
СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ РАЗРАБОТКИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

УДК 517.97, 532.526

ОБ ОДНОМ СПЕЦИАЛЬНОМ СЛУЧАЕ ЗНАЧЕНИЯ УПРАВЛЕНИЯ (ТЕМПЕРАТУРНОГО ФАКТОРА) В ТОЧКЕ ТОРМОЖЕНИЯ ГИПЕРЗВУКОВОГО ПОТОКА

Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко

Казанский национальный исследовательский технический университет
(КНИТУ-КАИ) им. А. Н. Туполева (г. Казань)

Поступила в редакцию 21.04.2017 г.

Аннотация. Исследуются свойства математической модели управления тепломассообменом в ламинарном пограничном слое на проницаемых цилиндрических и сферических поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов. Для специального случая значения управления (температурного фактора) в точке торможения гиперзвукового потока получены нелинейные системы алгебраических уравнений. Приведены результаты вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: управление, тепломассообмен, ламинарный пограничный слой, гиперзвуковые течения, проницаемые поверхности, точка торможения, температурный фактор, нелинейная система алгебраических уравнений.

Annotation. The hypersonic aircraft permeable cylindrical and spherical surfaces laminar boundary layer heat and mass transfer control mathematical model properties are investigated. The nonlinear algebraic equations systems are obtained for a special control (the temperature factor) value case in the hypersonic flow stagnation point. The computational experiments results are presented.

Keywords: control, heat and mass transfer, laminar boundary layer, hypersonic flows, permeable surfaces, stagnation point, temperature factor, nonlinear algebraic equations system.

ВВЕДЕНИЕ

В данной работе, являющейся расширенным вариантом материала доклада, представленного на Международную конференцию «ВВМШ-2017» [1] (секция «Качественные методы математического моделирования») и продолжающей исследования свойств математической модели ламинарного пограничного слоя (ЛПС) электропроводящего газа на проницаемых цилиндрических и сферических поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА) [2], представлены результаты вычислительных экспериментов, не вошедшие в [3, 4].

© Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко, 2017

Для специального случая значения управления – температурного фактора (ТФ) $\tau_w(0) = 1$:

1) проводится анализ алгебраических систем второго приближения ((15) и (31) из [2]), позволяющих определить параметры пограничного слоя в окрестности точки торможения (ТТ);

2) изучается решение «укороченных» алгебраических систем в точке торможения в зависимости от изменения управлений – вдува и магнитного поля (МП);

3) определяются локальные характеристики тепломассообмена (ТМО) (тепловой поток q_0 и коэффициент \bar{f}_0 при значащей степени касательного напряжения трения f_{mp}) из «укороченных» алгебраических си-

стем для значений вдува $m_0 \in [0;1]$ и МП $s_0 = \sigma B_0^2(0) \in [0;5 \cdot 10^4]$ [$T\pi / \text{Ом} \cdot \text{м}$].

1. ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЛОКАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТЕПЛОМАССООБМЕНА ОТ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ В ТОЧКЕ ТОРМОЖЕНИЯ ПРИ $\tau_w(0) \neq 1$

В процессе численного решения нелинейных алгебраических систем (15) и (31) из [2] вариант метода Ньютона использует метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. При $\tau_w(0) = 1$ метод Гаусса регистрирует падение ранга матрицы частных производных с 4 до 2. Проанализируем причины уменьшения ранга и определим физически реализуемую ветвь решения.

Для этого в диапазоне $[0,75;1,25]$ значений $\tau_0 = \tau_w(0)$ расширим, приведённые в работах [3–5] утверждения о характере зависимости параметров пограничного слоя – функций $\bar{\theta}_0(m_0, \tau_0, s_0)$, $\bar{\theta}_1(\dots)$, $\bar{\omega}_0(\dots)$, $\bar{\omega}_1(\dots)$, и параметров ТМО – функций $q_0 = q(0; m_0, \tau_0, s_0)$ и $\bar{f}_0 = \bar{f}(m_0, \tau_0, s_0)$, от управляемых воздействий (m_0, τ_0, s_0) в ТТ.

Пусть фиксированы значения неизменяемых параметров:

$$\text{число Maxa } M_\infty \in [10;40], \quad (1)$$

$$\text{высота полёта } H \in [10;30] \text{ [км]}, \quad (2)$$

$$\text{радиус тела } R \in [0,1;1] \text{ [м].} \quad (3)$$

Пусть диапазоны изменения управляемых параметров в ТТ ограничены следующим образом:

$$m_0 = m(0) \in [0;1], \quad (4)$$

$$s_0 = \sigma B_0^2(0) \in [0;5 \cdot 10^4] \text{ [Tл / Ом} \cdot \text{м].} \quad (5)$$

Для малого значения $\varepsilon > 0$ введём два диапазона изменения τ_0 :

$$T_\varepsilon^< = [0,75;1-\varepsilon], \quad (6)$$

$$T_\varepsilon^> = [1+\varepsilon;1,25]. \quad (7)$$

Утверждение 1. В условиях (1)–(5) зависимости $\bar{\theta}_0$, $\bar{\theta}_1$, $\bar{\omega}_0$, $\bar{\omega}_1$ от m_0 , τ_0 , s_0 приведены в следующей таблице (где $k = 0,1$):

