

# ОЦЕНКА КРЕДИТОСПОСОБНОСТИ ЗАЕМЩИКОВ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОГО ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА

К. Д. Шаров, О. А. Медведева

*Воронежский государственный университет*

Поступила в редакцию 28.05.2018 г.

**Аннотация.** В статье рассматривается задача определения кредитоспособности заемщика по его известным характеристикам. Рассматривается подход для ее решения с использованием математического аппарата нечеткой логики, который позволяет формализовать как лингвистические параметры, так и данные, заданные приближенно. Для полноценной реализации предложенной модели оценки кредитоспособности потенциальных клиентов банка необходимо создать базу знаний, которая состоит из базы данных и базы правил. Наиболее важным этапом разработки базы знаний является создание базы правил. Для ее формирования, при использовании методики нечеткого моделирования для решения задачи оценки кредитоспособности заемщиков, уместно использовать дерево решений, позволяющее упорядочить список критериев, которые заемщик должен сообщить кредитодателю, чтобы тот оценил его кредитоспособность. В итоге предлагается модель оценки кредитоспособности заемщиков на основе нечеткой логики, реализованная с применением метода Сугено. В статье описана программная реализация предложенной модели, а также показана её работа на иллюстративном примере.

**Ключевые слова:** оценка кредитоспособности, лингвистическая переменная, нечеткий логический вывод, дерево решений.

**Annotation.** The paper describes the problem of determining the borrower's creditworthiness according to its known characteristics. An approach for its solution is considered using the mathematical apparatus of fuzzy logic, which allows to formalize both linguistic parameters and the data given approximately. To fully implement the proposed model for assessing the creditworthiness of potential bank customers, it is necessary to create a knowledge base, which consists of a database and a rule base. The most important step in the development of a knowledge base is the creation of a rule base. For its formation, when using the fuzzy modeling methodology to solve the problem of assessing the creditworthiness of borrowers, it is appropriate to use a decision tree that allows you to streamline the list of criteria that the borrower must inform the lender to evaluate its creditworthiness. As a result, a model for assessing the creditworthiness of borrowers based on fuzzy logic, implemented using the Sugeno method, is proposed. The paper describes the software implementation of the proposed model, and also shows its work on an illustrative example.

**Keywords:** credit rating, linguistic variable, fuzzy inference, decision tree.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Доля кредитов физических лиц в банках России составляет примерно 20 %, при этом объемы их выдачи имеют тенденцию ежегодного роста. В связи с этим оценка кредитоспособности заемщиков, а именно физических лиц, является одной из главных задач банка, которые способствуют надежному кредитованию и сводят к минимуму кредитные риски.

Под кредитоспособностью заемщика понимается его комплексная правовая и финансовая характеристика, представленная финансовыми и нефинансовыми показателями, позволяющая оценить его возможность в будущем полностью и в срок, предусмотренный в кредитном договоре, рассчитаться своим по долговым обязательствам перед кредитором, а также определяющая степень риска при кредитовании конкретного заемщика [1].

Кредитоспособность заемщика зависит от многих факторов. К основным характери-

кам клиента банка (потенциального заемщика), которые имеют наибольший финансовый смысл и отражают желание и возможность погашать кредит вовремя относятся следующие [1, 2]: среднемесячный доход, сфера деятельности, опыт работы, возраст, семейное положение, количество иждивенцев, наличие собственности, наличие стационарного телефона, постоянная регистрация в регионе, положительная кредитная история.

Заметим, что каждый банк для оценки кредитоспособности формирует свой набор показателей, используя в качестве базовых все или часть из перечисленных выше, причем зачастую у банков имеются собственные методики оценки кредитоспособности клиента, которые основаны на международном опыте, статистических исследованиях и макроэкономической ситуации. Одним из примеров статистического подхода к оценке кредитоспособности является модель Зета [2]. Значение ключевого параметра  $Z$  определяется с помощью уравнения, переменные которого отражают характеристики анализируемого заемщика. Главным преимуществом данного метода является простота (как правило, статистическая модель включает всего 2–5 коэффициентов) и высокая скорость получения выводов о классе кредитоспособности. Однако, статистические методы редко используются в российской практике из-за отсутствия качественных статистических моделей, учитывающих специфику разных видов экономической деятельности и масштабы бизнеса. Их характеризует низкая степень достоверности результатов анализа.

