УДК 004.891

# КОСВЕННЫЕ МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ СИСТЕМ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ С НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКОЙ

**С. А. Гриценко, В. Ю. Храмов**

*ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж)*

**Поступила в редакцию 14.11.2017 г.**

**Аннотация.** Предложен подход к построению функций принадлежности в интересах создания базы данных эталонных нечётких ситуаций для рассматриваемой предметной области, заключающийся в применении косвенных методов их построения, основанных на модифицированном методе Ягера и модифицированном методе анализа иерархий Саати. Данный подход позволяет уменьшить субъективное влияние эксперта на результаты построения функций принадлежности, которое в ряде случаев приводит к сдвиганию оценки объектов в направлении концов оценочной шкалы.
**Ключевые слова:** система поддержки принятия решений, нечёткая логика, функция принадлежности, модифицированный метод Ягера, модифицированный метод Саати.
**Annotation.** The approach to construction of functions of an accessory in interests of creation of the knowledge base of reference indistinct situations for the considered subject domain, consisting in application of indirect methods of their construction based on a method of Jagera and the modified method of Saati is offered. The given approach allows to reduce subjective influence of the expert on results of construction of functions of an accessory which in some cases leads to moving of an estimation of objects in a direction of the ends of an estimated scale.
**Keywords:** system of support of decision-making, the indistinct logic, accessory function, modified method of Jagera, the modified method of Saati.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время существует класс задач, решение которых строится на использовании неполных исходных данных. Указанные задачи условно можно разделить на задачи, решаемые с применением методов математической статистики и задачи, решаемые с применением теории нечётких множеств.

В условиях, когда необходимые статистические исходные данные для выработки системой управляющего решения отсутствуют, а решение строго ограничено по времени (как, например, в автоматизированных системах военного назначения), система строится с применением теории нечётких множеств.

В интересах решения задач с неполными исходными данными организуют системы поддержки принятия решений, основанные на построении эталонных ситуаций с применением теории нечётких множеств, их хранении в базе данных, преобразование неполных входных данных к нечёткому виду и сравнении нечёткой входной ситуации с эталонной, хранимой в базе данных [1].

В целях снижения субъективного влияния эксперта на результаты построения функций принадлежности, которое в ряде случаев приводит к сдвиганию оценки объектов в направлении концов оценочной шкалы, в рамках косвенных методов построения функций принадлежности предложено применение модифицированного метода Ягера [2] и модифицированного метода анализа иерархий Саати [3, 4].

## ПРИМЕНЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА ЯГЕРА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ЭКСПЕРТНЫХ СИСТЕМ С НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКОЙ

Перед тем как изложить алгоритм метода Ягера, рассмотрим случайный эксперимент, в котором используется понятие уровневого множества.

Пусть задано нечеткое подмножество $A$ множества $X$. Рассмотрим следующий случайный способ выбора элемента $x$ из $X$. Сначала случайным образом выбираем значение $\alpha \in [0,1]$, а затем также случайно – элемент из соответствующего множества $\alpha$-уровня. Подсчитаем вероятность выбора конкретного элемента в условиях этого эксперимента.

Для простоты изложения предположим, что $0 \le \alpha_1 \le \alpha_2 \le \dots \le \alpha_n$, $\alpha_n = \alpha_{\max} \le 1$, где $\alpha_i$ – степень принадлежности $x_i$ множеству $X$. Выпишем уровневые множества:

$$\begin{aligned}
&\text{при } 0 < \alpha \le \alpha_1 \;\; A_\alpha = \{x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n\} = A_1,\\
&\text{при } \alpha_1 < \alpha \le \alpha_2 \;\; A_\alpha = \{x_2, x_3, x_4, \dots, x_n\} = A_2,\\
&\text{при } \alpha_2 < \alpha \le \alpha_3 \;\; A_\alpha = \{x_3, x_4, \dots, x_n\} = A_3,\\
&\alpha_{n-2} < \alpha \le \alpha_{n-1} \;\; A_\alpha = \{x_{n-1}, x_n\} = A_{n-1},\\
&\alpha_{n-1} < \alpha \le \alpha_n \;\; A_\alpha = \{x_n\} = A_n,\\
&\alpha_n < \alpha \le 1 \;\; A_\alpha = \varnothing.
\end{aligned} \tag{1}$$