Таблица 1

$\bar{\theta}_k \geq \bar{\theta}_{k,\min} > 0$	$\bar{\omega}_k : \begin{cases} \geq \bar{\omega}_k^<(\varepsilon) > 0, & \tau_0 \in T_\varepsilon^< \\ \leq \bar{\omega}_k^>(\varepsilon) < 0, & \tau_0 \in T_\varepsilon^> \end{cases}$
$\frac{\partial \bar{\theta}_k}{\partial m_0} > 0$	$\frac{\partial \bar{\omega}_k}{\partial m_0} : \begin{cases} > 0, & \tau_0 \in T_\varepsilon^< \\ < 0, & \tau_0 \in T_\varepsilon^> \end{cases}$
$\frac{\partial \bar{\theta}_k}{\partial \tau_0} < 0$	$\frac{\partial \bar{\omega}_k}{\partial \tau_0} < 0$
$\frac{\partial \bar{\theta}_k}{\partial s_0} > 0$	$\frac{\partial \bar{\omega}_k}{\partial s_0} : \begin{cases} > 0, & \tau_0 \in T_\varepsilon^< \\ < 0, & \tau_0 \in T_\varepsilon^> \end{cases}$

Здесь $\bar{\omega}_k^<(\varepsilon) = \min_{\tau_0 \in T_\varepsilon^<} \bar{\omega}_k > 0$, $\bar{\omega}_k^>(\varepsilon) = \max_{\tau_0 \in T_\varepsilon^>} \bar{\omega}_k < 0$.

Утверждение 2. В условиях (1)–(5) зависимости q_0 , \bar{f}_0 от m_0 , τ_0 , s_0 приведены в следующей таблице:

Таблица 2

$q_0 : \begin{cases} \geq q_0^<(\varepsilon) > 0, & \tau_0 \in T_\varepsilon^< \\ \leq q_0^>(\varepsilon) < 0, & \tau_0 \in T_\varepsilon^> \end{cases}$	$\bar{f}_0 \geq \bar{f}_{0,\min} > 0$
$\frac{\partial q_0}{\partial m_0} : \begin{cases} < 0, & \tau_0 \in T_\varepsilon^< \\ > 0, & \tau_0 \in T_\varepsilon^> \end{cases}$	$\frac{\partial \bar{f}_0}{\partial m_0} < 0$
$\frac{\partial q_0}{\partial \tau_0} < 0$	$\frac{\partial \bar{f}_0}{\partial \tau_0} > 0$
$\frac{\partial q_0}{\partial s_0} : \begin{cases} < 0, & \tau_0 \in T_\varepsilon^< \\ > 0, & \tau_0 \in T_\varepsilon^> \end{cases}$	$\frac{\partial \bar{f}_0}{\partial s_0} < 0$

Здесь $q_0^<(\varepsilon) = \min_{\tau_0 \in T_\varepsilon^<} q_0 > 0$, $q_0^>(\varepsilon) = \max_{\tau_0 \in T_\varepsilon^>} q_0 < 0$.

Замечания. 1) В таблицах 1 и 2 если не указан вариант диапазона (6) или (7), то результат верен для них обоих.

2) Величины $\bar{\theta}_{k,\min} > 0$, $\bar{f}_{0,\min} > 0$ зависят от параметров в условиях (1)–(5) и границ 0,75 и 1,25 в (6) и (7), но не зависят от ε .

2. ВЫВОД УКОРОЧЕННЫХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

Для боковой поверхности прямого кругового цилиндра алгебраическая система (15) из [2] имеет вид:

$$18m(0) - 10\bar{\theta}_0 - 7\bar{\theta}_1 + 8\bar{\omega}_0 + 10\bar{\omega}_1 +$$

$$+\frac{34b_0(0)C}{\bar{\theta}_0} - \frac{32b_1(0)C}{\bar{\theta}_1} + \\ +\frac{1}{5}C_0B_0^2 \cdot (5\bar{\theta}_0 + 10\bar{\theta}_1 - 4\bar{\omega}_0 - 11\bar{\omega}_1) = 0, \quad (8)$$

$$12m(0) - 4\bar{\theta}_0 - 7\bar{\theta}_1 - 4\bar{\omega}_0 + 8\bar{\omega}_1 + \\ +\frac{20b_0(0)C}{\bar{\theta}_0} - \frac{16b_1(0)C}{\bar{\theta}_1} + \\ +\frac{2}{5}C_0B_0^2 \cdot (5\bar{\theta}_1 - \bar{\omega}_0 - 4\bar{\omega}_1) = 0, \quad (9)$$

$$(1 - \tau_w(0)) \cdot \bar{\theta}_0 - \bar{\omega}_0 = 0, \quad (10)$$

$$6m(0) \frac{\bar{\omega}_0}{\bar{\theta}_0} - \bar{\omega}_0 - 4\bar{\omega}_1 + \frac{\bar{\omega}_0^2}{\bar{\theta}_0} + 4 \frac{\bar{\omega}_1^2}{\bar{\theta}_1} + 6 \frac{\bar{\omega}_0 b_0(0)C}{\bar{\theta}_0^2} + \\ + C \left(\frac{1}{Pr} + 1 \right) \left[\frac{b_0(0)}{\bar{\theta}_0} \left(-3 \frac{\bar{\omega}_0}{\bar{\theta}_0} + 4 \frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\theta}_1} \right) - 4 \frac{b_1(0)}{\bar{\theta}_1} \frac{\bar{\omega}_0}{\bar{\theta}_0} \right] - \\ - \frac{6Cb_0(0)}{Pr \bar{\theta}_0} \left(-3 \frac{\bar{\omega}_0}{\bar{\theta}_0} + 4 \frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\theta}_1} \right) + \\ + \frac{1}{10} B_0^2 C_0 \left(10\bar{\omega}_1 - \frac{\bar{\omega}_0^2}{\bar{\theta}_0} - 8 \frac{\bar{\omega}_1^2}{\bar{\theta}_1} \right) = 0, \quad (11)$$

