УДК 519.85

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НЕЧЕТКОЙ МНОГОЦЕЛЕВОЙ ЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С ПОМОЩЬЮ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ ЦЕЛЕВЫМИ ФУНКЦИЯМИ

Е. М. Аристова

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 06.02.2017 г.

Аннотация. В статье рассматривается задача нечеткого многоцелевого линейного программирования. Предлагается алгоритм для ее решения, основанный на определении коэффициента взаимодействия между целевыми функциями. Рассматривается практическая задача, для решения которой применяется данный алгоритм.
Ключевые слова: нечеткое множество, нечеткое число, многоцелевая задача линейной оптимизации, коэффициент взаимодействия между нечеткими целевыми функциями, правила для принятия решений, кооперирующие, конфликтующие и независимые функции.
Annotation. In article the problem of fuzzy multi-criteria linear programming is considered. The algorithm for its decision based on determination of criterion functions coefficient interaction is offered. The practical problem to which solution this algorithm is applied is considered.
Keywords: fuzzy set, fuzzy number, multi-criteria linear optimization problem, coefficient of interaction between fuzzy criterion functions, decision making rules, cooperating, clashing and independent functions.

ВВЕДЕНИЕ

При моделировании процессов принятия решений наиболее значимыми факторами являются неопределенность и многокритериальность, причем в некоторых исследованиях иногда отмечается, что многокритериальность является следствием неопределенности. Неопределенность имеет разные интерпретации и обусловлена не только влиянием внешней среды, но и характеристиками исходной информации о ситуации принятия решений. И если первый из перечисленных источников неопределенности учитывается с помощью теории вероятности и математической статистики, то второй – с помощью аппарата нечеткой математики [1].

ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Введем некоторые определения. Пусть U – универсальное множество и x – элемент U. *Нечетким множеством* $A \subseteq U$ называется множество пар вида $A = \{(X, \mu_A(x))\}$, при этом $\mu_A(x) \in M$ (M – *множество принадлежностей*) [1, 4].

В теории нечетких множеств функция принадлежности играет значительную роль, все действия с нечеткими объектами производятся через операции с их функциями принадлежности. *Функция принадлежности* ставит в соответствие каждому значению x заданной переменной некоторое число из интервала [0, 1] $\mu_A(x): X \to [0,1]$, $x \in X$. Это число называется *степенью принадлежности* и характеризует степень, с которой элемент x принадлежит нечеткому множеству A.

Для описания объектов в условиях неопределенности используется понятие *нечеткой переменной* [6], которая задается тройкой $<\alpha, U, A>$, где

α – название нечеткой переменной,

U – универсальное множество,

A – нечеткое множество на U, описывающее ограничения назначения нечеткой переменной.

Нечеткой величиной называется нечеткая переменная, заданная на множестве действительных чисел $(U = R)$ и удовлетворяющая условиям:

1) $\mu_A(x)$ – непрерывная функция;

2) выполняется условие нормировки $\sup\limits_{x\in R}\mu_A(x) = 1$;

3) $\mu_A(x)$ – выпукла, т. е.

$x_i \le x_j \le x_k \to \mu_A(x_j) = \max\{\mu_A(x_i), \mu_A(x_k)\}$.

Нечеткое число A – нечеткая величина A, функция принадлежности $\mu_A(x)$ которой является выпуклой и унимодальной на R, т. е. существует единственный элемент x, для которого $\mu_A(x) = 1$. Нечеткое унимодальное число $A = (m, \alpha, \beta)$ является *нечетким LR-числом*, если

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m-x}{\alpha}\right), & \forall x \le m, \alpha > 0, \\ R\left(\dfrac{x-m}{\beta}\right), & \forall x \ge m, \beta > 0, \end{cases}$$

где m – среднее значение (мода/модальное значение) нечеткого числа;

α, β – левый и правый коэффициенты нечеткости соответственно.

Классическая арифметика предоставляет методы выполнения операций сложения, вычитания, умножения и деления над четкими числами. В нечеткой арифметике базовые математические операции над нечеткими числами представляют собой обобщение соответствующих операций над обычными числами. Правила такого обобщения предложены Заде в виде принципа обобщения [1, 6].