Поскольку в эксперименте значения $\alpha$ выбираются случайным образом, то вероятность того, что уровневое множество $A_i$ окажется выбранным, равна $P(\mathrm{A}_i) = \frac{1}{n} = \alpha_i - \alpha_{i-1}$, где $n$ – количество уровневых множеств. Так как из выбранного уровневого множества элемент выбирается случайно, то

$$P\{x_i \mid A_j\} = \begin{cases} 0, & x_i \notin A_j, \\ \dfrac{1}{n_j}, & x_i \in A_j, \end{cases} \tag{2}$$

где $n_j$ – число элементов в $A_j$.

Тогда в соответствии с формулой полной вероятности получаем:

$$P(x_i) = \sum_{j=1}^{n} P(x_i \mid A_j) \cdot P(A_j). \tag{3}$$

Используя формулы (2), (3), рассчитаем вероятность того, что будет выбран данный элемент множества $X$:

$$\begin{aligned}
P(x_1) &= \frac{1}{n}\alpha_1,\\
P(x_2) &= P(x_1) + \frac{1}{n-1}(\alpha_2 - \alpha_1),\\
P(x_3) &= P(x_2) + \frac{1}{n-2}(\alpha_3 - \alpha_2),\\
P(x_4) &= P(x_3) + \frac{1}{n-3}(\alpha_4 - \alpha_3),\\
&\dots\\
P(x_{n-1}) &= P(x_{n-2}) + \frac{1}{2}(\alpha_{n-1} - \alpha_{n-2}),\\
P(x_n) &= P(x_{n-1}) + (\alpha_n - \alpha_{n-1}),
\end{aligned} \tag{4}$$

Следует заметить, что если $i \ge j$, то предполагается, что $\alpha_i \ge \alpha_j$ и, следовательно, $P_i \ge P_j$.

Покажем, что сумма вероятностей $P(x_i)$ равна единице.

$$\begin{aligned}
P(x_1) &= \frac{1}{n}\alpha_1,\\
P(x_2) &= \frac{1}{n}\alpha_1 + \frac{1}{n-1}(\alpha_2 - \alpha_1),\\
P(x_3) &= \frac{1}{n}\alpha_1 + \frac{1}{n-1}(\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{1}{n-2}(\alpha_3 - \alpha_2),\\
&\dots\\
P(x_4) &= \frac{1}{n}\alpha_1 + \frac{1}{n-1}(\alpha_2 - \alpha_1) + \\
&+ \frac{1}{n-2}(\alpha_3 - \alpha_2) + \dots + \alpha_n - \alpha_{n-1}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Следовательно,

$$\sum_{i=1}^{n} P(x_i) = n\left(\frac{1}{n}\right)\alpha_1 + (n-1)\left(\frac{1}{n-1}\right)(\alpha_2 - \alpha_1) + \dots + (\alpha_n - \alpha_{n-1}); \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} P(x_i) = \alpha_1 + (\alpha_2 - \alpha_1) + (\alpha_3 - \alpha_2) + \dots + (\alpha_n - \alpha_{n-1}) = \alpha_n. \tag{7}$$

Отсюда

$$\sum_{i=1}^{n} P(x_i) + P(0) = \alpha_n + (1 - \alpha_n) = 1. \tag{8}$$

Выразим степень принадлежности $\alpha_i$ через вероятность $P(x_i)$ выбора элемента в предыдущем эксперименте. Из уравнений (5) после алгебраических преобразований получаем:

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= nP(x_1),\\
\alpha_2 &= (n-1)P(x_2) + P(x_1),\\
\alpha_3 &= (n-2)P(x_3) + P(x_2) + P(x_1),
\end{aligned}$$

$$\alpha_k = (n-k+1)P(x_k) + \sum_{i=1}^{k-1} P(x_i), \qquad (9)$$

$$\alpha_{n-1} = 2P(x_{n-1}) + \sum_{i=1}^{n-2} P(x_i),$$

$$\alpha_n = \sum_{i=1}^{n} P(x_i),$$

где $n$ – число элементов в $X$;

$\alpha_i$ – степень принадлежности $x_i$ нечеткому множеству $A$;

$P(x_i)$ – вероятность того, что в данном эксперименте будет выбран элемент $x_i$.