где (обозначения по [2])

$$C = \sqrt{\frac{\gamma - 1}{\gamma} \left(1 - \frac{P_\infty}{P_{e_0}} \right)}, \quad C_0 = C \frac{\sigma V_{\max} l}{\rho_{e_0} h_{e_0}}.$$

Для всевозможных последовательностей $(\tau_{0,j}^-)_{j=1,2,\dots}$, $(\tau_{0,j}^+)_{j=1,2,\dots}$, таких, что $\tau_{0,j}^- \in [0, 75; 1]$ и $\tau_{0,j}^- \rightarrow 1$ при $j \rightarrow \infty$, $\tau_{0,j}^+ \in (1; 1, 25]$ и $\tau_{0,j}^+ \rightarrow 1$ при $j \rightarrow \infty$, найдём [3] решения $(\bar{\theta}_{0,j}^\pm, \bar{\theta}_{1,j}^\pm, \bar{\omega}_{0,j}^\pm, \bar{\omega}_{1,j}^\pm)$ системы (8)–(11). В соответствии с Утверждением 1 (см. таблицу 1) для $k = 0, 1$

$$\bar{\theta}_{k,j}^\pm > 0, \quad \bar{\omega}_{k,j}^- < 0, \quad \bar{\omega}_{k,j}^+ > 0.$$

Из (10) следует (поскольку $\bar{\theta}_{0,j}^\pm > 0$), что

$$\bar{\omega}_{0,j}^\pm \rightarrow 0 \quad \text{при } j \rightarrow \infty. \quad (12)$$

Замечание. Отсюда следует, что для $\bar{\omega}_0^<(\varepsilon)$ и $\bar{\omega}_0^>(\varepsilon)$ из Утверждения 1 верно: $\bar{\omega}_0^<(\varepsilon) \rightarrow 0$ и $\bar{\omega}_0^>(\varepsilon) \rightarrow 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Далее, уравнение (11) с учётом (12) эквивалентно (поскольку $\bar{\theta}_{1,j}^\pm > 0$)

$$\bar{\omega}_{1,j}^\pm \left[\left(1 - \frac{1}{5} B_0^2 C_0 \right) \bar{\omega}_{1,j}^\pm + \left(\frac{1}{4} B_0^2 C_0 - 1 \right) \bar{\theta}_{1,j}^\pm + \left(1 - \frac{5}{Pr} \right) \frac{Cb_0(0)}{\bar{\theta}_{0,j}^\pm} \right] = O(\bar{\omega}_{0,j}^\pm), \quad (13)$$

Учитывая, что для двух множителей в левой части (13) физически реализуемым [2] (при $\tau_w(0) = 1$ локальный тепловой поток $q_0 = 0$) является случай $\bar{\omega}_{1,j}^\pm \rightarrow 0$ (для $j \rightarrow \infty$), систему уравнений (8), (9) перепишем в виде

$$18m(0) - 10\bar{\theta}_{0,j}^\pm - 7\bar{\theta}_{1,j}^\pm + \frac{34b_0(0)C}{\bar{\theta}_{0,j}^\pm} - \frac{32b_1(0)C}{\bar{\theta}_{1,j}^\pm} + \\ + C_0 B_0^2 \cdot (\bar{\theta}_{0,j}^\pm + 2\bar{\theta}_{1,j}^\pm) = O(\bar{\omega}_{0,j}^\pm) + O(\bar{\omega}_{1,j}^\pm), \quad (14)$$

$$12m(0) - 4\bar{\theta}_{0,j}^\pm - 7\bar{\theta}_{1,j}^\pm + \frac{20b_0(0)C}{\bar{\theta}_{0,j}^\pm} - \frac{16b_1(0)C}{\bar{\theta}_{1,j}^\pm} + \\ + C_0 B_0^2 \cdot 2\bar{\theta}_{1,j}^\pm = O(\bar{\omega}_{0,j}^\pm) + O(\bar{\omega}_{1,j}^\pm). \quad (15)$$

В силу произвольности последовательностей $(\tau_{0,j}^\pm)_{j=1,2,\dots}$ и компактности множества (1)–(5) окончательно получим (для $\bar{\omega}_0 = \bar{\omega}_1 = 0$):

$$18m(0) - 10\bar{\theta}_0 - 7\bar{\theta}_1 + \frac{34b_0(0)C}{\bar{\theta}_0} - \frac{32b_1(0)C}{\bar{\theta}_1} + \\ + C_0 B_0^2 \cdot (\bar{\theta}_0 + 2\bar{\theta}_1) = 0, \quad (16)$$

$$12m(0) - 4\bar{\theta}_0 - 7\bar{\theta}_1 + \frac{20b_0(0)C}{\bar{\theta}_0} - \frac{16b_1(0)C}{\bar{\theta}_1} + \\ + C_0 B_0^2 \cdot 2\bar{\theta}_1 = 0. \quad (17)$$

