УДК 681.5.015

МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАСЧЕТА ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

А. Л. Рутковский, М. А. Ковалева, А. Ю. Аликов, Н. В. Тедеева

Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет)

Поступила в редакцию 06.04.2017 г.

Аннотация. В математическом программном обеспечении MathCad разработан новый метод, который основан на решении задач оптимизации. Осуществлен поиск оптимальных численных расчетных параметров передаточной функции с целью минимизации ошибок аппроксимации исходных кривых разгона. Доказана простота и эффективность разработанного метода что позволяет использовать его в рамках систем управления сложными технологическими объектами.
Ключевые слова: метод оптимизации, метод Симою, идентификация, математическая модель, сложная технологическая система.
Annotation. A new method that is based on the decision of tasks of optimization is worked out in mathematical MathCad software. The search of optimal numeral calculation parameters of transmission function is carried out with the purpose of minimization of errors of approximation of initial curves of acceleration. Simplicity and efficiency of the worked out method are well-proven that allows to use him within the framework of control system by difficult technological objects.
Keywords: optimization method, method of Simoyu, identification, mathematical model, difficult technological system.

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире при проектировании сложных технологических систем и систем управления ими существует необходимость анализа поведения объекта в динамических режимах. Данный анализ является громоздкой вычислительной процедурой, но занимает одно из основных мест в создании алгоритмов управления. В случае изменения во времени управляемой величины при ступенчатом воздействии динамическая характеристика получается в виде кривой разгона. Возникает задача определения передаточной функции системы, для решения которой применяют различные методы [1].

1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

При определении передаточной функции системы важным этапом является параметрическая идентификация. От качества выбора вида и расчета параметров передаточной функции динамических элементов зависит точность результата. Во время проведения тестирования или упрощенного расчета можно обойтись аппроксимацией кривой разгона звеном первого порядка, алгоритм которой описан в работе [2].

Однако для практического использования необходим бывает точный расчет и разработка универсальной методики, которая не будет зависеть от передаточной функции объекта, является задачей, решение которой необходимо найти. Методика, предложенная в данной работе, будет включать две процедуры:

• Автоматизированный выбор оптимальной структуры передаточной функции и расчет ее параметров;

• Поиск оптимальных численных значений расчетных параметров передаточных функции в соответствии с выбранной на первой этапе структурой.

Для реализации первого шага можно прибегнуть к методу, предложенному М. П. Симою [3, 4], который является наиболее удобным для решения задач идентификации объекта, особенно в условиях использования для этой цели ЭВМ.

В основу метода Симою положено предположение возможности описания исследуемого объекта (элемента) линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами, то есть исследуемый объект может быть описан безразмерной передаточной функцией инерционного звена с постоянными коэффициентами $a_1, a_2, ..., a_n$, $b_1, b_2, ...b_m$, представленной в следующем виде:

$$W(p) = \frac{\sigma(p)}{\lambda(p)} = \frac{b_m p^m + ... + b_1 p + 1}{a_n p^n + ... + a_1 p + 1}. \qquad (1)$$

То есть это отношение приведенных к единице выходной величины и входного воздействия в безразмерном виде.

Суть предложенного метода оптимизации передаточной функции, который будет описан ниже, определенной модифицированным методом Симою [6], заключается в минимизации суммы квадратов отклонений экспериментальных точек от решения дифференциального уравнения в тех же точках. По практическим расчетам видно, что точность аппроксимации экспериментальной кривой разгона не возрастает при вычислении площадей выше четвертого порядка. Однако, остаточная квадратичная ошибка аппроксимации, при этом может быть достаточно большой. В связи с этим предложено использовать оценки параметров передаточной функции как нулевое приближение для решения задачи минимизации квадратичной ошибки аппроксимации.

2. МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Представим объект в виде передаточной функции:

$$W_{об}(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + ... + b_1 p + 1}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_1 p + 1} \cdot \exp(-\tau p),$$

для которой необходимо определить неизвестные коэффициенты: τ, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ и $b_1, b_2, \ldots, b_m$.

График изменения во времени управляемой величины $x(t)$ при ступенчатом изменении входной переменной $f(t)$ получен в результате активного эксперимента.

Передаточная функция объекта управления имеет вид:

$$W_{об}(p) = W_1(p) \cdot W_2(p),$$

где $W_1(p) = \exp(-\tau p)$ – передаточная функция звена транспортного запаздывания,

$$W_2(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + ... + b_1 p + 1}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_1 p + 1}$$ – передаточная функция инерционного звена.