Из уравнений (9) видно, что если известны вероятности, с которыми в эксперименте выбираются элементы множества $X$, то эту информацию можно использовать для определения степеней принадлежности элементов к нечеткому подмножеству $A$.

Поэтому, если получить оценки для вероятностей, входящих в правые части уравнений (9), то их можно использовать для вычисления значений степеней принадлежности к множеству $A$.

Приведем алгоритм построения функций принадлежности. Он включает следующие шаги:

Шаг 1. С каждым $x_i \in X$ связать величину $T_i$, первоначально равную нулю.

Шаг 2. Определить объем выборки $M$ (например, $M=5$, $M=10$), определяющей количество уровневых множеств.

Шаг 3. Разделить единичный интервал на $M$ частей равной длины и обозначить это множество через $S$.

Шаг 4. Выбрать случайным образом элемент $\alpha$ из $S$. Удалить элемент $\alpha$ из $S$.

Шаг 5. Предложить эксперту, определяющему нечеткое подмножество, перечислить все элементы $X$, которые принадлежат множеству, соответствующему выбранному значению уровня $\alpha$.

Шаг 6. Повторять шаги 4–5 до тех пор, пока $S \neq \varnothing$.

Шаг 7. Упорядочить полученные множества $\alpha$-уровней по возрастанию $\alpha$ и проверить выполнение условия (1) по количеству элементов, входящих в $A_\alpha$. Если условие не выполняется для некоторых уровней $\alpha$, то дополнить $A_\alpha$ соответствующими элементами $x_i$ из $X$. Если $\alpha_i < \alpha_j$, то число элементов в $A_{\alpha_i}$ должно быть больше или равно числу элементов в $A_{\alpha_j}$.

Шаг 8. Если $k$ – число элементов, включенных в множество $\alpha$-уровня, построенное на шаге 7, то при каждом появлении элемента $x_i$ в множестве этого уровня добавить $\frac{1}{k}$ к $T_i$.

Шаг 9. Подсчитать оценки вероятностей $P_i = T_i / M$.

Шаг 10. Упорядочить оценки вероятностей $P_i$ по возрастанию.

Шаг 11. Рассчитать степени принадлежности элементов X множеству, подставив оценки вероятностей $P_i$ в (9).

Рассмотрим пример построения функции принадлежности для терма «малая» лингвистической переменной «Скорость», определенного на базовой шкале $X = \{0,10,20,30,40,50\}$.

Для рассматриваемого примера, демонстрирующего работу алгоритма, объем выборки положим равным $M = 5$.

Тогда $S = \{1, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2\}$.

Положим, что от эксперта получили следующие уровневые множества нечёткого подмножества $A$:

$A_{0,2} = \{40,50\}$,
$A_{0,4} = \{20,30,40\}$,
$A_{0,6} = \{30,40\}$,
$A_{0,8} = \{0,10,20\}$,
$A_1 = \{0\}$.

В соответствии с алгоритмом получим:

$A_{0,2} = \{0,10,20,30,40,50\}$,
$A_{0,4} = \{0,10,20,30\}$,
$A_{0,6} = \{0,10,20\}$,
$A_{0,8} = \{0,10\}$,
$A_1 = \{0\}$.