Для поверхности сферического носка алгебраическая система (31) из [2] при $\tau_w(0) = 1$ и $\bar{\omega}_0 = \bar{\omega}_1 = 0$ аналогичным образом приводится к виду:

$$18m(0) - 11\bar{\theta}_0 - 7\bar{\theta}_1 + \frac{34b_0(0)C}{\bar{\theta}_0} - \frac{32b_1(0)C}{\bar{\theta}_1} + \\ + C_0 B_0^2 \cdot (\bar{\theta}_0 + 2\bar{\theta}_1) = 0, \quad (18)$$

$$12m(0) - 4\bar{\theta}_0 - 8\bar{\theta}_1 + \frac{20b_0(0)C}{\bar{\theta}_0} - \frac{16b_1(0)C}{\bar{\theta}_1} + \\ + C_0 B_0^2 \cdot 2\bar{\theta}_1 = 0. \quad (19)$$

3. ОБЛАСТИ ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ «ТЕПЛО – ТРЕНИЕ»

Приведём для $\tau_0 \in [0, 75; 1, 25]$ рисунки, дополняющие иллюстрации статьи [4], в которых $\tau_0 \in [0; 0, 999]$. При $\tau_0 \neq 1$ в расчётах использованы полные системы (15) и (31) из [2], при $\tau_0 = 1$ – системы (16), (17) и (18), (19) с $\bar{\omega}_0 = \bar{\omega}_1 = 0$. Случаям обтекания боковой поверхности прямого кругового цилиндра соответствуют рисунки с нечётными номерами, случаям обтекания поверхности сферическо-

го носка – с чётными. Расчёты проведены при $M_\infty = 10$, $R = 0,1$ [м], $H = 10$ [км] для удобства сравнения с результатами [3, 5–10]. Размерность [$T_\text{л} / \text{Ом} \cdot \text{м}$] управляющего параметра s_0 для краткости далее в тексте не приводится.

Обозначим $M^c = [0; 1]$, $T^c = [0,75; 1,25]$,

$$S^c = [0; 5 \cdot 10^4], M_{05}^d = \{0; 0,05; \dots; 1\},$$

$$M_{25}^d = \{0; 0,25; \dots; 1\}, T_{05}^d = \{0,75; 0,80; \dots; 1,25\},$$

$$T_{15;10}^d = \{0,75; 0,90; 1,00; 1,10; 1,25\},$$

$$S_{25}^d = \{0; 25 \cdot 10^3; 50 \cdot 10^3\}.$$

На рис. 1 и 2 МП отсутствует, сетка образована семействами линий

$$\left\{ \left\{ (m_0, \tau_0, s_0) \mid m_0 \in M^c \right\} \mid \tau_0 \in T_{05}^d, s_0 = 0 \right\},$$

$$\left\{ \left\{ (m_0, \tau_0, s_0) \mid \tau_0 \in T^c \right\} \mid m_0 \in M_{05}^d, s_0 = 0 \right\}.$$

На рис. 3 и 4 представлены три семейства линий, соответствующих сочетаниям варьируемых параметров:

$$M = \left\{ \left\{ (m_0, \tau_0, s_0) \mid m_0 \in M^c \right\} \mid \tau_0 \in T_{15;10}^d, s_0 \in S_{25}^d \right\},$$

$$T = \left\{ \left\{ (m_0, \tau_0, s_0) \mid \tau_0 \in T^c \right\} \mid m_0 \in M_{25}^d, s_0 \in S_{25}^d \right\},$$

$$S = \left\{ \left\{ (m_0, \tau_0, s_0) \mid s_0 \in S^c \right\} \mid m_0 \in M_{25}^d, \tau_0 \in T_{15;10}^d \right\}$$

и отмечены точки A_1 , B_1 , C_1 , D_1 (сочетания значений параметров, характеризующие их, указаны в скобках):

$$A_1: (m_0 = 0, \tau_0 = 0,75, s_0 = 0),$$

$$B_1: (m_0 = 1, \tau_0 = 0,75, s_0 = 0),$$

$$C_1: (m_0 = 0, \tau_0 = 1,25, s_0 = 0),$$

$$D_1: (m_0 = 0, \tau_0 = 0,75, s_0 = 5 \cdot 10^4).$$

Рис. 5 и 6 демонстрируют влияние МП s_0 : приведены линии семейств M и T . Рис. 7 и 8 демонстрируют влияние ТФ τ_0 : приведены линии семейств M и S . На рисунках помечен случай $\tau_0 = 1$, соответствующий вырождению области $\Omega = \{(q_0, f_0)\}$ в линию ($q_0 = 0$). Также можно отметить различие ориентаций элементарных площадок (dm_0, ds_0) при $\tau_0 < 1$ и при $\tau_0 > 1$. Рис. 9 и 10 демонстрируют влияние вдува m_0 : приведены линии семейств T и S .