Также распространен комплексный аналитический подход к оценке кредитоспособности, где основным источником информации при анализе потенциального заемщика является его бухгалтерская отчетность. Оцениваются прибыль, убытки, соотношения показателей финансовой устойчивости и другие показатели. Результатом работы данного метода является получение достоверных данных о финансовом положении заемщика, что снижает уровень неопределенности в ситуации принятия решения. Но, в тоже время, для данного метода характерна высокая трудоемкость проведения процедур оценки.

В данной статье предложен подход к оценке кредитоспособности с использованием математического аппарата нечеткой логики, который позволяет учитывать приближенную и/или качественную информацию о характеристиках заемщика. Особенностью подхода является способ формирования базы знаний, основанный на построении дерева решений. Можно выделить следующие этапы при решении задачи оценки кредитоспособности на основе нечеткого моделирования:

- 1) построение дерева решений на основе статистических данных о заемщиках, относительно которых было принято некоторое решение;
- 2) формализация основных показателей, характеризующих заемщика, с помощью лингвистической модели представления информации;
- 3) разработка ядра базы знаний – базы продукционных правил, которая обобщает опыт кредитования данного банка;
- 4) апробация базы знаний и с применением метода Сугено для формирования кредитоспособности тестового множества заемщиков.

## 2. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

### 2.1. Основные понятия нечеткого моделирования

Теория нечетких множеств и нечеткая логика являются эффективным инструментом для формализации качественных и приближенных понятий на основе лингвистических моделей и представления знаний в форме продукций (продукционных правил, *если-то-правил*). Вывод на знаниях в этом случае осуществляется на основе нечеткого логического вывода. Модели вывода базируются на различных типах продукционных правил.

Под *нечетким множеством*  $A$  из универсального множества  $U$  подразумевается множество  $A = \{(x / \mu_A(x))\}_{x \in U}$ , где  $\mu_A(x)$  – степень принадлежности элемента  $x$  к нечеткому множеству  $A$ .

Введем основные понятия нечеткого моделирования, основываясь на [3, 4].

Для описания объектов и явлений в условиях неопределенности используются понятия нечеткой и лингвистической переменной.

Под *нечеткой переменной* подразумевается кортеж  $\langle \alpha, U, A \rangle$ , где  $\alpha$  – название нечеткой переменной,  $A$  – нечеткое множество на  $U$  с функцией принадлежности  $\mu_A(x)$ , которая описывает ограничения на значения нечеткой переменной с именем  $\alpha$ .

*Лингвистическая переменная* задается кортежем  $\langle \beta, U, T, G, M \rangle$ , где  $\beta$  – имя лингвистической переменной;  $U$  – универсальное множество;  $T$  – множество основных лингвистических значений (термов) переменной  $\beta$ , которые сформулированы на естественном языке ( $T$  также называется базовым терм-множеством);  $G$  – синтаксическая процедура образования новых термов (множество  $T^* = T \cup G(T)$  называется расширенным терм-множеством),  $M$  – семантическая процедура для порождения функций принадлежности новых термов.

Заметим, что для формализации термов используются нечеткие числа и интервалы.

*Нечеткое число* (а также *нечеткий интервал*) – это нечеткая переменная, определенная на  $U = \mathbb{R}$ . Среди нечетких чисел и интервалов самые простые – треугольные и трапециевидные (название происходит от вида функции принадлежности).

Треугольное нечеткое число  $(a, l, r)$  определяется следующими параметрами:  $a$  – модальное значение;  $l, r$  – соответственно ле-

вый и правый коэффициенты неопределенности. Треугольное нечеткое число можно рассматривать как нечеткое значение высказывания «величина  $x$  приблизительно равна  $a$ ». При определении нечетких интервалов модальное значение заменяется на промежуток  $[a, b]$ , где функция принадлежности принимает значение 1. Трапециевидное нечеткое число – это пример нечеткого интервала. Ему соответствует высказывание «величина  $x$  находится приблизительно между  $a$  и  $b$ ».

Заметим, что в рассмотренных примерах слева и справа от модального значения (или от  $[a, b]$ ) функция принадлежности убывает линейно. Нелинейные функции принадлежности также широко представлены [4]. При выборе вида функции принадлежности руководствуются следующим правилом: для обеспечения простоты моделей или при малом объеме имеющейся информации целесообразно использовать линейные функции; наличие большого объема информации дает возможность идентификации большого числа параметров нечеткой модели, что позволяет использовать более сложные нелинейные функции принадлежности и, тем самым, повышает точность. Кроме того, для обеспечения качественного анализа нечеткой модели необходимо, чтобы функции принадлежности были дифференцируемыми.