Определить значение времени транспортного запаздывания τ можно непосредственно по графику кривой разгона, например, $\tau = 5$ сек.

Остается определить передаточную функцию инерционного звена, для чего можно воспользоваться методом Симою, который и позволяет определить передаточную функцию модели объекта по кривой разгона.

Эту задачу реализуем с помощью пакета прикладных программ MathCAD. Внесем необходимые данные:

– число точек в массиве $k = 10$,

– шаг по времени $dt = 0{,}1$,

– максимальное приращение входной величины $dx = 15$.

– исходные данные по экспериментальной кривой разгона для расчёта передаточной функции в виде вектора

$$sigm := [35\ \ 35.3\ \ 35.6\ \ 38.5\ \ 39\ \ 40.2\ \ 42.5\ \ 43].$$

Первым этапом является преобразование ПФ в АФХ для всех значений параметров объекта, производим замену оператора $p = j \cdot \omega$, где $j = \sqrt{-1}$, ω – частота.

Задаем диапазон частот $\omega := 0..9$.

Выделяем действительную часть уравнения $\mathrm{Re}(j\omega)$:

$$U(\omega, a) := \mathrm{Re}(W(j \cdot \omega, a)),$$

При использовании вещественной части переходная характеристика будет иметь вид:

$$h(t, a) := \frac{2 \cdot dx}{\pi} \int_0^{200} U(\omega, a) \frac{\sin(\omega \cdot t)}{\omega} d\omega.$$

Задаем диапазон точек:

$$t := 0..9$$

$$h(t, a) := 35 + h(t, a).$$

Результат решения – передаточная функция инерциального звена, которая имеет вид:

$$W_2(p) = \frac{0{,}533 \cdot (1 + p)}{2{,}533 p^3 + 5{,}96 p^2 + 4{,}066 p + 1}.$$

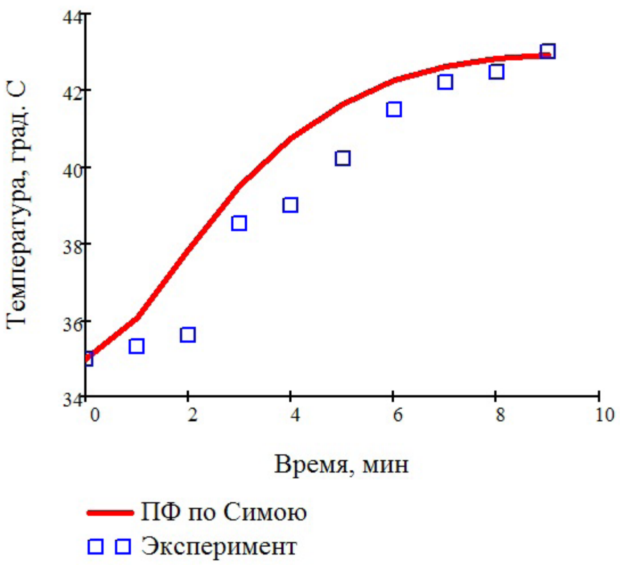

Рис. 1. Кривая разгона рассчитанная по методу Симою и экспериментальная кривая разгона

Таким образом, после проведения расчетов, искомая математическая модель объекта управления имеет вид:

$$W_{об}(p) = \frac{0{,}533 \cdot (1 + p)}{2{,}533 p^3 + 5{,}96 p^2 + 4{,}066 p + 1} e^{-5p}, \left[\frac{°C}{\%}\right].$$

Из рис. 1 видно, что найденное решение рассчитанной передаточной функции, отличается от исходной кривой разгона – экспериментальных точек.

С помощью сравнения расчетных значений динамической характеристики с экспериментальными данными можно произвести оценка точности полученных коэффициентов передаточной функции, используя пакет прикладных программ MathCAD.

Задаем количество временных интервалов:

$$j := 0..9.$$

Представляем массив полученных экспериментальных данных в виде вектора:

$$sigm := sigm^T$$

Находим остаточную квадратичную ошибку:

$$del(a) := \sum_j (h(t, a) - sigm_j)^2.$$

$$del(a) = 12.41.$$

И видим, что ее значение велико. В связи с этим предложено использовать определенные методом коэффициенты передаточной функции как нулевое приближение для решения задачи минимизации квадратичной ошибки аппроксимации.