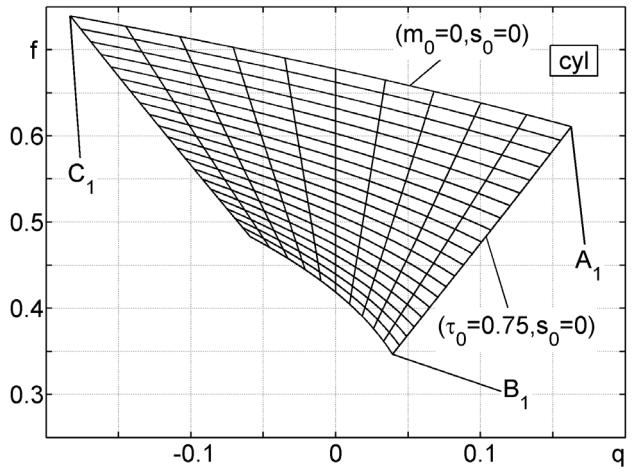


Рис. 1. Область $\Omega = \{(q_0, \bar{f}_0)\}$ в отсутствии МП ($s_0 = 0$) для случая цилиндра

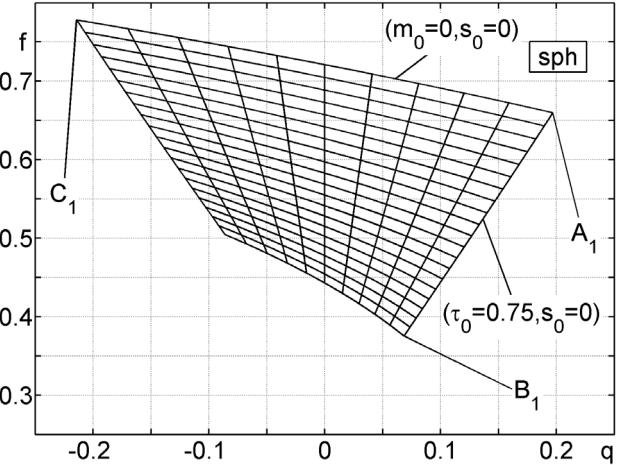


Рис. 2. Область $\Omega = \{(q_0, \bar{f}_0)\}$ в отсутствии МП ($s_0 = 0$) для случая сферы

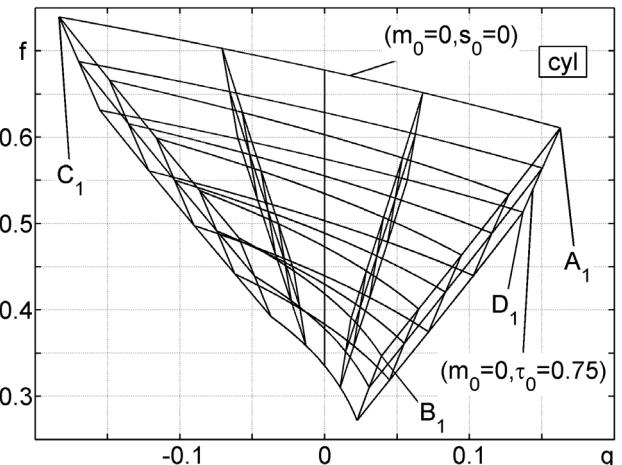


Рис. 3. Три семейства линий (случай цилиндра)

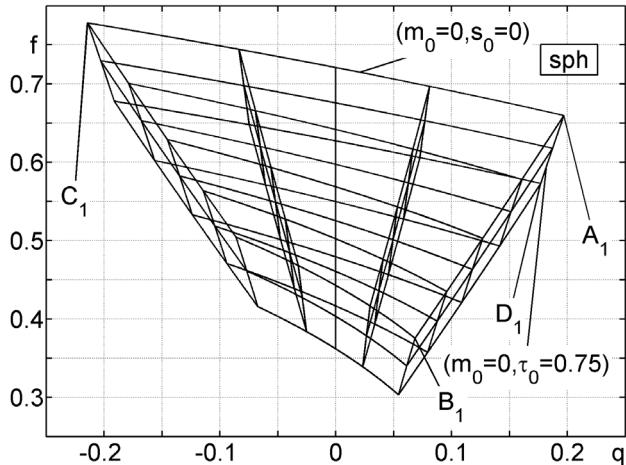


Рис. 4. Три семейства линий (случай сферы)

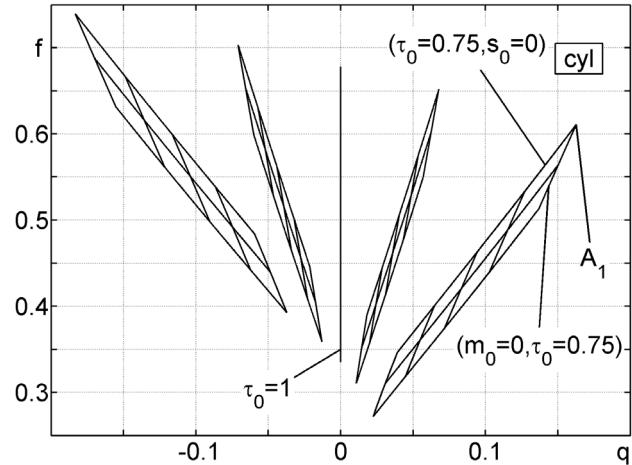


Рис. 7. Области допустимых значений
 $\Omega = \{(q_0, \bar{f}_0)\}$ в случае цилиндра для $\tau_0 \in T_{15;10}^d$