Используя полученные ответы, рассчитаем $T_i$; для каждого элемента:

$$T_0 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = 2{,}24;$$

$$T_{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = 1{,}24;$$

$$T_{10} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = 0{,}74;$$

$$T_{30} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = 0{,}41;$$

$$T_{40} = \frac{1}{6} = 0,16;$$

$$T_{50} = \frac{1}{6} = 0,16.$$

Рассчитаем оценки значений вероятности ($P_i = T_i / 5$):

$$P_0 = \frac{T_0}{5} = 0,448;$$

$$P_{10} = \frac{T_{10}}{5} = 0,248;$$

$$P_{20} = \frac{T_{20}}{5} = 0,148;$$

$$P_{30} = \frac{T_{30}}{5} = 0,082;$$

$$P_{40} = \frac{T_{40}}{5} = 0,032;$$

$$P_{50} = \frac{T_{50}}{5} = 0,032.$$

Расположим вероятности в возрастающем порядке:

$$P_{50} = 0,032;\ P_{40} = 0,032;\ P_{30} = 0,082;\ P_{20} = 0,148;$$

$$P_{10} = 0,248;\ P_0 = 0,448.$$

Подставляя полученные значения в (9), учитывая, что общее число элементов в $X$ равно 6, подсчитаем степень принадлежности элементов множеству:

$$\alpha_{50} = 6 \times 0,032 = 0,192;$$

$$\alpha_{40} = 5 \times 0,032 + 0,032 = 0,192;$$

$$\alpha_{30} = 4 \times 0,082 + 0,032 + 0,032 = 0,384;$$

$$\alpha_{20} = 3 \times 0,148 + 0,082 + 0,064 = 0,59;$$

$$\alpha_{10} = 2 \times 0,248 + 0,148 + 0,14 = 0,78;$$

$$\alpha_0 = 1.$$

Получив таким образом значения степеней принадлежности, может быть осуществлено построение функции принадлежности для терма «малая» лингвистической переменной «Скорость», показанное на рис. 1.

В отличие от существующих алгоритмов представленный алгоритм построения функций принадлежности позволяет снизить субъективное влияние экспертов на результаты их построения за счет случайного выбора уровня нечетких множеств [5].

## ПРИМЕНЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА СААТИ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ЭКСПЕРТНЫХ СИСТЕМ С НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКОЙ

В модифицированном методе анализа иерархий Саати [3] функция принадлежности $\mu_A(x)$ определяется по матрице попарных сравнений $M = \|m_{ij}\|$, элементы которой $m_{ij}$ представляют собой некоторые оценки интенсивности принадлежности элементов $x_i \in X$ нечеткому множеству $\widetilde{A}$ по сравнению с элементами $x_j \in X$. Если предположить, что значения функции принадлежности $\mu_A$ известны для всех элементов $x \in X$,

