносимого в мембранной системе за счёт всех возможных механизмов транспорта – конвективного, диффузионного и миграционного. Если величину плотности молярного потока i -го компонента обозначить через J_i , то выражение, определяющее его эффективное число переноса $\bar{n}_i$, может быть записано в виде

$$\bar{n}_i = \frac{z_i F J_i}{j} \quad (2)$$

где z_i – зарядовое число i -го компонента, $F = 96484,56 \text{ Кл/моль}$ – число Фарадея [8].

Величина, стоящая в числителе выражения (2), фактически является парциальной плотностью электрического тока $\mathbf{j}_i$. То есть она определяется количеством электрического заряда, переносимого лишь компонентами i -го сорта через единичную ортогональную поверхность за единицу времени. В этом случае выражение для эффективного числа переноса (2) может быть записано в виде

$$\bar{n}_i = \frac{j_i}{j} \quad (3)$$

В случае, если ни в одной из подобластей рассматриваемой мембранной системы не происходят никакие химические реакции, величина является постоянной. Тогда и, являющаяся нормированной величиной плотности молярного потока, также будет величиной постоянной (другими словами, это действительно “число”). Данное утверждение непосредственно следует также из уравнения баланса масс i -го компонента, в стационарном случае имеющего следующий вид

$$\operatorname{div} \mathbf{J}_i = 0 \quad (i=0,1,\dots,m). \quad (4)$$

Здесь $m+1$ – количество компонентов смеси. Выбрав в качестве пространственной координаты направление протекания электрического тока, уравнение (4) можно представить в виде

$$\frac{d J_i}{d x} = 0 \quad (i=0,1,\dots,m), \quad (5)$$

откуда следует, что величина действительно является постоянной для любого компонента смеси.

В случае, если в какой-либо подобласти происходят химические взаимодействия, то вместо уравнения (4) основное балансовое соотношение имеет вид

$$-\operatorname{div} \mathbf{J}_i + \kappa_i = 0 \quad (i=0,1,\dots,m), \quad (6)$$

или в одномерном случае

$$-\frac{d J_i}{d x} + \kappa_i = 0 \quad (i=0,1,\dots,m). \quad (7)$$

Здесь источниковые члены характеризуют взаимодействие между компонентами смеси и численно рав-

ны количеству вещества, образующегося ($\kappa_i > 0$) или исчезающего ($\kappa_i < 0$) в результате химических реакций в единичном объёме рассматриваемой подобласти Ω_k ($k=1,2,3$) за единицу времени. Значение индекса k , равное 1, соответствует области отдающего диффузионного слоя, 2 – фазе мембраны, 3 – принимающему диффузионному слою. В общем случае выражение для функций $\kappa_i = \kappa_i(c_0, c_1, \dots, c_m)$ может быть представлено в виде [1]

$$\kappa_i = \sum_{p=0}^m A_p c_p + \sum_{l=0}^m B_l c_l \quad (i=0,1,\dots,m), \quad (8)$$

где c_i – концентрации компонентов i -го сорта, коэффициенты A_p и B_l – константы скоростей обратимых химических реакций, являющиеся положительными, если i -й компонент возникает в ходе химического взаимодействия, отрицательными, если он исчезает, и равными нулю в случае отсутствия соответствующего химического взаимодействия. Так как концентрации компонентов в системах, подобных рассматриваемой, зависят от пространственной координаты, выбранной вдоль направления протекания электрического тока, то и функции κ_i также являются функциями этой координаты. Тогда из уравнения (7) после интегрирования следует, что величины J_i не являются постоянными и при одномерном переносе компонентов в системе вдоль направления x непосредственно следует

$$J_i(x) = \int \kappa_i(x) dx + \text{const}, \quad (i=0,1,\dots,m). \quad (9)$$

В частности, если скорость химической реакции постоянна во всей рассматриваемой области, то уравнение (9) дает линейную зависимость плотности молярного потока J_i от пространственной координаты x . При $\kappa_i \equiv 0$ из (9) следует, что в случае отсутствия химических взаимодействий в рассматриваемой области, J_i являются постоянными величинами.