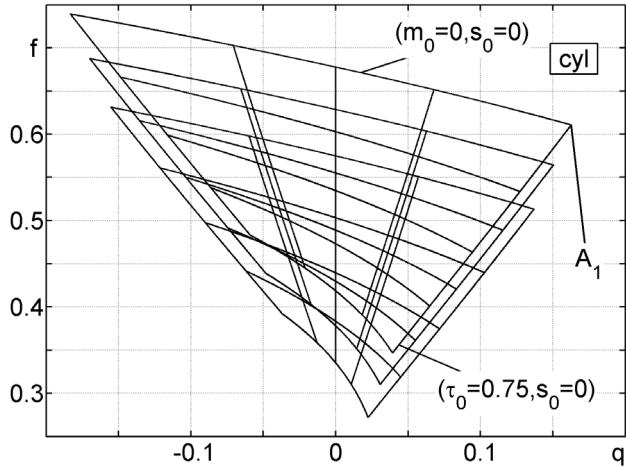


Рис. 5. Области допустимых значений
 $\Omega = \{(q_0, \bar{f}_0)\}$ в случае цилиндра для $s_0 \in S_{25}^d$

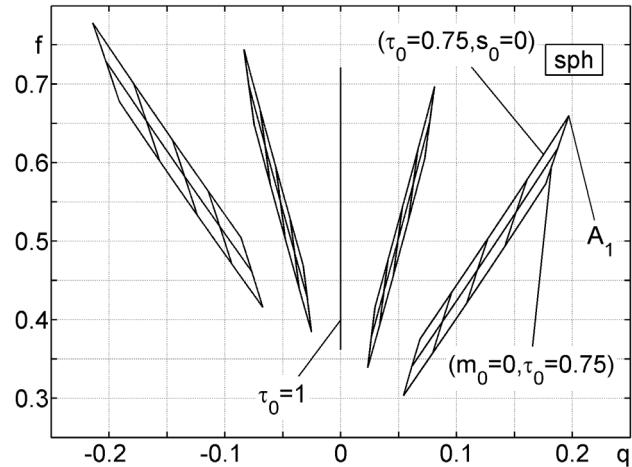


Рис. 8. Области допустимых значений
 $\Omega = \{(q_0, \bar{f}_0)\}$ в случае сферы для $\tau_0 \in T_{15;10}^d$

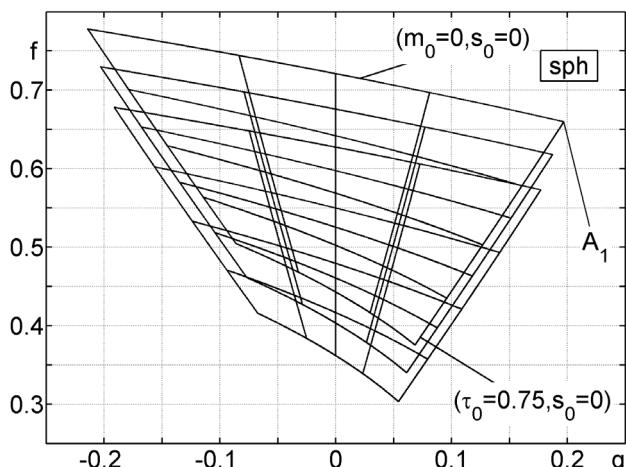


Рис. 6. Области допустимых значений
 $\Omega = \{(q_0, \bar{f}_0)\}$ в случае сферы для $s_0 \in S_{25}^d$

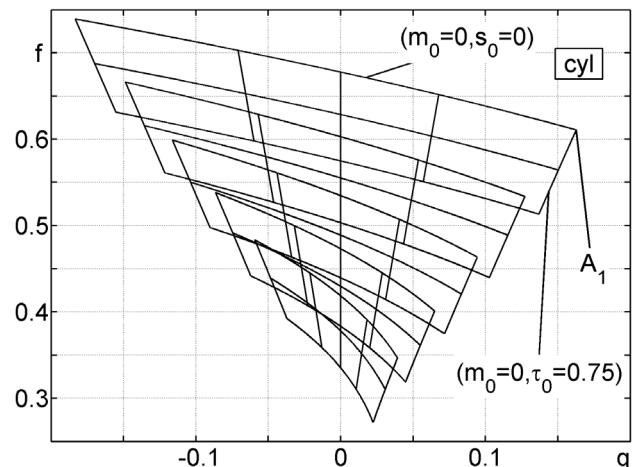


Рис. 9. Области допустимых значений
 $\Omega = \{(q_0, \bar{f}_0)\}$ в случае цилиндра для $m_0 \in M_{25}^d$

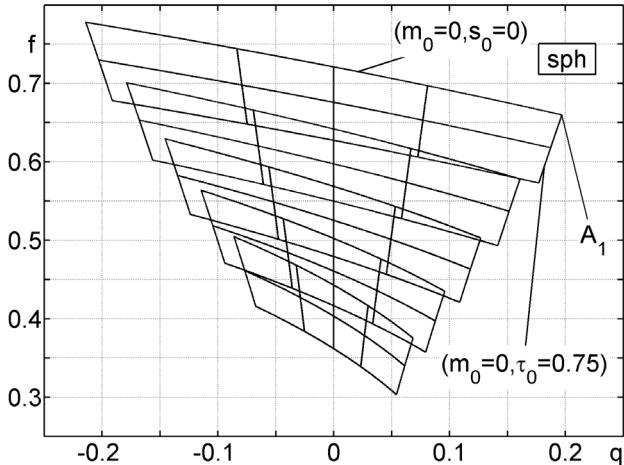


Рис. 10. Области допустимых значений $\Omega = \{(q_0, \bar{f}_0)\}$ в случае сферы для $m_0 \in M_25^d$