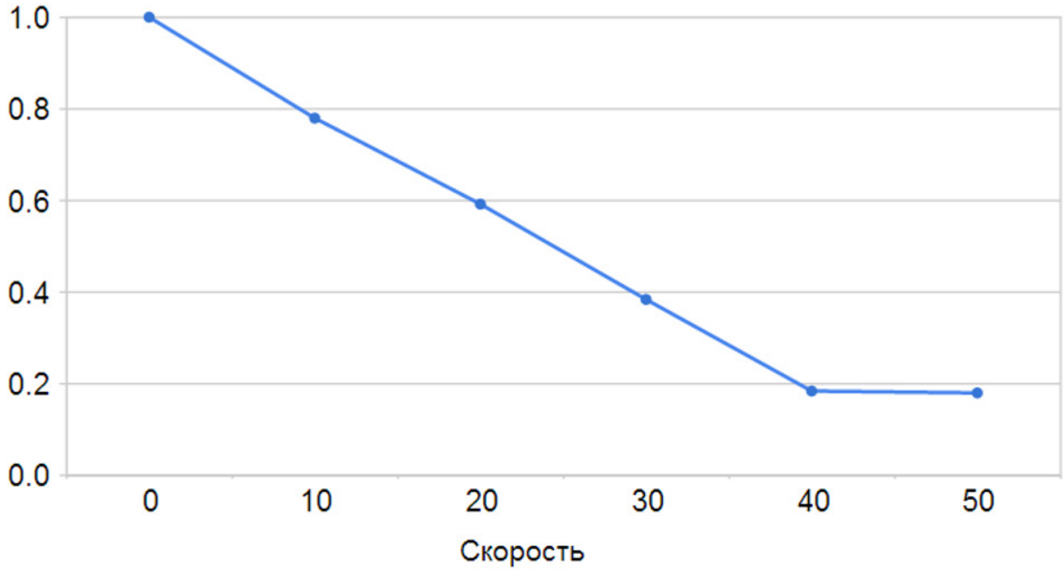


*Рис. 1. Функция принадлежности терма «малая»*

например $\mu_A(x_i) = r_i$ $(i \in I = \{1, 2, \dots, n\})$, то попарные сравнения можно представить матрицей отношений $M$, где $m_{ij} = r_i / r_j$. Если отношения точны, то получается соотношение $Mr = nr$, $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$, где $n$ – собственное значение матрицы $M$, по которому можно восстановить вектор $r$ (с учетом условия $\sum_{i=1}^{n} r_i = 1$). В общем случае эмпирический вектор $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ должен удовлетворять задаче на поиск собственного значения $Mr = \lambda_{\max}$, где $\lambda_{\max}$ – наибольшее собственное значение, и задача сводится к поиску вектора $r$, который удовлетворяет уравнению $Mr = \lambda_{\max} r$. Так как известно, что это уравнение имеет единственное решение, то значения координат собственного вектора, соответствующего максимальному собственному значению, деленные на их сумму, будут искомыми степенями принадлежности.

Для получения матрицы попарных сравнений производится опрос эксперта относительно того, насколько, по его мнению, величина $\mu_A(x_i)$ превышает величину $\mu_A(x_j)$, т. е. насколько элемент $x_i$ более значим для понятия, описываемого нечетким множеством $A$, чем элемент $x_j$. Понятия, которыми оперирует эксперт, и интерпретация этих понятий величинами $m_{ij}$ приведены в табл. 1.

Как следует из табл. 1, для улучшения согласованности оценок предполагается, что $m_{ij} m_{jk} = m_{ik}$, откуда $m_{ii} = 1$ для диагональных элементов и $m_{ij} = 1 / m_{ji}$ для элементов, симметричных относительно главной диагонали.

Предположим, что экспертный опрос проведен безупречно и матрица парных сравнений построена абсолютно точно. Тогда матрица $M$ имеет следующий вид:

Таблица 1

*Интерпретация значений интенсивности важности*

| Интенсивность важности | Качественная оценка | Объяснения |
|---|---|---|
| 0 | Несравнимость | Нет смысла сравнивать элементы |
| 1 | Одинаковая значимость | Элементы равны по значению |
| 3 | Слабо значимее | Существуют показания о предпочтении одного элемента другому, но показания неубедительные |
| 5 | Существенно или сильно значимее | Существуют хорошее доказательство и логические критерии, которые могут показать, что один из элементов более важен |
| 7 | Очевидно значимее | Существует убедительное доказательство большей значимости одного элемента по сравнению с другим |
| 9 | Абсолютно значимее | Максимально подтверждается ощутимость предпочтения одного элемента другому |
| 2, 4, 6, 8 | Промежуточные оценки между соседними оценками | Необходим компромисс |
| Обратные значения ненулевых значений | Если оценка $m_{ij}$ имеет ненулевое значение, приписанное на основании сравнения элемента $r_i$ с элементом $r_j$, то $m_{ji}$ имеет обратное значение $1 / m_{ij}$ | |

$$M = \begin{Vmatrix} \frac{r_1}{r_1} & \frac{r_1}{r_2} & \frac{r_1}{r_3} & \dots & \frac{r_1}{r_n} \\ \frac{r_2}{r_1} & \frac{r_2}{r_2} & \frac{r_2}{r_3} & \dots & \frac{r_2}{r_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{r_n}{r_1} & \frac{r_n}{r_2} & \frac{r_n}{r_3} & \dots & \frac{r_n}{r_n} \end{Vmatrix}.$$

В этом случае для определения $j$-го элемента вектора $r$ $(j \in I)$ можно воспользоваться следующей процедурой. Вычислим сумму элементов $i$-го столбца матрицы $M$. Получим, что эта сумма равна некоторому числу $k_j$, т. е. $\sum_{i=1}^{n} m_{ij} = k_j$. Из построения матрицы получаем, что:

$$\sum_{i=1}^{n} m_{ij} = \sum_{i=1}^{n} \frac{r_i}{r_j} = \frac{1}{r_j}. \qquad (10)$$

Таким образом, из (10) следует, что $r_j = 1 / k_j$. Продолжая процедуру по всем столбцам матрицы $M$, мы сможем построить искомый вектор $r$.