Поскольку в общем случае при наличии химических реакций величины J_i являются переменными, то не будут постоянными и парциальные плотности электрического тока j_i . Таким образом, в числителе выражения (2) или (3) стоит величина переменная вдоль направления протекания электрического тока.

Рассмотрим выражение, стоящее в знаменателе. Согласно определению величины плотности электрического тока можно записать

$$j = \sum_{i=0}^m z_i F J_i \quad (10)$$

Чисто формально выражение (10) определяет величину, которая может быть функцией пространственной координаты x . В свою очередь, величина эффективного числа переноса, может являться постоянной, если функции $j_i(x)$ и $j(x)$ линейны. Покажем, что в реальных электромембранных систе-

мах такая ситуация не может иметь места.

Обратимся к рассматриваемой мембранной системе с пятикомпонентной смесью, в которой происходит расщепление нейтрального компонента на два электрически заряженных, например, и имеющей стехиометрическое уравнение типа (1). Будем обозначать электронейтральный компонент индексом 0, не взаимодействующие заряженные компоненты – индексами 1 и 2, компоненты, образующиеся в результате реакции диссоциации “нулевого”, – 3 и 4.

Рассмотрим выражение для плотности молярного потока компонент, характеризующихся наличием химических взаимодействий (9). Оно может быть представлено в следующем виде:

$$J_i(x) = J_i^0 + \int_0^x \kappa_i(x) dx, \quad (11)$$

где J_i^0 – плотность молярного потока в случае отсутствия химических реакций; пространственная координата x определяет направление протекания электрического тока. Подстановка (11) в (10) дает:

$$j = F \sum_{i=0}^m z_i J_i^0 + F \int_0^x \sum_{i=0}^m z_i \kappa_i \quad (12)$$

Первый член, стоящий в правой части уравнения (12), является величиной постоянной, а второй обращается в ноль, поскольку в рассматриваемых системах суммарное количество электрического заряда не меняется. Более того, в большинстве случаев, за исключением критических или, так называемых, предельных условий концентрационной поляризации, справедливым является условие локальной электронейтральности, когда равен нулю суммарный электрический заряд в любой точке рассматриваемой области.

Наиболее простой вариант, соответствующий стехиометрическому уравнению (1), наглядно демонстрирует данное утверждение. Действительно, в этом случае имеют место следующие условия

$$z_0 = 0, \quad \kappa_1 = \kappa_2 = 0, \quad z_3 = -z_4, \quad \kappa_3 = \kappa_4 \quad (13)$$

Поэтому второй член в правой части выражения (13) обращается в ноль, и величина плотности тока в системе является постоянной, что и требовалось показать.

Отметим, что данное утверждение непосредственно следует также из уравнения для плотности электрического заряда, связанного с плотностью электрического тока,

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j} = 0, \quad (14)$$

если плотность электрического заряда в мембранной системе не меняется ни в какой внутренней точке, т.е. $\rho_e(x,t) \equiv \text{const}$. Однако это уравнение не является независимым при использовании уравнений баланса масс отдельных компонент, и при построении математических моделей электромембранных систем, как прави-

ло, необходимость привлечения его не возникает.

Таким образом, в электромембранных системах плотность тока $\mathbf{j}$, несмотря на происходящие химические реакции в диффузионном слое и непостоянство парциальных плотностей тока, остаётся постоянной величиной. Отсюда и следует интересный вывод о том, что в выражениях (2) или (3) числитель является функцией пространственной координаты, а знаменатель – константой. Следовательно, эффективное число переноса химически взаимодействующих компонент не будет постоянной величиной и изменяется вдоль направления протекания электрического тока. С другой стороны, если электрически заряженные компоненты не взаимодействуют и не образуются, то их плотности потоков постоянны и при постоянной плотности электрического тока окажутся постоянными также и их эффективные числа переноса.