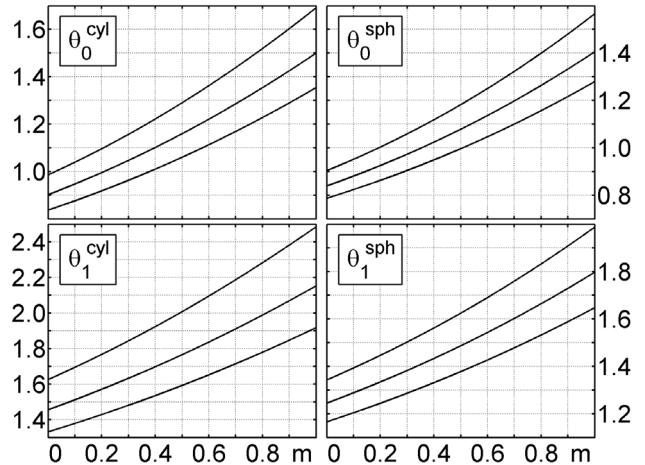


Рис. 11. Зависимости $\bar{\theta}_0$, $\bar{\theta}_1$ от $m_0 \in M^c$ при $\tau_0 = 1$ для $s_0 \in S_{25}^d$

4. ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЛОКАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТЕПЛОМАССООБМЕНА ОТ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ В ТОЧКЕ ТОРМОЖЕНИЯ ПРИ $\tau_w(0) = 1$

Для случая $\tau_0 = 1$ дополним таблицу 2 из Утверждения 2, а также приведём вариант Утверждений 4–6 из [4].

Утверждение 3. В условиях (1)–(5) зависимости $q_0 = q(0; m_0, \tau_0, s_0)$ от m_0 , τ_0 , s_0 при $\tau_0 = 1$ имеют вид

$$q_0 = 0, \frac{\partial q_0}{\partial m_0} = 0, \frac{\partial q_0}{\partial \tau_0} < 0, \frac{\partial q_0}{\partial s_0} = 0,$$

$$\frac{D(q_0, \bar{f}_0)}{D(m_0, \tau_0)} = \det \frac{\partial(q_0, \bar{f}_0)}{\partial(m_0, \tau_0)} =$$

$$= 0 \cdot \frac{\partial \bar{f}_0}{\partial \tau_0} - \frac{\partial q_0}{\partial \tau_0} \cdot \frac{\partial \bar{f}_0}{\partial m_0} < 0,$$

$$\frac{D(q_0, \bar{f}_0)}{D(\tau_0, s_0)} = \det \frac{\partial(q_0, \bar{f}_0)}{\partial(\tau_0, s_0)} =$$

$$= \frac{\partial q_0}{\partial \tau_0} \cdot \frac{\partial \bar{f}_0}{\partial s_0} - 0 \cdot \frac{\partial \bar{f}_0}{\partial \tau_0} > 0,$$

$$\frac{D(q_0, \bar{f}_0)}{D(m_0, s_0)} = \det \frac{\partial(q_0, \bar{f}_0)}{\partial(m_0, s_0)} =$$

$$= \frac{\partial q_0}{\partial m_0} \cdot \frac{\partial \bar{f}_0}{\partial s_0} - \frac{\partial q_0}{\partial s_0} \cdot \frac{\partial \bar{f}_0}{\partial m_0} = 0.$$

Дополним рис. 7 и 8 для случая $\tau_0 = 1$ графиками зависимостей (аналогично [3, 5]) $\bar{\theta}_0$, $\bar{\theta}_1$ (рис. 11, 12) и \bar{f}_0 (рис. 13, 14) от $m_0 \in M^c$ при $s_0 \in S_{25}^d$ и от $s_0 \in S^c$ при $m_0 \in M_{25}^d$.

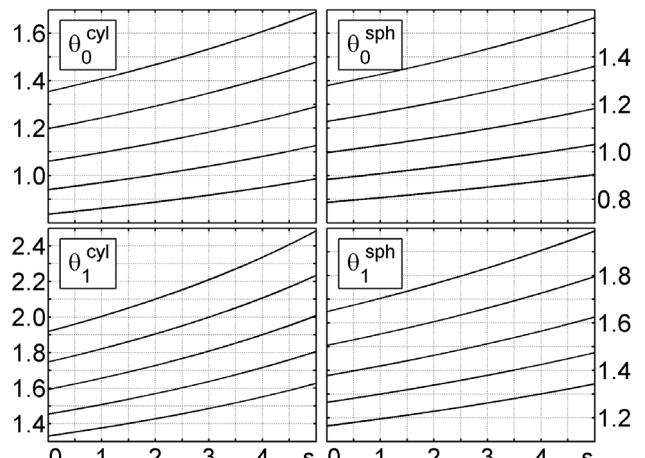


Рис. 12. Зависимости $\bar{\theta}_0$, $\bar{\theta}_1$ от $s_0 \in S^c$ при $\tau_0 = 1$ для $m_0 \in M_{25}^d$