Основным инструментом нечеткого моделирования является *нечеткая система* [4, 5]. Ее структура и основные компоненты представлены на рис. 1.

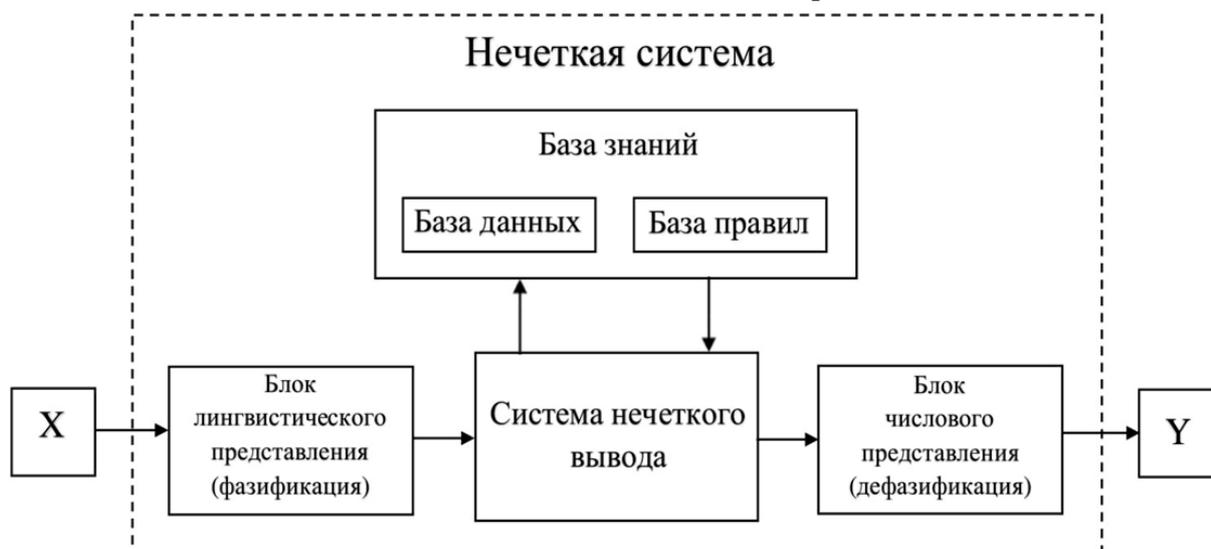


Рис. 1. Структура нечеткой системы

Нечеткая система представляет собой универсальный аппроксиматор, при этом зависимость выходной переменной от входных описывается базой знаний, которая включает в себя базу данных и базу нечетких продукционных правил. При разработке нечетких систем ключевыми являются следующие проблемы:

1) определение входных и/или выходных переменных и их формализация в форме лингвистических переменных, при этом важно осуществить правильный выбор вида функций принадлежности для термов;

2) выбор типа продукционного правила и формирование базы знаний;

3) формализация нечетких логических связей в механизме нечеткого логического вывода (по сути, необходимо корректно определить алгоритм логического вывода);

4) определение процедуры агрегирования продукционных правил;

5) выбор метода дефазификации для получения адекватного результата.

При выборе стандартных подходов к реализации компонент наибольшей трудоемкостью отличается этап формирования базы знаний, которая является ядром нечеткой системы и определяет ее ориентацию на конкретную прикладную задачу. Качество базы знаний в наибольшей степени влияет на аппроксимационные свойства нечетких систем. Требования к качеству базы знаний наиболее полно представлены в [4].

Как известно [4], существует три основных модели нечетких продукционных правил: *логическая* модель, когда и входные, и выходная переменные являются лингвистическими; *реляционная* модель, когда на множестве термов входной и выходной переменных задано нечеткое отношение; модель Такаги-Сугено или *TS-модель*, когда входные переменные являются лингвистическими, а выходная переменная задается функцией (в частном случае, это может быть константа).

Для установления взаимно-однозначного соответствия между числовым и лингвистическим значениями некоторой переменной используется фазификация, когда числовому значению  $a$  ставится в соответствие нечет-

кое число с модальным значением  $a$ , при этом важно определить левый и правый коэффициенты неопределенности. Другой подход заключается в назначении для  $a$  того термина входной лингвистической переменной, которому при этом значении соответствует максимум функции принадлежности. Дефазификация – это процесс перехода от функции принадлежности нечеткого множества, описывающего некоторое значение выходной переменной, к определенному числовому значению этой же выходной переменной. Существует значительное количество методов дефазификации. Известно, что выбор метода дефазификации напрямую влияет на качество нечеткой системы [6].