Предположим теперь, что матрица парных сравнений построена неточно. Тогда описанную процедуру определения вектора $r$ можно использовать для определения начального значения в итерационном методе решения уравнения $Mr = \lambda_{\max} r$. При этом отклонение $\lambda_{\max}$ от $n$ может использоваться для оценки точности решения уравнения на данном шаге. Начальная оценка вектора $r$ по предложенной процедуре в большинстве случаев получается достаточно хорошей и при отсутствии повышенных требований к точности определения вектора $r$ дальнейшее его уточнение может не проводиться.

Рассмотрим пример построения функции принадлежности модифицированным методом анализа иерархий Саати. Пусть для оценки высоты полёта малоразмерного беспилотного летательного аппарата используется лингвистическая переменная $\langle \text{"Высота"}, T, X \rangle$, где $T = \{\text{"малая"}, \text{"средняя"}, \text{"большая"}\}$ – терм-множество лингвистической переменной, $X = \{0, 500, 1000, 1500, \dots, 4000\}$ – базовое множество (высота полёта). Терм «средняя» характеризуется нечеткой переменной $\langle \text{"средняя"}, X, \widetilde{C} \rangle$. Требуется построить функцию принадлежности $\mu_C(x)$ нечеткого множества $\widetilde{C}$, описывающего терм «средняя», т. е. определить значения $\mu_C(x)$ $(x \in X)$. Опросом экспертов получена матрица парных сравнений, приведенная в табл. 2, которая после перехода от простых дробей к десятичным представлена в табл. 3. Определим по ней вектор $r$ и оценим точность его построения.

Для определения $r_1$ просуммируем элементы первого столбца матрицы $M$. Получаем, что $k_1 = 45$. Следовательно, $r_1 = 1/45 \approx 0{,}02$. Аналогично, $r_2 = 0{,}04$; $r_3 = 0{,}08$; $r_4 = 0{,}18$; $r_5 = 0{,}34$; $r_6 = 0{,}18$; $r_7 = 0{,}08$; $r_8 = 0{,}04$; $r_9 = 0{,}02$. Таким образом, $r = (0{,}02;\ 0{,}04;\ 0{,}08;\ 0{,}18;\ 0{,}34;\ 0{,}18;\ 0{,}08;\ 0{,}04;\ 0{,}02)$. Оценим теперь точность определения элементов вектора $r$. Для этого подставим вычисленное значение вектора $r$ в уравнение:

$$Mr = \lambda_{\max} r \qquad (11)$$

и определим отклонение значения $\lambda_{\max}$ от $n$.

Таблица 2

*Матрица попарных сравнений*

| | **0** | **500** | **1000** | **1500** | **2000** | **2500** | **3000** | **3500** | **4000** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0** | 1 | 1/2 | 1/7 | 1/8 | 1/9 | 1/8 | 1/7 | 1/2 | 1 |
| **500** | 2 | 1 | 1/2 | 1/5 | 1/7 | 1/5 | 1/2 | 1 | 2 |
| **1000** | 7 | 2 | 1 | 1/2 | 1/5 | 1/2 | 1 | 2 | 7 |
| **1500** | 8 | 5 | 2 | 1 | 1/2 | 1 | 2 | 5 | 8 |
| **2000** | 9 | 7 | 5 | 2 | 1 | 2 | 5 | 7 | 9 |
| **2500** | 8 | 5 | 2 | 1 | 1/2 | 1 | 2 | 5 | 8 |
| **3000** | 7 | 2 | 1 | 1/2 | 1/5 | 1/2 | 1 | 2 | 7 |
| **3500** | 2 | 1 | 1/2 | 1/5 | 1/7 | 1/5 | 1/2 | 1 | 2 |
| **4000** | 1 | 1/2 | 1/7 | 1/8 | 1/9 | 1/8 | 1/7 | 1/2 | 1 |