Главная цель нечеткой оптимизации – помочь лицу, принимающему решение (ЛПР), разобраться в выдвинутых им допущениях. Нечеткий подход не подменяет собой простейшего анализа в поисках разумной точности, а облегчает задачу ЛПР, позволяя ему не формулировать явно точные ограничения. Вот почему плодотворный обмен идеями между теорией нечетких множеств и классической оптимизацией может явиться значительным шагом к созданию новых методов.

Очень часто в реальных задачах сложно указать точные значения коэффициентов, а можно лишь указать интервалы, в которые может попасть значение коэффициента, т. е. существует возможность представить коэффициент в виде нечеткого числа. Таким образом, при решении задачи многоцелевой оптимизации возникает векторный критерий, компонентами которого являются нечеткие целевые функции [1].

ЗАДАЧА МНОГОЦЕЛЕВОЙ НЕЧЕТКОЙ ЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ И КОЭФФИЦИЕНТ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЕЕ ЦЕЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

Рассмотрим многоцелевую задачу линейной оптимизации

$$\begin{cases} F_i(x) = \sum\limits_{k=1}^{n} \tilde{c}_k^i x_k \to \max \quad (i = \overline{1,n}), \\ \qquad x \in X \subseteq R^n, \end{cases} \tag{1}$$

где $\tilde{c}_k^i$ – коэффициент i-ой целевой функции, стоящий на k-м месте, который является нечетким и представляется в виде нечеткого LR-числа.

Коэффициент взаимодействия целевых функций в задаче многоцелевой оптимизации определен в [1, 5]. Для задачи (1) коэффициент взаимодействия между нечеткими целевыми функциями определяется по формуле

$$\tilde{k}_{ij} = \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} \tilde{c}_k^i \tilde{c}_k^j}{\sqrt{\sum\limits_{l=1}^{n}\left(\tilde{c}_l^i\right)^2}\sqrt{\sum\limits_{l=1}^{n}\left(\tilde{c}_l^j\right)^2}}. \tag{2}$$

Лемма [1]. Пусть $\tilde{a} = (\tilde{a}_1, \ldots, \tilde{a}_n)$, $\tilde{b} = (\tilde{b}_1, \ldots, \tilde{b}_n)$ – векторы, у которых каждая компонента представляет собой нечеткое LR-число, т. е. $\tilde{a}_i = (a_i, \underline{\alpha}_i, \overline{\alpha}_i)_{LR}$, $\tilde{b}_i = (b_i, \underline{\beta}_i, \overline{\beta}_i)_{LR}$, тогда их скалярное произведение $(\tilde{a}, \tilde{b})_{LR}$ представляет собой нечеткое LR-число вида

$$\left(\sum_{i=1}^{n} a_i b_i, \sum_{i=1}^{n} a_i \underline{\beta}_i + \sum_{i=1}^{n} b_i \underline{\alpha}_i - \sum_{i=1}^{n} \underline{\alpha}_i \underline{\beta}_i, \right.$$
$$\left. \sum_{i=1}^{n} a_i \overline{\beta}_i + \sum_{i=1}^{n} b_i \overline{\alpha}_i + \sum_{i=1}^{n} \overline{\alpha}_i \overline{\beta}_i \right).$$

На основе данной леммы и операций над нечеткими числами приходим к теореме.

Теорема [1, 2]. Пусть $\tilde{c}^i$ и $\tilde{c}^j$ – векторы коэффициентов i-ой и j-ой целевых функций в задаче (1), компоненты которых представляют собой нечеткие числа вида $(c_k^i, \alpha_k^i, \beta_k^i)_{LR}$ и $(c_k^j, \alpha_k^j, \beta_k^j)_{LR}$ соответственно. Тогда в качестве коэффициента взаимодействия $\tilde{k}_{ij}$ между ними выбирается одно из двух согласованных между собой нечетких LR-чисел:

$$\tilde{k}_{ij}^1 = (m, \alpha, \beta_1)_{LR} \text{ или } \tilde{k}_{ij}^2 = (m, \alpha, \beta_2)_{LR}, \quad (3\text{-}4)$$