Для исследования других особенностей поведения электромембранной системы обратимся к частному варианту модели, предложенной в [1]. Будем считать, что концентрация диссоциирующего нейтрального компонента на несколько порядков превосходит концентрацию других компонентов. В этом случае можно положить, что она является величиной постоянной. Так, например, в электродиализных системах концентрации ионов обрабатываемых водных растворов изменяются в пределах от 1 до 10^2 моль/м³. Концентрация молекул воды в этом случае полагается величиной порядка $0.556 \cdot 10^5$ моль/м³ [9]. Тогда распределение концентрации компонентов смеси и электрического потенциала будет описываться совокупностью четырех дифференциальных уравнений

$$D_i \left[\frac{d^2 c_i}{dx^2} + \frac{z_i e}{kT} \frac{d}{dx} \left(c_i \frac{d\varphi}{dx} \right) \right] + \kappa_i = 0 \quad (i=1, \dots, 4), \quad -\delta_1 \leq x \leq h + \delta_2 \quad (15)$$

где D_i – коэффициент диффузии i -го компонента; φ – электрический потенциал; $e = 1.6021892 \cdot 10^{19}$ Кл – элементарный электрический заряд; $k = 1.380662 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; $T = 293$ К – абсолютная температура.

Добавляя к уравнениям (15) алгебраическое уравнение, выражающее собой условие локальной электронеutrальности,

$$F \sum_{i=1}^4 z_i c_i - \text{sign}(z_1) \sigma \delta^* = 0, \quad (16)$$

получаем пять уравнений для пяти неизвестных функций, где σ – заданная концентрация фиксированного электрического заряда матрицы мембраны;

$$\delta^* = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq x \leq h; \\ 0 & \text{при } -\delta_1 \leq x < 0 \text{ или } h < x \leq h + \delta_2. \end{cases}$$

Функции, характеризующие диссоциацию нейтрального компонента с учетом выше упомянутого условия относительно значения его концентрации, запишутся в виде

$$\kappa_i = k_1 c_0 - k_2 c_3 c_4 \quad (i=3, 4). \quad (17)$$

На внешних границах диффузионных слоев концентрации компонентов считаются известными величинами

$$x = -\delta_1 : c_i(-\delta_1) = c_i^0 \quad (i=1, 2, 3, 4), \quad (18)$$

$$x = h + \delta_2 : c_i(h + \delta_2) = c_i^* \quad (i=1, 2, 3, 4). \quad (19)$$

На межфазных поверхностях задаются условия непрерывности или отсутствия скачка для плотностей молярных потоков компонент смеси и электрохимического потенциала [4]

$$x = 0, \quad x = h : \left[\frac{dc_i}{dx} + \frac{z_i e}{kT} c_i \frac{d\varphi}{dx} \right]_{x=0}^{x=h} = 0 \quad (i=1, 2, 3, 4), \quad (20)$$

$$\left[\mu_i^0 + RT \ln c_i + z_i F \varphi \right]_{x=0}^{x=h} = 0 \quad (i=1, 2, 3, 4). \quad (21)$$

Здесь в квадратных скобках записывается выражение для скачка какой-либо величины.

Замыкание краевой задачи осуществляется заданием величины падения напряжения или электрического потенциала в трёхслойной области

$$\varphi(-\delta_1) - \varphi(h + \delta_2) = \Delta \varphi_0, \quad (22)$$

где величина $\Delta \varphi_0 > 0$.

Нахождение аналитического решения нелинейной краевой задачи (15)-(22) весьма затруднительно, поэтому основным методом её решения является численное интегрирование. Наиболее эффективным, по всей видимости, является метод параллельной пристрелки, алгоритм вычислений для которого в электромембранных систем предложен в работах К.А.Лебедева [5]. Для его реализации нами в рамках технологии программирования OLYMPUS [6] с помощью интегрированной среды разработки программного обеспечения Delphi создан программный комплекс [7]. Тестирование его осуществлялось на задаче Wills'a – Lightfoot'a [3].