Механизм нечеткого логического вывода подробно исследовался в работах [6]. Наиболее распространенный алгоритм логического вывода – это метод логического вывода Мамдани [5].

Таким образом, нечеткое моделирование представляет собой методику, в которой зависимость выходной переменной от входных описывается условными нечеткими высказываниями – продукционными правилами, которые образуют базу знаний. Практическое использование нечеткой системы приводит к тому, что, если на вход подаются числовые значения входных переменных, то на выходе также получается числовое значение выходной переменной, при этом база знаний – это приближенное описание аппроксимируемой функции. Таким образом, что нечеткая система реализует «принцип серого ящика».

Как отмечалось выше, самая сложная проблема, связанная с построением и использованием нечетких систем, это формирование базы правил. В зависимости от размерности терм-множеств входных лингвистических переменных размерность базы правил растет экспоненциально. В связи с этим особую актуальность имеют методы редукции и оптимизации базы правил [7]. В предлагаемом подходе база правил строится на основе дерева решений.

## 2.2. Алгоритм построения дерева решений

Для реализации решения поставленной задачи предлагается рассмотреть построение дерева решений, опираясь на основные положения информационного анализа [8]. Входные данные для дерева решений можно представить в виде выборки данных, в которой каждому определенному набору показателей сопоставлен конечный результат, основанный на этих показателях. Введем следующие переменные:

- $A = \{A_k\}_{k \in I_A}$  – множество конечных результатов;
- $B = \{B_i\}_{i \in I_B}$  – множество показателей для определения конечного результата;
- $Scale_{B_i} = \{b_j^i\}_{j \in I_{B_i}}$  – шкала специфических значений для каждого показателя  $B_i$ ;
- $x = (x_1, \dots, x_{|I_V|})$  – векторная оценка, характеризующая конкретный набор показателей, где  $|I_V|$  – количество показателей  $x_i \in Scale_{B_i}$ .

Вектор  $x$  значений показателей, будем называть *экземпляром*. Множество экземпляров, каждый из которых относится к некоторому результату  $A$ , называется обучающим множеством. Важно, чтобы для каждого результата из  $A$  в обучающем множестве присутствовал экземпляр, который ему соответствует.

Для построения дерева решений требуется построить ориентированный граф, определяющий взаимосвязи между значениями входных данных, который должен удовлетворять следующим условиям [9]:

- 1) вершины графа соответствуют специфическим значениям показателей;
- 2) граф является ориентированным деревом и разложен по уровням, причем каждый уровень соответствует показателю, и на данном уровне располагается столько вершин, сколько специфических значений имеет данный показатель;
- 3) показатели-уровни дерева упорядочены по значимости, что позволяет оптимизировать количество шагов, необходимых для определения конечного результата;
- 4) в дереве имеется конечное множество висячих вершин, которые соответствуют конкретным конечным результатам.

Сформулируем основные шаги алгоритма для построения дерева принятия решений, основываясь на [8, 9].

**Шаг 1.** Зафиксировать множество конечных результатов  $A$ . Для каждого результата  $A_k \in A$  отобрать экземпляры  $x$ , относящиеся к данному результату в обучающем множестве и определить относительную частоту  $P_{A_k}$  появления группы показателей с результатом  $A_k$  в обучающем множестве. Найти оценку  $H(A)$  неопределенности в виде энтропии по формуле

$$H(A) = - \sum_{k=0}^n P(A_k) \cdot \ln P(A_k).$$

**Шаг 2.** Для каждого показателя  $B_i$  рассмотреть последовательно значения  $b_j^i \in Scale_{B_i}$  и выполнить следующие действия:

**2.1.** Найти относительную частоту  $P_j^i$  появления значения  $b_j^i$  в экземплярах обучающего множества и относительную частоту  $P(A_k / b_j^i)$  результата  $A_k \in A$  при фиксированном значении  $b_j^i$ .

**2.2.** Определить условную энтропию  $H(A / b_j^i)$  по формуле:

$$H(A / b_j^i) = - \sum_{k=0}^n P(A_k / b_j^i) \cdot \ln P(A_k / b_j^i).$$

**2.3.** Определить оценку неопределенности результата  $A$  при использовании  $B_i$  по формуле

$$H(A / B_i) = \sum_{j \in I_{B_i}} P(b_j^i) \cdot H(A / b_j^i).$$

**2.4.** Определить величину прироста информации по формуле:

$$J(A / B_i) = H(A) - H(A / B_i).$$

**Шаг 3.** Выбрать показатель с максимальным приростом информации в качестве корня дерева. Из корня выходит столько дуг, сколько уникальных значений содержит шкала соответствующего показателя.