где m, α, β_1 и β_2 определяются по формулам

$$m = \frac{\sum_{k=1}^n c_k^i c_k^j}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2}\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^j)^2}};$$

$$\alpha = [\sum_{k=1}^n c_k^i c_k^j \cdot (-\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2 \cdot \sum_{k=1}^n (c_k^j)^2} +$$
$$+\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2 + 2\sum_{k=1}^n c_k^i \beta_k^i + \sum_{k=1}^n (\beta_k^i)^2} \cdot$$
$$\cdot\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^j)^2 + 2\sum_{k=1}^n c_k^j \beta_k^j + \sum_{k=1}^n (\beta_k^j)^2} +$$
$$+\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2 \cdot \sum_{k=1}^n (c_k^j)^2} \cdot (\sum_{k=1}^n c_k^i \alpha_k^j + \sum_{k=1}^n c_k^j \alpha_k^i -$$
$$-\sum_{k=1}^n \alpha_k^i \alpha_k^j)] / [\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2 \cdot \sum_{k=1}^n (c_k^j)^2} \cdot$$
$$\cdot\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2 + 2\sum_{k=1}^n c_k^i \beta_k^i + \sum_{k=1}^n (\beta_k^i)^2} \cdot$$
$$\cdot\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^j)^2 + 2\sum_{k=1}^n c_k^j \beta_k^j + \sum_{k=1}^n (\beta_k^j)^2}];$$

$$\beta_1 = [\sum_{k=1}^n c_k^i c_k^j \cdot (\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2 \cdot \sum_{k=1}^n (c_k^j)^2} -$$
$$-\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2 - 2\sum_{k=1}^n c_k^i \alpha_k^i + \sum_{k=1}^n (\alpha_k^i)^2} \cdot$$
$$\cdot\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^j)^2 - 2\sum_{k=1}^n c_k^j \alpha_k^j + \sum_{k=1}^n (\alpha_k^j)^2}) +$$
$$+\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2 \cdot \sum_{k=1}^n (c_k^j)^2} \cdot (\sum_{k=1}^n c_k^i \beta_k^j + \sum_{k=1}^n c_k^j \beta_k^i +$$
$$+\sum_{k=1}^n \beta_k^i \beta_k^j)] / [\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2 \cdot \sum_{k=1}^n (c_k^j)^2} \cdot$$
$$\cdot\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2 - 2\sum_{k=1}^n c_k^i \alpha_k^i + \sum_{k=1}^n (\alpha_k^i)^2} \cdot$$
$$\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^j)^2 - 2\sum_{k=1}^n c_k^j \alpha_k^j + \sum_{k=1}^n (\alpha_k^j)^2}];$$

$$\beta_2 = [\sum_{k=1}^n c_k^i c_k^j \cdot (\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2 \cdot \sum_{k=1}^n (c_k^j)^2} +$$
$$+\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2 - 2\sum_{k=1}^n c_k^i \alpha_k^i + \sum_{k=1}^n (\alpha_k^i)^2} \cdot$$
$$\cdot\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^j)^2 - 2\sum_{k=1}^n c_k^j \alpha_k^j + \sum_{k=1}^n (\alpha_k^j)^2}) +$$
$$+\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2 \cdot \sum_{k=1}^n (c_k^j)^2} \cdot (\sum_{k=1}^n c_k^i \beta_k^j + \sum_{k=1}^n c_k^j \beta_k^i +$$
$$+\sum_{k=1}^n \beta_k^i \beta_k^j)] / [-\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2 \cdot \sum_{k=1}^n (c_k^j)^2} \cdot$$
$$\cdot\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^i)^2 - 2\sum_{k=1}^n c_k^i \alpha_k^i + \sum_{k=1}^n (\alpha_k^i)^2} \cdot$$
$$\cdot\sqrt{\sum_{k=1}^n (c_k^j)^2 - 2\sum_{k=1}^n c_k^j \alpha_k^j + \sum_{k=1}^n (\alpha_k^j)^2}].$$