Компьютерный эксперимент проводился при следующих числовых значениях входящих в математическую модель параметров. В областях $-\delta_1 \leq x < 0$ и $h < x \leq h + \delta_2$ коэффициенты диффузии $D_1, D_2 \sim 10^{-9}$ м²/с, $D_3 = 0.9434 \cdot 10^{-8}$ м²/с, $D_4 = 0.528 \cdot 10^{-8}$ м²/с, константы прямой и обратной реакции $k_1 = 2 \cdot 10^{-5}$ с⁻¹, $k_2 = 1.3 \cdot 10^8$ м³/моль·с; концентрации на внешних границах диффузионных слоёв $c_1^0 = c_2^0 = c_1^* = c_2^* = 10$ моль/м³, $c_3^0 = c_4^0 = c_3^* = c_4^* = 10^{-4}$ моль/м³; толщина диффузионных слоев $\delta_1 = \delta_2$ принималась величиной порядка $\sim 10^{-5}$ м. В области $0 \leq x \leq h$ коэффициенты диффузии $D_1, D_2 \sim 10^{-11}$ м²/с, $D_3 = 1.85 \cdot 10^{-10}$ м²/с,

$D_4 = 0.528 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$; плотность электрического заряда ионогенных групп мембраны $\sigma = 2 \cdot 10^3 \text{ моль}/\text{м}^3$; толщина мембраны $h = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$. Численные значения для компьютерного эксперимента были взяты из области допустимых значений для соответствующих

параметров. При этом использовались такие источники как [2, 9, 10].

Некоторые результаты расчетов представлены на рис. 2–4. На рис. 2 показаны концентрационные профили для всех компонентов смеси. Для невязимодей-