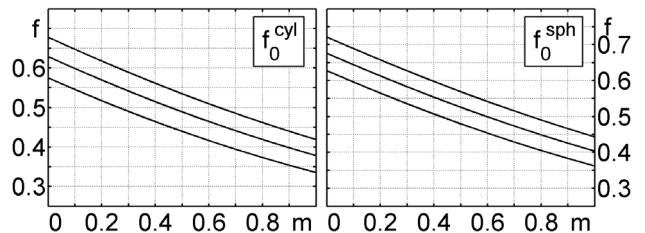


Рис. 13. Зависимости \bar{f}_0 от $m_0 \in M^c$ при $\tau_0 = 1$ для $s_0 \in S_{25}^d$

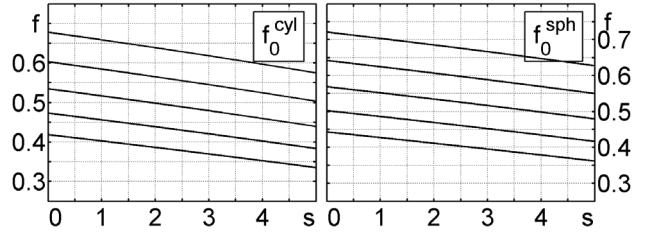


Рис. 14. Зависимости \bar{f}_0 от $s_0 \in S^c$ при $\tau_0 = 1$ для $m_0 \in M_{25}^d$

На рис. 11 нижние и на рис. 13 верхние кривые соответствуют $s_0 = 0$, на рис. 12 нижние и на рис. 14 верхние кривые соответствуют $m_0 = 0$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ свойств математической модели управления ламинарным пограничным слоем на проницаемых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов для одного специального случая значения температурного фактора в точке торможения позволяет изучить характер влияния вдува и магнитного поля на характеристики тепломассообмена и учесть его при проведении дальнейших исследований (в частности, при решении обратных и оптимизационных задач).

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (уникальный идентификатор соглашения – RFMEFI57715X0195).

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, госконтракт в рамках 220-го постановления № 14. Z50.31.0023.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бильченко Г. Г. Об одном специальном случае значения температурного фактора в точке торможения гиперзвукового потока / Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко // Современные методы теории краевых задач: материалы междунар. конф.: ВВМШ «Понtryгинские чтения – XXVIII» (3–9 мая 2017 г.) / Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2017. – С. 38–41.

2. Бильченко Н. Г. Метод А. А. Дородницина в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях в ламинарном пограничном слое электропроводящего газа / Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2016. – № 1. – С. 5–14.

3. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях в ламинарном пограничном слое

электропроводящего газа / Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2016. – № 3. – С. 5–11.

4. Бильченко Г. Г. Обратные задачи тепломассообмена на проницаемых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов. III. О постановке двумерных задач и областях допустимых значений «тепло – трение» / Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2017. – № 1. – С. 18–25.

5. Бильченко Г. Г. Обратные задачи тепломассообмена на проницаемых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов. I. О некоторых постановках и возможности восстановления управления / Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2016. – № 4. – С. 5–12.

6. Бильченко Г. Г. Обратные задачи тепломассообмена на проницаемых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов. II. О некоторых вычислительных экспериментах / Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2016. – № 4. – С. 13–19.

7. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полёта / Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика и математика. – 2015. – № 1. – С. 83–94.

8. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях тел вращения при гиперзвуковых режимах полёта / Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2015. – № 1. – С. 5–8.

9. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полёта: сравнительный анализ применения

«простых» законов вдува / Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж гос. ун-та. Сер. Физика. Математика. – 2015. – № 1. – С. 95–102.

10. Бильченко Г. Г. О возможности восстановления управления в некоторых обратных задачах тепломассообмена / Г. Г. Биль-

ченко, Н. Г. Бильченко // Сеточные методы для краевых задач и приложения. Материалы Одиннадцатой Международной конференции. – Казань : Казанский университет, 2016. – С. 64–69.

Бильченко Григорий Григорьевич – канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории № 16 (при кафедре Теплотехники и энергетического машиностроения) Казанского национального исследовательского технического университета (КНИТУ-КАИ) им. А. Н. Туполева.

Тел.: +7-905-319-1843

E-mail: ggbil2@gmail.com

Bilchenko Grigorij Grigorievich – Candidate of Science in Physics and Mathematics, Researcher of Research Laboratory #16, Department of Heat Engineering and Power Engineering Machinery, Kazan National Research Technical University (KNRTU-KAI) named after A. N. Tupolev, Kazan, Russian Federation.

Tel.: +7-905-319-1843

E-mail: ggbil2@gmail.com

Бильченко Наталья Григорьевна – канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории № 16 (при кафедре Теплотехники и энергетического машиностроения) Казанского национального исследовательского технического университета (КНИТУ-КАИ) им. А. Н. Туполева.

Тел.: +7-905-319-1842

E-mail: bilchnat@gmail.com

Bilchenko Natalya Grigorievna – Candidate of Science in Physics and Mathematics, Researcher of Research Laboratory #16, Department of Heat Engineering and Power Engineering Machinery, Kazan National Research Technical University (KNRTU-KAI) named after A. N. Tupolev, Kazan, Russian Federation.

Tel.: +7-905-319-1842

E-mail: bilchnat@gmail.com