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Автором предлагается следующий *алгоритм для решения задачи нечеткого многоцелевого линейного программирования с помощью определения коэффициента взаимодействия между целевыми функциями, заданными нечеткими LR-числами [1]*:

1. Составить матрицу целевых коэффициентов многоцелевой задачи:

$$C = \begin{pmatrix} \tilde{c}_1^1 & \tilde{c}_2^1 & \cdots & \tilde{c}_n^1 \\ \tilde{c}_1^2 & \tilde{c}_2^2 & \cdots & \tilde{c}_n^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \tilde{c}_1^n & \tilde{c}_2^n & \cdots & \tilde{c}_n^n \end{pmatrix}.$$

2. Построить коэффициенты взаимодействия целевых функций по формуле (2), учитывая, что их коэффициенты представляют собой нечеткие LR-числа.

3. Произвести анализ коэффициентов взаимодействия. Обозначив модальные значения полученных коэффициентов взаимодействия через $a_{k_{ij}}$, определить тип взаимодействия

между всеми парами целевых функций. Для принятия решения используются правила:

а) если $a_{k_{ij}} \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$, то цели f_i и f_j кооперируют;

б) если $a_{k_{ij}} \in \left[-1, -\frac{1}{2}\right]$, то цели f_i и f_j конкурируют;

в) если $a_{k_{ij}} \in \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, то цели f_i и f_j независимы.

4. Построить матрицу модальных значений полученных коэффициентов взаимодействия целевых функций $a_{k_{ij}}$, имея в виду тот факт, что $a_{k_{ii}} = 1,\ i = \overline{1, n}.$

5. Определить множества кооперирующих $S^j_{\text{кооп}}$, конфликтующих $S^j_{\text{конф}}$ и независимых $S^j_{\text{нез}}$ функций для каждой функции $f_j(x)$, $j = \overline{1, n}.$

6. Определить коэффициенты значимости α_i^j $(i = \overline{1,3},\ j = \overline{1,n})$ i-го взаимодействия для целевой функции $f_j(x)$ в ее обобщенной оценке по формуле: $\alpha_i^j = \dfrac{s_i^j}{n}$, где $s_i^j \in [0,1]$ и $\forall j\ \sum_{i=1}^{3} \alpha_i^j = 1.$

7. Для выбранного принципа принятия группового решения (принцип большинства, принцип Борда и др. [7]) построить ранжирование $(x^*_{i_1}, \cdots, x^*_{i_p})$ точек – решений x_p^* по предпочтительности в зависимости от значений целевых функций. Соответствующим образом упорядочить целевые функции.

8. Назначить коэффициенты зависимости для каждой пары целевых функций.

9. Построить оценки $F_j^{\text{кооп}}(f_1, \ldots, f_n)$, $F_j^{\text{конфл}}(f_1, \ldots, f_n), F_j^{\text{нез}}(f_1, \ldots, f_n),\ p = \overline{1, n},\ j = \overline{1, n},$ представляющие собой сумму произведений функций, с которыми соответствующая j-я целевая функция кооперирует, конфликтует и независима, и коэффициентов ее зависимости с остальными целевыми функциями, входящими в конкретную оценку.

10. Построить обобщенную целевую функцию по правилу:

$$F(f_1, \ldots, f_n) = \sum_{j=1}^{n} F_j(f_1, \ldots, f_n), \tag{5}$$

где

$$F_j(f_1, \ldots, f_n) = \alpha_1^j F_j^{\text{кооп}}(f_1, \ldots, f_n) +$$
$$+\alpha_2^j F_j^{\text{конфл}}(f_1, \ldots, f_n) + \alpha_3^j F_j^{\text{нез}}(f_1, \ldots, f_n).$$

Учитывая определение весов, получим формулу:

$$F(f_1, \ldots, f_n) = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} s_1^j F_j^{\text{кооп}}(f_1, \ldots, f_n) + \right.$$
$$\left. \sum_{i=1}^{n} s_2^j F_j^{\text{конфл}}(f_1, \ldots, f_n) + \sum_{i=1}^{n} s_3^j F_j^{\text{нез}}(f_1, \ldots, f_n)\right). \tag{6}$$