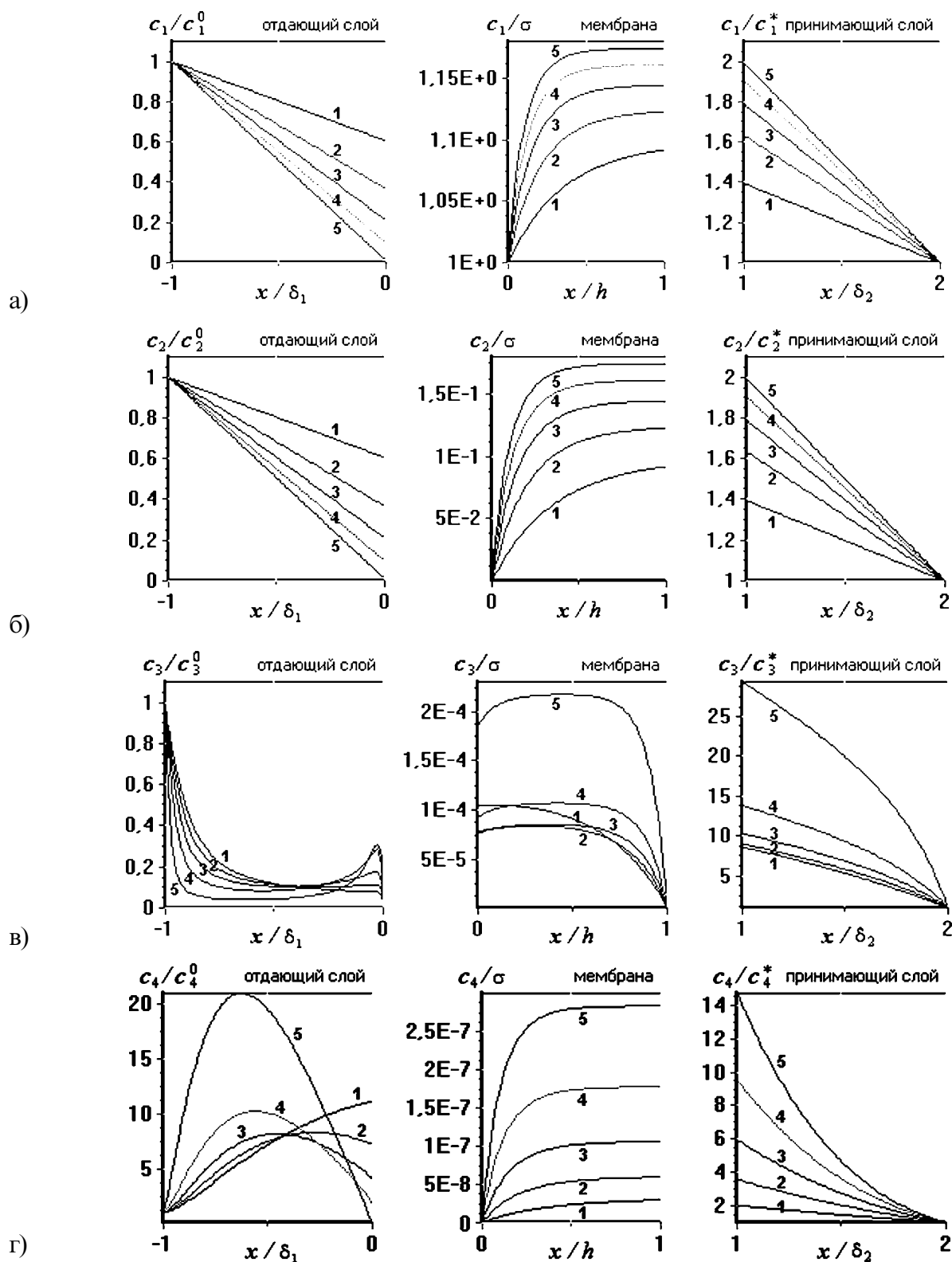


Рис. 2. Профили безразмерных концентраций а) положительно заряженный компонент, б) отрицательно заряженный компонент в) H^+ , г) OH^- , при безразмерных плотностях тока: 1 – $j/j_0 = 0.2$, 2 – 0.4, 3 – 0.6, 4 – 0.8, 5 – 1.0

ствующих компонентов они имеют вид, близкий к традиционному линейному – убывающему в области отдающего диффузионного слоя и возрастающему – в области принимающего. В фазе мембраны профили скорости обоих компонентов выпуклые и представляются монотонно возрастающими функциями. Причём концентрация компонента, знак заряда которого совпадает со знаком фиксированного заряда матрицы мембраны, на порядок ниже, чем концентрация компонента с противоположным зарядом. С ростом плотности электрического тока скорость концентрационных изменений последнего ниже. Безразмерная плотность тока получена нормировкой на предельное значение j_0 для данной системы.

Характер изменения концентраций компонентов, образующихся в результате реакции диссоциации, в отдающем и принимающем δ -слоях различен. В отдающем диффузионном слое, где проходит реакция расщепления нейтрального компонента, профили концентраций обоих компонентов не монотонны, причём для образовавшегося протона он вогнутый, а для гидроксила – выпуклый. В принимающем диффузионном слое наоборот: для первого – выпуклый, а для второго – вогнутый. Но в отличие от отдающего δ -слоя для обоих компонентов профили их концентраций являются монотонно убывающими функциями.

В фазе мембраны профиль концентрации образовавшегося в диффузионном слое компонента со зна-