Принимаем

$$W(p, a) = \frac{0{,}533 \cdot (1 + p)}{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1}.$$

Задаем начальное приближение – коэффициенты, полученные методом Симою

$$a_3 = 2.533; \; a_2 = 5.96; \; a_1 = 4.066;$$

Решаем задачу оптимизации:

$$Given$$

$$a_3 > 1; \; a_2 > 4; \; a_1 > 3.$$

Используя встроенную функцию Minimize, получаем оптимальные параметры передаточной функции объекта управления

$$Z := Minimize(del, a).$$

Оптимальные параметры передаточной функции объекта управления:

$$Z = \begin{pmatrix} 10.638 \\ 10.097 \\ 5.152 \end{pmatrix}.$$

Квадратичная ошибка отклонения рассчитанной кривой разгона и экспериментальной $del(a) = 1.308$, которая существенно ниже.

Таким образом, передаточная функция инерциального звена примет вид:

$$W_2(p, a) = \frac{0{,}533 \cdot (1 + p)}{10{,}638 p^3 + 10{,}097 p^2 + 5{,}152 p + 1}.$$

Искомая математическая модель объекта управления имеет вид

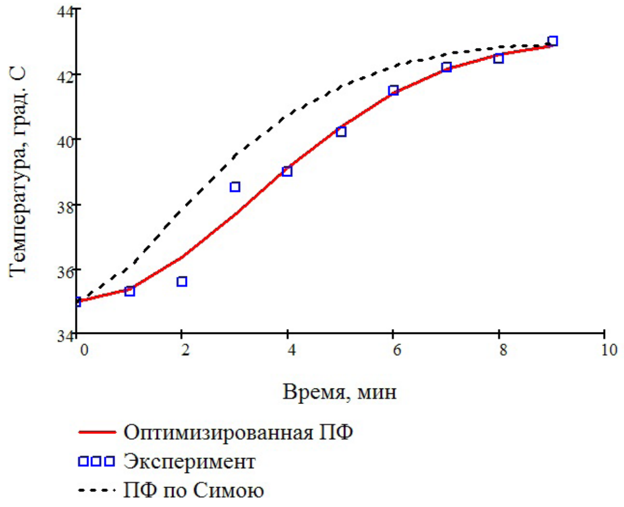

Рис. 2. Отклонение выхода модели от истинного выхода объекта

$$W(p,a)=\frac{0{,}533\cdot(1+p)}{10{,}638p^3+10{,}097p^2+5{,}152p+1}e^{-5p},\left[\frac{°C}{\%}\right].$$

Расчет системы автоматического управления включает две задачи:

1) определение свойств объекта управления;

2) выбор и расчет автоматического регулятора, который обеспечивает необходимое качество управления.

Соответственно, конечной целью расчета параметров настройки системы автоматического управления является получение переходных процессов в ней заданного качества.

Аналитическим методом в среде MathCad [6] определяем параметры настройки ПИ–регулятора $W_p(p)=C_1+C_0/p$.

Определим качество регулирование для передаточных функций, используя полученные параметры настройки регулятора, полученных методом Симою и оптимизированным, рис. 3.

Переходный процесс системы регулирования после получения параметров настройки регулятора аналитическим методом представлен на рис. 4.