11. Решить задачу математического программирования:

$$F(f_1, \ldots, f_n) \to \max \tag{7}$$

при $x \in X \subseteq R^n$.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Проиллюстрируем применение данного алгоритма к задаче линейного программирования вида

$$\begin{cases} A_1 x_1 + B_1 x_2 \to \max, \\ A_2 x_1 + B_2 x_2 \to \max, \\ \quad x \in X \in R^2, \end{cases}$$

где X – область допустимых значений, A_1, A_2, B_1, B_2 – коэффициенты целевых функций, которые являются нечеткими и представляются в виде нечетких LR-чисел:

$A_1 = (4, 2, 7)_{LR}$,

$A_2 = (4, 2, 3)_{LR}$,

$B_1 = (5, 3, 4)_{LR}$,

$B_2 = (3, 1, 5)_{LR}$.

Будем действовать согласно алгоритму. Матрица целевых коэффициентов многоцелевой задачи имеет вид

$$C = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (4,2,7) & (5,3,4) \\ (4,2,3) & (3,1,5) \end{pmatrix}.$$

Коэффициенты взаимодействия целевых функций определяются по формуле (2) и имеют вид:

$$i = 1,\ j = 1 \to \tilde{k}_{11} = \frac{A_1^2 + B_1^2}{A_1^2 + B_1^2},$$

$$i = 1,\ j = 2 \to \tilde{k}_{12} = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2}},$$

$$i = 2,\ j = 1 \to \tilde{k}_{21} = \frac{A_2 A_1 + B_2 B_1}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}\sqrt{A_1^2 + B_1^2}},$$

$$i = 2,\ j = 2 \to \tilde{k}_{22} = \frac{A_2^2 + B_2^2}{A_2^2 + B_2^2}.$$

Используя правила нечеткой арифметики из [6] и формулу скалярного произведения нечетких чисел из [1] (лемма), получим, что $\tilde{k}_{12} = \tilde{k}_{21}$. Найдем коэффициенты взаимодействия нечетких целевых функций.

1. $S_1 = A_1 A_2 = (4,2,7)(4,2,3) = (16,12,61);$

$S_2 = B_1 B_2 = (5,3,4)(3,1,5) = (15,11,57);$

$S = S_1 + S_2 = (16,12,61) + (15,11,57) = $
$= (31,23,118);$

2. $A_1 A_1 = (4,2,7)(4,2,7) = (16,12,105);$

$A_2 A_2 = (4,2,3)(4,2,3) = (16,12,33);$

$B_1 B_1 = (5,3,4)(5,3,4) = (25,21,56);$

$B_2 B_2 = (3,1,5)(3,1,5) = (9,5,5);$

$AB_1 = A_1 A_1 + B_1 B_1 =$
$= (16,12,105) + (25,21,56) =$
$= (41,33,161);$

$AB_2 = A_2 A_2 + B_2 B_2 =$
$= (16,12,33) + (9,5,5) = (25,17,38);$

3. $\tilde{k}_{11} = \dfrac{A_1^2 + B_1^2}{A_1^2 + B_1^2} = \dfrac{AB_1}{AB_1} =$
$= \dfrac{(41,33,161)}{(41,33,161)} = (1, 0.96, 24.25);$

4. $\tilde{k}_{22} = \dfrac{A_2^2 + B_2^2}{A_2^2 + B_2^2} = \dfrac{AB_2}{AB_2} =$
$= \dfrac{(25,17,38)}{(25,17,38)} = (1, 0.873, 6.875);$

5. $Z_1 = \sqrt{AB_1}$:

$Z_1 = \left(\sqrt{41}, \sqrt{41} \pm 2\sqrt{2}, -\sqrt{41} \pm \sqrt{202}\right);$

$Z_1 = \left(-\sqrt{41}, -\sqrt{41} \pm 2\sqrt{2}, \sqrt{41} \pm \sqrt{202}\right);$