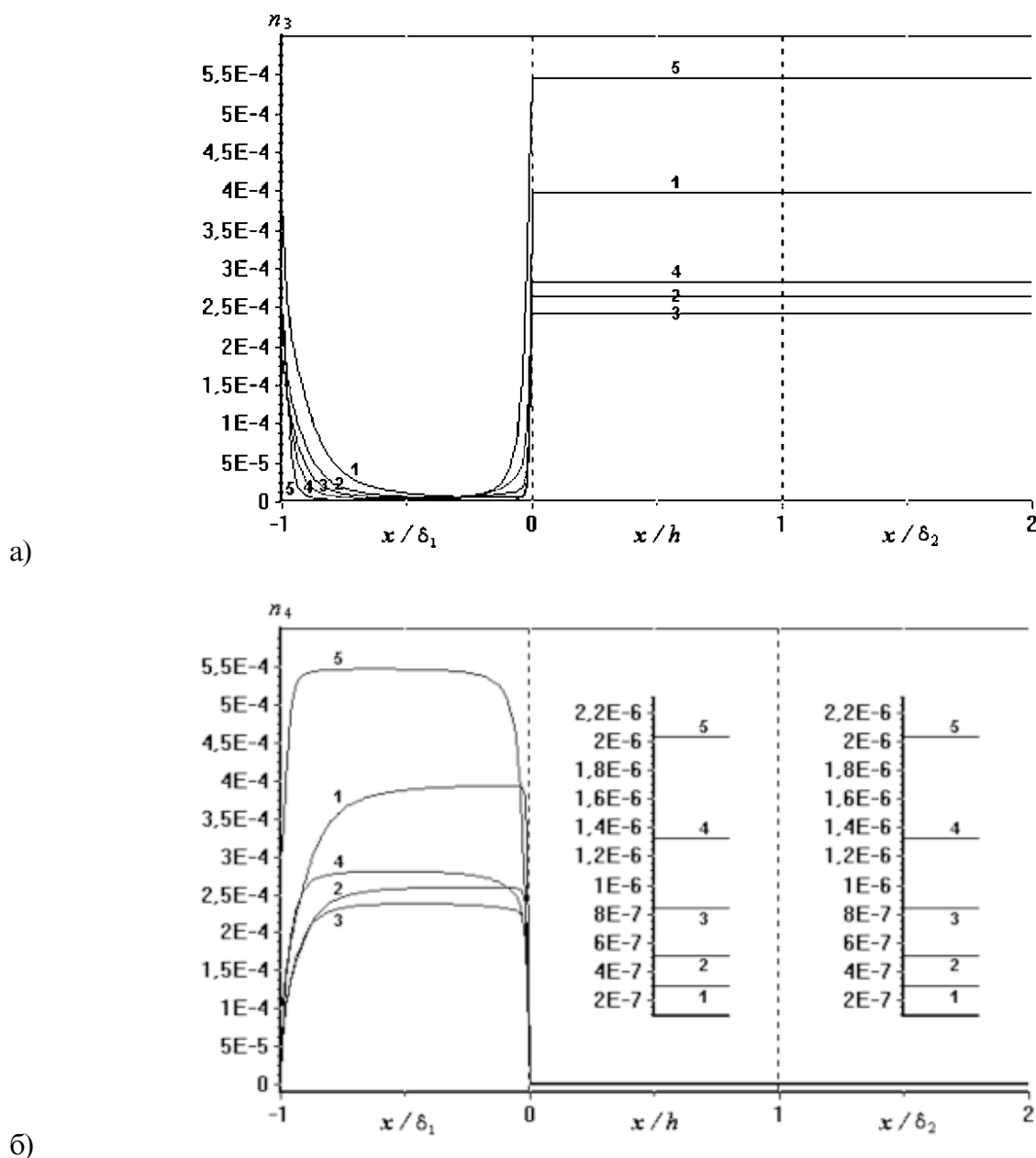


Рис. 3. Распределение эффективных чисел переноса (а) протонов H^+ (б) ионов гидроксила OH^- при безразмерных плотностях электрического тока: 1 – $j/j_0 = 0.2$, 2 – 0.4, 3 – 0.6, 4 – 0.8, 5 – 1.0.

ком электрического заряда, совпадающим со знаком заряда матрицы мембраны, подобен профилям концентрации не взаимодействующих компонентов. Для другого образующегося компонента он качественно отличен – это выпуклая функция с неярким выраженным максимумом, которая с ростом тока увеличивает скорость изменения искривленности своей формы. Отметим также, что концентрации этих компонентов отличаются друг от друга на три порядка.

Последнее обстоятельство, на которое нам хотелось бы обратить внимание, – это характер изменения концентрации вблизи поверхности мембраны в области отдающего диффузионного слоя для образующегося компонента, являющегося по отношению к мембране противоионом. Абсолютный минимум концентрации достигается внутри диффузионного слоя, а в непосредственной близости от поверхности мембраны при токах близких к предельному на профиле концентрации появляется локальный максимум – “холодок”. Качественно такой же результат был получен для другого типа модели в работе [2]. Это позволяет высказать предположение, что в реальных мембранных системах знак суммарного распределенного электрического заряда около поверхности мембраны меняется, и в непосредственной близости от неё он совпадает со знаком противоионов.