**Шаг 4.** После этого процесс, начиная с первого шага, продолжается в каждой из полученных висячих вершин до тех пор, пока не будет определено такое значение текущего показателя, позволяющее однозначно определить результат.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

#### 3.1. Формирование базы знаний

##### 3.1.1. Шкалы для входных переменных

Рассмотрим алгоритм построения оценки кредитоспособности заемщика на примере. В качестве входных переменных будем использовать следующие основные показатели: *доход, начальный взнос по кредиту, опыт работы и возраст* потенциального заемщика.

В табл. 1 представлены терм-множества для выбранных показателей.

Для оценки кредитоспособности заемщика введем выходную переменную «Общая кредитоспособность заемщика», которая играет роль индикатора и принимает значения 1 или 0 в зависимости от принимаемого по кредиту решения.

##### 3.1.2. Формирование базы правил

Для определения степени кредитоспособности заемщика необходимо разработать базу

нечетких продукционных правил. Для этого используется обучающее множество, в котором содержится вся информация о потенциальных клиентах банка (данные по каждому показателю и результат принятия решения). Фрагмент входных данных приведен в табл. 2.

На основе алгоритма построения дерева решений и разработанной программы DecisionTree вычислялся прирост информации для каждого объекта. Так, на первой итерации были получены следующие результаты, представленные в табл. 3.

Из табл. 3 видно, что критерий *Доход* обладает наибольшим приростом информации, следовательно, он берется за вершину дерева и алгоритм переходит на следующую итерацию. По окончании работы алгоритма было получено следующее дерево, представленное на рис. 2.

Для формирования правил путем последовательного обхода всех висячих вершин выявляются все возможные пути из корня дерева в значение результата. Количество правил будет равно числу всевозможных пу-

Таблица 1

Входные лингвистические переменные

Лингвистическая переменная	Имя	Терм-множество	Обозначение	Нечеткое число $(a, l, r)$
$x_1$	Доход	<i>Низкий</i>	$L$	$(0.2, 0, 0.4)$
		<i>Средний</i>	$M$	$(0.4, 0, 0.8)$
		<i>Высокий</i>	$H$	$(0.8, 0.4, 1)$
		<i>Очень высокий</i>	$VH$	$(0.9, 0.8, 1)$
$x_2$	Взнос	<i>Очень низкий</i>	$VL$	$(0.1, 0, 0.2)$
		<i>Низкий</i>	$L$	$(0.325, 0.15, 0.5)$
		<i>Средний</i>	$M$	$(0.45, 0.2, 0.7)$
		<i>Высокий</i>	$H$	$(0.65, 0.5, 0.8)$
		<i>Очень высокий</i>	$VH$	$(0.85, 0.7, 1)$
$x_3$	Опыт работы	<i>Очень низкий</i>	$VL$	$(0.075, 0, 0.15)$
		<i>Низкий</i>	$L$	$(0.125, 0, 0.25)$
		<i>Средний</i>	$M$	$(0.325, 0.2, 0.45)$
		<i>Высокий</i>	$H$	$(0.45, 0.25, 0.65)$
		<i>Очень высокий</i>	$VH$	$(0.35, 0.675, 1)$
$x_4$	Возраст	<i>Низкий</i>	$L$	$(0.25, 0, 0.5)$
		<i>Средний</i>	$M$	$(0.625, 0.25, 1)$
		<i>Высокий</i>	$H$	$(0.75, 0.5, 1)$

Таблица 2

## Исходные данные

Клиент	Взнос	Возраст	Опыт	Доход	Результат
1	M	H	H	L	Нет
2	H	M	VH	M	Да
3	M	H	H	L	Нет
4	M	H	VH	M	Да
5	M	M	VH	L	Да
6	L	H	H	M	Нет
7	H	M	VH	L	Нет
8	VH	H	VH	M	Да
9	H	L	L	VH	Да
10	VH	H	H	VH	Да
11	L	H	M	M	Да
12	VH	M	VH	VH	Да
13	H	M	VH	M	Да
14	L	H	H	L	Нет
15	M	M	H	L	Нет
16	L	M	M	L	Нет
17	L	H	H	M	Да
18	L	M	VH	M	Да
19	H	H	VH	L	Да

Таблица 3

## Вывод программы

Количество заемщиков в таблице	100
Прирост информации для критерия взнос	0.0688987
Прирост информации для критерия возраст	0.0049698
Прирост информации для критерия опыт	0.0115388
Прирост информации для критерия доход	0.19736