6. $Z_2 = \sqrt{AB_2}$:

$Z_2 = \left(5, 5 \pm 2\sqrt{2}, -5 \pm 3\sqrt{7}\right);$

$Z_2 = \left(-5, -5 \pm 2\sqrt{2}, 5 \pm 3\sqrt{7}\right);$

7. $Z = Z_1 Z_2$:

$Z_1 Z_2 = \left(5\sqrt{41}, 5\sqrt{41} - 8, -5\sqrt{41} + 3\sqrt{1414}\right) \approx$
$\approx (31.02, 24.02, 80.79);$

$Z_1 Z_2 = \left(5\sqrt{41}, 5\sqrt{41} + 8, -5\sqrt{41} + 3\sqrt{1414}\right) \approx$
$\approx (32.02, 40.02, 80.79).$

Для коэффициентов взаимодействия существует два значения, каждое из которых является нечетким числом и получено по формулам (3, 4):

$\tilde{k}_{12} = \tilde{k}_{21} = (0.968, 0.897, 15.66)_{LR},$

$\tilde{k}_{12} = \tilde{k}_{21} = (0.968, 0.897, 17.378)_{LR}.$

Обозначив модальное значение нечеткого LR-числа через a, получим, что для коэффициентов взаимодействия $a = 0.968 \in \left[\dfrac{1}{2}, 1\right]$. Следовательно, цели в данной задачи кооперируют. Также стоит отметить, что коэффициенты взаимодействия являются достаточно высокими, т. к. их правые коэффициенты нечеткости стремятся к бесконечности.

Таким образом, матрица модальных значений полученных коэффициентов взаимодействия целевых функций имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0.968 \\ 0.968 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для дальнейшего решения задачи математической оптимизации можно использовать алгоритм решения задачи математического программирования, учитывающий тип взаимодействия целевых функций, описанный выше, а более подробно в [1, 3, 5].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрена задача линейной многоцелевой оптимизации с целевыми функциями, заданными в виде нечетких LR-чисел. Предлагается алгоритм решения такой задачи на основе построения коэффициента взаимодействия между целевыми функциями, и показывается его применение на практике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аристова Е. М.* Учет взаимодействия между целевыми функциями и их агрегирование в задачах оптимизации: дис. канд. физ.-мат. наук / Е. М. Аристова. – Воронеж: Воронежский государственный университет, 2012. – 152 с.

2. *Аристова Е. М.* Коэффициент взаимодействия между целевыми функциями в за-

даче нечеткого многокритериального линейного программирования // Сборник трудов IV Международной конференции «Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий». – Воронеж : Научная книга, 2016. – С. 30–32.

3. *Аристова Е. М.* Определение оптимальных значений факторов множественной регрессии с помощью многокритериальной оптимизации / Е. М. Аристова, Н. В. Сапкина // Известия Тульского государственного университета. Серия Технические науки. – Тула : ТулГУ, 2017. – Вып. 1. – С. 265–275.

4. *Леденева Т. М.* Обработка нечеткой информации / Т. М. Леденева. – Воронеж : ВГУ, 2006. – 233 с.

5. *Мелькумова Е. М.* Многокритериальная оптимизация на основе меры зависимости целевых функций // Известия Тульского государственного университета, серия Естественные науки. – Тула : ТулГУ, 2011. – Вып. 1. – С. 177–187.

6. *Пегат А.* Нечеткое моделирование и управление / А. Пегат. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. – 798 с.

7. *Робертс Ф. С.* Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам / Ф. С. Робертс. – М. : Наука, 1986. – 494 с.

Аристова Е. М. – канд. физ.-мат. наук, преподаватель, доцент кафедры вычислительной математики и прикладных информационных технологий, факультет прикладной математики, информатики и механики, Воронежский государственный университет.
E-mail: pmim@yandex.ru

Aristova E. M. – PhD in physics and mathematics, lecturer, associate professor, Computational Mathematics and Applied Information Technology Department, Applied Mathematics, Informatics and Mechanics Faculty, Voronezh State University.
E-mail: pmim@yandex.ru