На рис.3 представлены графики изменения эффективных чисел переноса для химически активных компонентов смеси вдоль направления протекания электрического тока. Следует, прежде всего, отметить, что обе величины являются немонотонными функциями, характер поведения которых различен. Для образу-

ющегося противоиона эта функция вогнутая, а для компонента с противоположным знаком электрического заряда – выпуклая. Скорость изменения вида функций с ростом величины плотности тока в системе также различна – для первого сорта компонента она более чем на порядок возрастает около поверхности мембраны, для второго компонента основные изменения происходят внутри диффузионного слоя. Поэтому эффективные числа переноса для него в фазе мембраны и принимающем диффузионном слое практически не зависят от плотности тока в системе, тогда как для образующегося противоиона эти величины изменяются на порядок.

Как видно из рис. 4, падение напряжения в системе увеличивается с ростом плотности электрического тока. Скорость изменения потенциала вблизи внутренней границы отдающего слоя значительно возрастает при приближении плотности тока к предельному значению, что говорит о росте напряженности электрического поля в этой области.

Из рис. 5 видно, что вольтамперная зависимость для отдающего диффузионного слоя имеет Γ – образную форму, а для мембраны и принимающего – практически линейную. Это подтверждает быстрый рост напряженности электрического поля вблизи внутренней границы отдающего слоя при токах близких к предельному. Приращение потенциала на границе отдающий слой – мембрана убывает с увеличением тока приблизительно линейно, а на границе мембрана – принимающий слой оно растет, и большая плотность тока соответствует меньшей скорости роста. Вольтамперная характеристика для всей трехслойной области также имеет Γ -форму.

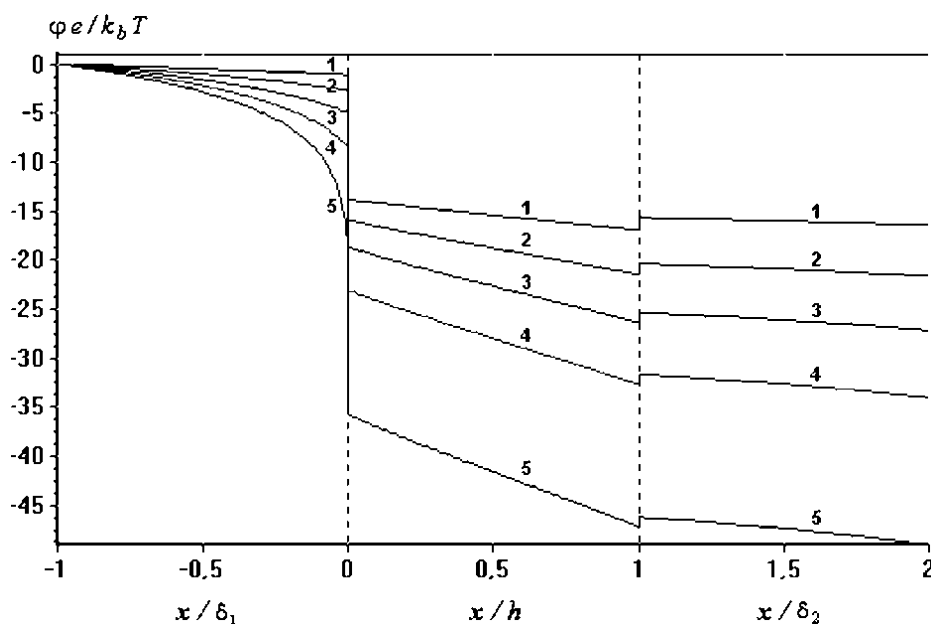


Рис. 4. Распределение безразмерного электрического потенциала для различных значений плотности безразмерного электрического тока: 1 – $j / j_0 = 0.2$, 2 – 0.4, 3 – 0.6, 4 – 0.8, 5 – 1.0.