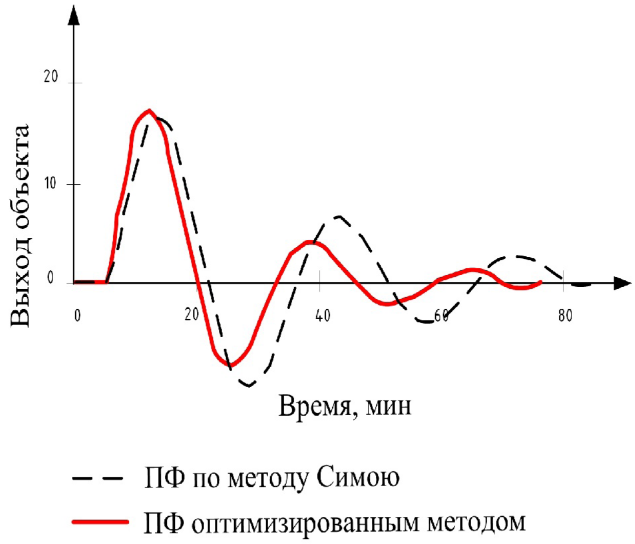

Рис. 3. Кривые переходного процесса для ПИ-регулятора

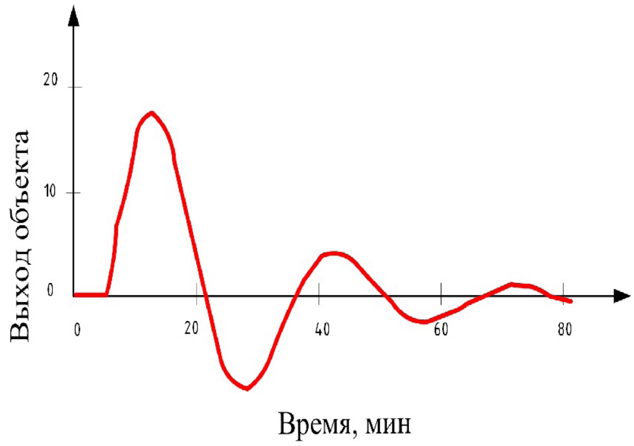

Рис. 4. Кривая переходного процесса

Оценим прямые показатели качества регулирования по кривым переходного процесса, рис. 3 и 4: t_p – время регулирования; $x^d_{\max}$ – максимальное динамическое отклонение; λ – перерегулирование; φ – степень затухания переходного процесса; I_2 – интегральная ошибка (для наглядности все прямые показатели представлены в табл. 1).

Таблица 1

Прямые показатели качества регулирования

	t_p, сек	$x^d_{\max}$	λ	φ	I_2
ПФ по методу Симою (рис. 3)	80	17,389	47,27	0,764	262,259
Оптимизированная ПФ (рис. 3)	100	17,668	61,517	0,611	337,648
Оптимизированная ПФ (рис. 4)	80	17,721	48,83	0,756	299,238

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Метод, описанный в данной работе, может быть рекомендован для практических расчетов, так как отличается простотой. Данная характеристика особенно важна для использования его при проектировании систем автоматического регулирования сложных технологических объектов в рамках системного анализа.

На базе модифицированного метода Симою был разработан алгоритм автоматизированного выбора оптимальной формы и расчета параметров передаточных функций динамических элементов сложных ТО по кривым разгона каналов воздействия. Показана эффективность предложенного метода расчета.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Стефани Е. П.* Основы расчета настройки регуляторов теплоэнергетических процессов / Е. П. Стефани. – М-Л : Государственное энергетическое издательство,1960. – 328 с.

2. *Кравцов А. Ф., Зайцева Е. В, Чуйко Ю. Н.* Расчет автоматических систем контроля и регулирования металлургических процессов / А. Ф. Кравцов. – Киев-Донецк: Вища шк., 1983. – 317 с.

3. *Симою М. П.* Определение коэффициентов передаточных функций линеаризованных звеньев и систем авторегулирования / М. П. Симою // Автоматика и телемеханика. – 1957. – Т. 8, № 6. – С. 514–528.

4. *Arunyants G. G., Rutkovskii A. L., Salikhov Z. G., Stolbovskii D. N.* Computation of Dynamic Characteristics of Control Systems An Effectiveness Enhancement Method / G. G. Arunyants // Automation and Control. – 2005. – Vol. 66, № 4. – pp. 562–569.

5. *Корнеева А. А., Медведев А. В.* Некоторые замечания к задаче параметрической идентификации / А. А. Корнеева // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. – 2012. – № 8. – С. 304–305.

6. *Очков В. Ф.* Mathcad-14 для студентов и инженеров: русская версия / В. Ф. Очков. – СПб. : БХВ – Петербург, 2009. – 498 с.

Рутковский А. Л. – д-р техн. наук, профессор кафедры Теории и автоматизации металлургических процессов и печей, Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет).
E-mail: rutkowski@mail.ru

Ковалева М. А. – канд. техн. наук, доцент кафедры Теории и автоматизации металлургических процессов и печей. Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет).
E-mail: mary_kovaleva@list.ru

Аликов А. Ю. – канд. техн. наук, профессор кафедры Системы автоматизированного проектирования. Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет).
E-mail: alan.alikov@rambler.ru

Rutkowski A. L. – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Theories and automations of metallurgical processes and stoves. North Caucasian Institute of Mining and Metallurgy (State Technological University).
E-mail: rutkowski@mail.ru

Kovaleva M. A. – Candidate of Technical Sciences, Department of Theories and automations of metallurgical processes and stoves. North Caucasian Institute of Mining and Metallurgy (State Technological University).
E-mail: mary_kovaleva@list.ru

Alikov A. U. – Candidate of Technical Sciences, Professor, Department of Computer-aided designs. North Caucasian Institute of Mining and Metallurgy (State Technological University).
E-mail: alan.alikov@rambler.ru

Тедеева Н. В. – аспирант кафедры Системы автоматизированного проектирования. Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет).
E-mail: nadiatedeeva@mail.ru

Tedeeva N. V. – postgraduate student Department of Computer-aided designs. North Caucasian Institute of Mining and Metallurgy (State Technological University).
E-mail: nadiatedeeva@mail.ru