тей. Фрагмент базы правил, составленной по дереву, приведенному на рис. 2, имеет следующий вид:

$P_1$ : если  $\langle \text{Доход} = L \rangle$  и  $\langle \text{Взнос} = VL \rangle$ , то  $\langle \text{Результат} = 0 \rangle$ ;

$P_2$ : если  $\langle \text{Доход} = L \rangle$  и  $\langle \text{Взнос} = L \rangle$ , то  $\langle \text{Результат} = 0 \rangle$ ;

$P_3$ : если  $\langle \text{Доход} = L \rangle$  и  $\langle \text{Взнос} = M \rangle$  и  $\langle \text{Опыт} = VL \rangle$ , то  $\langle \text{Результат} = 0 \rangle$ ;

...

$P_{36}$ : если  $\langle \text{Доход} = VH \rangle$ , то  $\langle \text{Результат} = \text{Yes} \rangle$ .

### 3.2. Реализация нечеткой системы

В качестве метода логического вывода целесообразно использовать метод Сугено [10]. Его применимость в данной задаче обусловлена тем, что в заключениях продукционных правил содержатся константы 0 или 1. Для представления термов входных лингвистических использовались треугольные нечеткие числа, параметры которых определялись экспертами.

Тестирование базы знаний осуществлялось в пакете Matlab [5]. На рис. 3 представлена визуализация логического вывода. Это