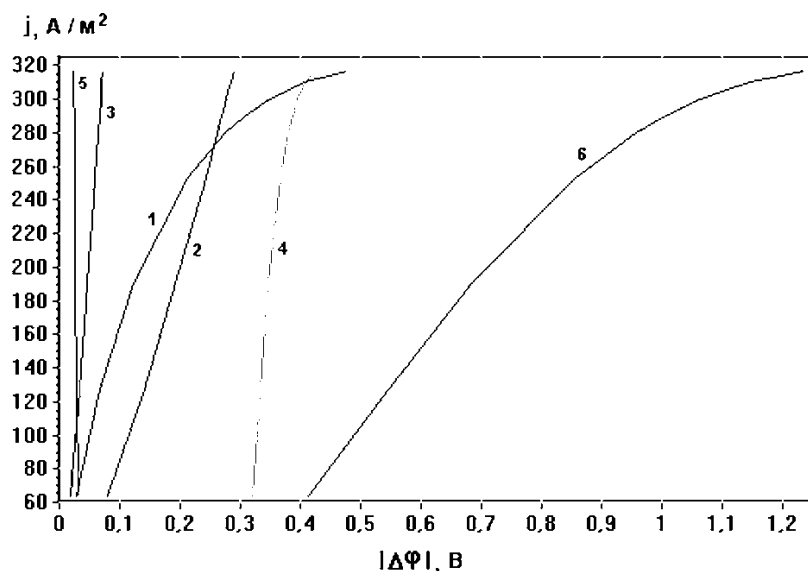


Рис. 5. Вольт – амперные зависимости для электромембранной системы в целом и её составных частей: 1 – отдающего диффузионного слоя, 2 – мембраны, 3 – принимающего диффузионного слоя, 4 – границы раствор/мембрана, 5 – границы мембрана/раствор, 6 – суммарное падение напряжения во всей рассматриваемой области.

Во всех расчетах значения коэффициента распределения для компонентов с индексами 1 и 2 на границе мембрана/раствор принималось равным 0.022, а на границе мембрана/раствор – 0.001. Для всех остальных компонентов на обеих границах значения коэффициентов распределения брались равными 1.

Все представленные здесь результаты говорят о том, что наличие в электромембранной системе химических взаимодействий приводит к необходимости пересмотра традиционных представлений об основных закономерностях процессов переноса в подобного рода системах и необходимости более углубленного изучения их особенностей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (грант № А03-2.10-393)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воронков Д.А., Коржов Е.Н. Математическая модель переноса многокомпонентных растворов в случае гомогенных и гетерогенных взаимодействий в электромембранных системах. // Материалы I Всероссийской конференции “ФАГРАН-2002”. Воронеж, 2002. С. 405-406.

2. Rubinstein I. A diffusional model of “water splitting” in electrodialysis. // J. Phys. Chem. 1977. V.81, №14. Pp.1431-1436.

3. Wills G.B., Lightfoot E.N. Membrane selectivity. // AIChE Journal, 1961. V. 7, № 2. Pp. 273-276.

4. Заболоцкий В.И., Никоненко В.В. Перенос ионов в мембранах. М.: Наука, 1996. 396 с.

5. Лебедев К.А. Математическое моделирование переноса ионов в многослойных мембранных системах. Краснодар: Кубан. гос. ун-т, 2002. 143 с.

6. Горбунов-Посадов М.М., Корягин Д.А., Мартынюк В.В. Системное обеспечение пакетов прикладных программ. М.: Наука, 1990. 205 с.

7. Воронков Д.А., Коржов Е.Н. Программный комплекс WLSYS для компьютерного эксперимента с электромембранными системами. (в печати).

8. Кухлинг Х. Справочник по физике. Москва: Мир, 1983. 519 с.

9. Колдин Е.Ф. Быстрые реакции в растворе. Москва: Мир, 1966. 309 с.

10. Ионитовые мембраны. Гранулянты. Порошки. Каталог М.ЖНИИТЭХим, 1977. 32с.