Таблица 3

*Матрица попарных сравнений в виде десятичных дробей*

| | **0** | **500** | **1000** | **1500** | **2000** | **2500** | **3000** | **3500** | **4000** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0** | 1 | 0,5 | 0,14 | 0,125 | 0,11 | 0,125 | 0,14 | 0,5 | 1 |
| **500** | 2 | 1 | 0,5 | 0,2 | 0,14 | 0,2 | 0,5 | 1 | 2 |
| **1000** | 7 | 2 | 1 | 0,5 | 0,2 | 0,5 | 1 | 2 | 7 |
| **1500** | 8 | 5 | 2 | 1 | 0,5 | 1 | 2 | 5 | 8 |
| **2000** | 9 | 7 | 5 | 2 | 1 | 2 | 5 | 7 | 9 |
| **2500** | 8 | 5 | 2 | 1 | 0,5 | 1 | 2 | 5 | 8 |
| **3000** | 7 | 2 | 1 | 0,5 | 0,2 | 0,5 | 1 | 2 | 7 |
| **3500** | 2 | 1 | 0,5 | 0,2 | 0,14 | 0,2 | 0,5 | 1 | 2 |
| **4000** | 1 | 0,5 | 0,14 | 0,125 | 0,11 | 0,125 | 0,14 | 0,5 | 1 |

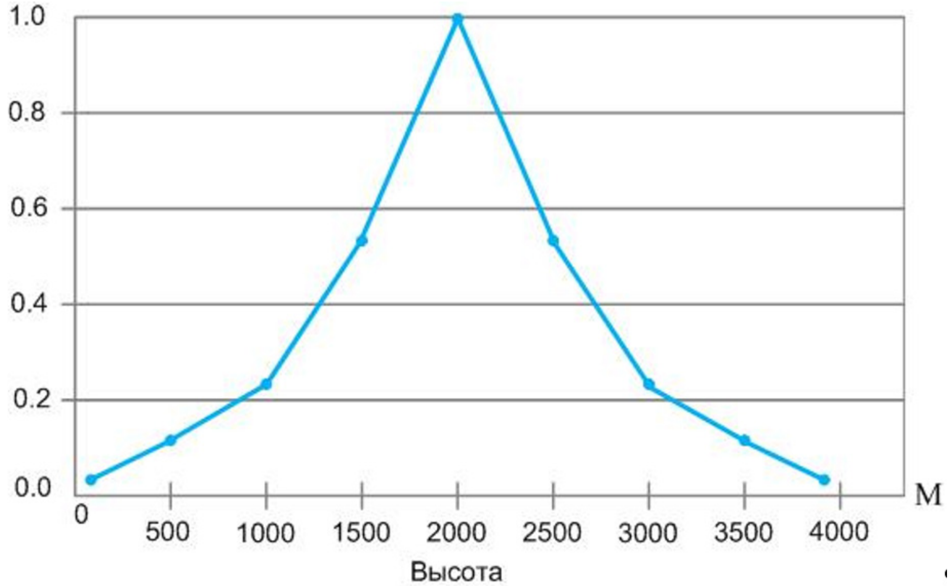


*Рис. 2. Функция принадлежности терма «средняя»*

Это отклонение и даст оценку точности определения вектора $r$.

После умножения матрицы $M$ на вектор $r$ получаем вектор (0,18; 0,36; 0,85; 1,57,2,96; 1,57; 0,85; 0,36; 0,18). Осталось оценить значение $\lambda_{\max}$. Поделим поэлементно вектор, полученный в результате перемножения матрицы $M$ и вектора $r$, на вектор $r$. Получим вектор (9; 9; 10,6; 8,7; 8,7; 8,7; 10,6; 9,9), в котором $i$-й элемент ($i \in I$) есть значение $\lambda_{\max}$, соответствующее элементу $r_i$ вектора $r$. Усредненное значение $\lambda_{\max}$ равно 9,25, следовательно отклонение $\lambda_{\max}$ от $n$ равно 0,25, точность решения равна 0,25/9 = 0.03. Для данного примера такая точность определения элементов вектора $r$ достаточна, поэтому дальнейшее уточнение значения $r$ не производится.