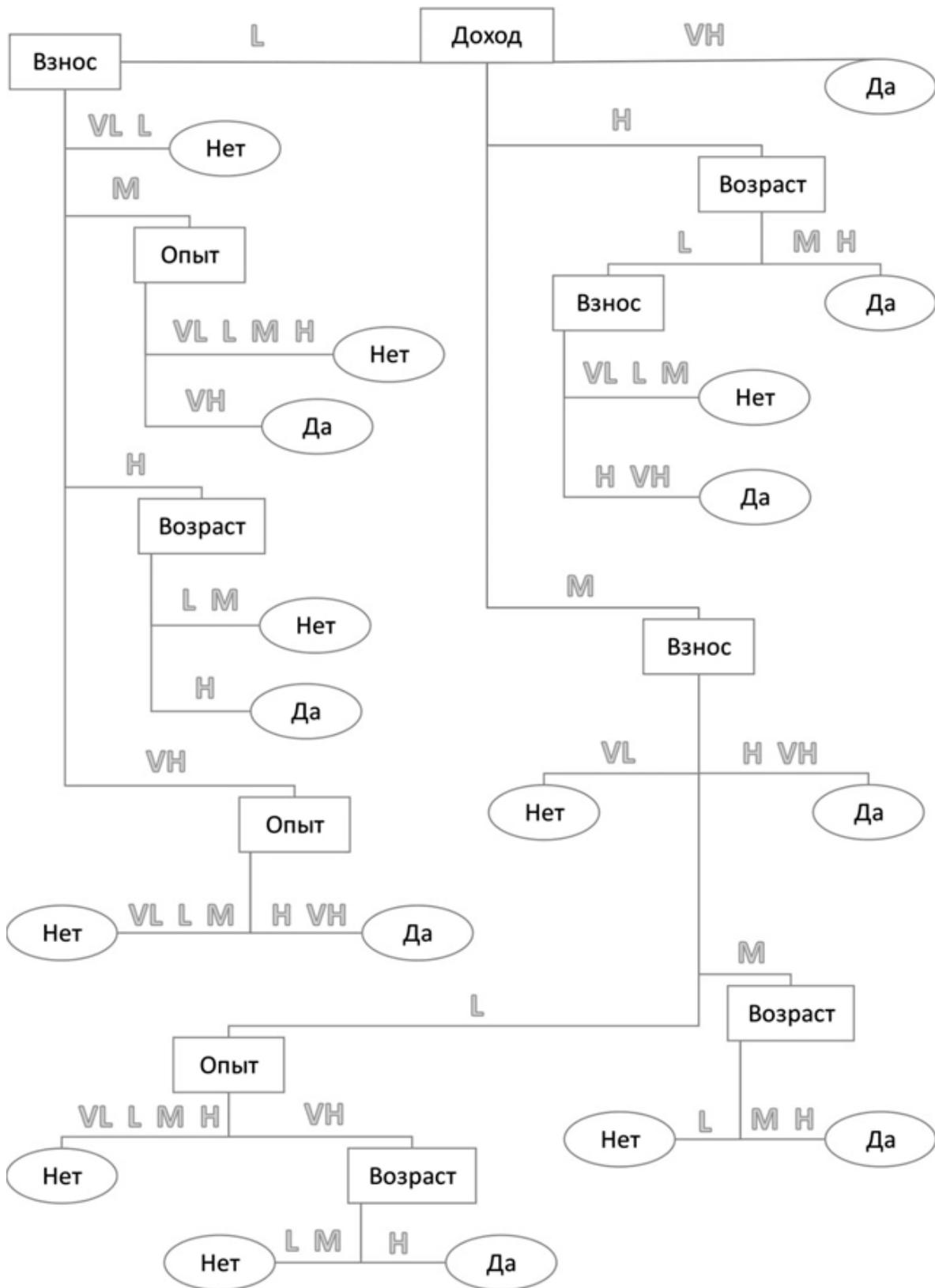


Рис. 2. Результирующее дерево решений

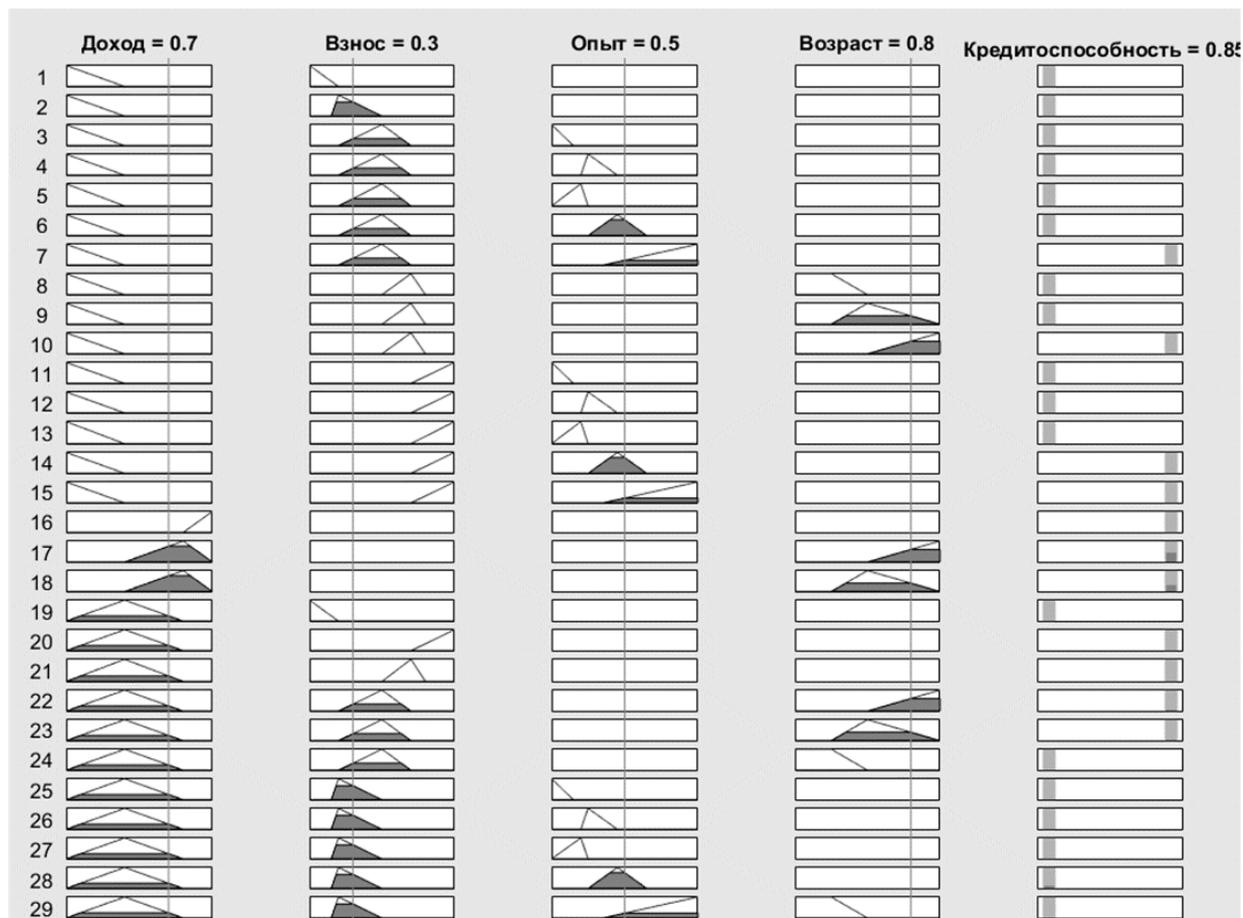


Рис. 3. Пример оценки кредитоспособности заемщика

позволяет выяснить, какие правила при заданных входных значениях являются активными. Исследование проводилось для различных наборов значений переменных, которые брались с определенным шагом. На основе анализа выявлены классы продукционных правил, а также специфические правила. Полученные результаты позволят оптимизировать базу правил и выявлять неявные зависимости между показателями.

Таким образом, был реализован подход, который позволяет определять степень кредитоспособности заемщика по четырем критериям на основе сформированной базы правил.

Если сравнивать результаты работы предложенного метода с известными подходами, то можно заметить, что в отличие от модели Зета, разработанному в статье подходу присуща высокая степень достоверности результатов анализа при относительно высокой скорости получения выводов о классе кредитоспособности заемщика. В тоже время дан-

ный метод является менее трудоемким, чем комплексный аналитический подход к оценке кредитоспособности заемщиков.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенной работы была разработана база знаний, основанная на дереве решений, благодаря которой была успешно реализована собственная методика для определения кредитоспособности заемщика, базирующаяся на нечеткой логике.

Для дальнейших исследований возможно внедрение новых методов оптимизации базы знаний. В частности, планируется использование нейронных сетей для оценки кредитоспособности заемщиков.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ендовицкий, Д. А. Анализ и оценка кредитоспособности заемщика: учебно-практическое пособие / Д. А. Ендовицкий, М. А. Бочарова. – М. : КНОРУС, 2005. – 268 с.
2. Лобанова, А. А. Энциклопедия финансового риск-менеджмента / А. А. Лобанова, А. В. Чугунова. – М. : Альпина Бизнес Букс, 2009. – 932 с.
3. Леденева, Т. М. Обработка нечеткой информации : учеб. пособие / Т. М. Леденева. – Воронеж : Воронеж. гос. ун-т, 2006. – 233 с.
4. Пегат, А. Нечеткое моделирование и управление / А. Пегат. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 798 с.
5. Леденева, Т. М. Основы нечеткого моделирования в среде MatLab : учеб. пособие / Т. М. Леденева, Д. С. Татаркин, А. С. Тарасова. – Воронеж : Издательско-полиграфический центр ВГУ, 2006. – 51 с.
6. Татаркин, Д. С. Исследование моделей нечеткого логического вывода / Д. С. Татаркин, Т. М. Леденева // Вест. Воронежского гос. ун-та. Серия: Системный анализ и информационные технологии, 2006. – № 2. – С. 110–118.
7. Сергиенко, М. А. Оптимальное построение нечеткой базы правил / М. А. Сергиенко, Т. М. Леденева // Системы управления и информационные технологии, 2008. – №4(34). – С. 34–38.
8. Шеннон, К. Работы по теории информации и кибернетике / К. Шеннон. – М. : Изд-во иностран. лит., 1963. – 830 с.
9. Леденева, Т. М. Нечеткое моделирование медицинских экспертных систем / Т. М. Леденева, С. Л. Подвальный, Р. К. Стрюков, С. В. Дегтярев // Биомедицинская радиоэлектроника, 2016. – № 9. – С. 16–24.
10. Чернов, В. Г. Экспертная система для ипотечного кредитования, основанная на нечетких продукционных правилах / В. Г. Чернов, С. И. Ганьшина. – М. : Синергия ПРЕСС, 2012. – 99 с.

**Шаров Кирилл Дмитриевич** – магистр кафедры вычислительной математики и прикладных информационных технологий факультета прикладной математики, информатики и механики Воронежского государственного университета.  
E-mail: spazmalgonchik@yandex.ru

**Медведева Ольга Александровна** – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры вычислительной математики и прикладных информационных технологий факультета прикладной математики, информатики и механики Воронежского государственного университета.  
E-mail: s\_n\_medvedev@mail.ru

**Sharov Kirill Dmitrievich** – master of the Department of Computing Mathematics and Applied Information Technology, Applied Mathematics, Informatics and Mechanics Faculty, Voronezh State University.  
E-mail: spazmalgonchik@yandex.ru

**Medvedeva Olga Aleksandrovna** – Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Assistant professor of the Department of Computing Mathematics and Applied Information Technology, Applied Mathematics, Informatics and Mechanics Faculty, Voronezh State University.  
E-mail: s\_n\_medvedev@mail.ru