Таким образом, с точностью 3 % получаем
$\mu_C(0) = 0{,}02$; $\mu_C(500) = 0{,}04$;
$\mu_C(1000) = 0{,}08$; $\mu_C(1500) = 0{,}18$;
$\mu_C(2000) = 0{,}34$; $\mu_C(2500) = 0{,}18$;
$\mu_C(3000) = 0{,}08$; $\mu_C(3500) = 0{,}04$;
$\mu_C(4000) = 0{,}02$.

Для нормализации нечеткого множества $\widetilde{C}$ поделим все степени принадлежности на $\mu_C(2000)$. Получаем
$\mu_C(0) = \mu_C(4000) = 0{,}06$;
$\mu_C(500) = \mu_C(3500) = 0{,}12$;
$\mu_C(1000) = \mu_C(3000) = 0{,}24$;
$\mu_C(1500) = \mu_C(2500) = 0{,}53$;
$\mu_C(2000) = 1$.

В итоге имеем нечеткое множество $\widetilde{C}$ = {<0,06/0>, (0,12/500), (0,24/1000), (0,53/1500), (1/2000), (0,53/2500), (0,24/3000), (0,12/3500), (0,06/4000)}, по которому строится функция принадлежности терма «средняя» лингвистической переменной «Высота», изображенная на рис. 2.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье разработан подход к построению функций принадлежности систем поддержки принятия решений с нечёткой логикой, основанный на применении доработанных косвенных методов экспертного опроса, к которым относятся модифицированный метод Ягера и модифицированный метод анализа иерархий Саати. Данные методы основаны на более «осторожном» использовании мнения экспертов и применяются для снижения их субъективного влияния на результаты построения функций принадлежности, которое в ряде случаев приводит к сдвиганию оценки объектов в направлении концов оценочной шкалы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мелихов А. Н.* Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой / А. Н. Мелихов, Л. С. Бернштейн, С. Я. Коровин. – М. : Наука, 1990. – 272 с.

2. Нечёткие множества и теория возможностей. Последние достижения / Под ред. Р. Ягера. – М. : Радио и связь, 1986.

3. *Саати Т.* Аналитическое планирование. Организация систем / Т. Саати, К. Кернс. – М. : Радио и связь, 1991. – 224 с.

4. *Сирота А. А.* Основы теории управления в простых и сложных системах: учебное пособие / А. А. Сирота. – Воронеж: Воронежский государственный университет, 2005. – 182 с.

5. Статические и динамические экспертные системы / Э. В. Попов [и др.]. – М. : Финансы и статистика, 1996. – 211 с.

**Гриценко Сергей Александрович** – адъюнкт очной адъюнктуры Военного учебно-научного центра Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж).
Тел.: 8-909-210-15-00
E-mail: sergei_gricenko@bk.ru

**Храмов Владимир Юрьевич** – главный научный сотрудник НТЦ (ПРС ВВСТ) НИИИ (РЭБ) ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия» имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж).
Тел.: 8-903-030-94-88
E-mail: VU11111961@yandex.ru

**Gritsenko S. A.** – Military Graduate Student of the Military aviation forces “Military aviation academy named for prof. N. E. Zhukovsky and J. A. Gagarin” (Voronezh).
Tel.: 8-909-210-15-00
E-mail: sergei_gricenko@bk.ru.

**Khramov V. U.** – the main research the scientific and technical centre of counteraction to the robotised systems of arms of military and special technics of the Military aviation forces “Military aviation academy named for prof. N. E. Zhukovsky and J. A. Gagarin” (Voronezh). Chief of Department of the Air Force’s MESC “Air Force Academy”
Tel.: 8-903-030-94-88
E-mail: VU11111961@yandex.ru