

УДК 519.2:311.14

ПОСТРОЕНИЕ РЕЙТИНГА С РАЗНОНАПРАВЛЕННЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ НА ОСНОВЕ ПОЛЯРНЫХ ИНДЕКСОВ

А. Л. Калабин, Е. И. Боброва

Тверской государственной технической университет

Поступила в редакцию 27.11.2016 г.

Аннотация. Описано применение полярных индексов для определения рейтинга различных объектов, имеющих разнонаправленные показатели. Показана возможность использования полярных индексов для принятия эффективных оценок при разнонаправленных показателях. Рассмотрен пример оценки эффективности работы экспертов.

Ключевые слова: рейтинг, разнонаправленные показатели, эффективная оценка, полярные индексы.

Annotation. Describes the use of the polar indices to determine the ranking of different objects with mixed data. The possibility of using the polar indices to make effective evaluations in mixed indicators. An example of an assessment of efficiency of the experts.

Keywords: rating, different direction indicators, the effective assessment, polar indices.

ВВЕДЕНИЕ

В современной науке широко используются разнообразные способы определения рейтингов различных объектов для принятия квалифицированных управленческих решений. В методологическом плане следует выделить два основных подхода к построению комплексных рейтинговых оценок в зависимости от используемых технологий расчета: количественный подход и экспертный подход.

Для экспертного подхода используются в основном алгоритм линейной свертки показателей, алгоритм идеальной точки, алгоритм многокритериальной оптимизации [1]. Чаще же всего рейтинговые системы практически используются в риск-менеджменте банковской сферы для сравнения рейтинга банков и анализа их динамики. Существует также несколько методов построения рейтинга на основе данных баланса, позволяющие учесть основные стороны деятельности коммерче-

ского банка. Известны методы: «идеального предприятия», его разновидность – метод «удачливого конкурента», метод регрессионных остатков, метод «однородных классов», метод «эталонной группы», описанные в [2, 3].

Основной теоретической проблемой при построении рейтинга является определение меры несходства объектов или расстояния между ними. Эти расстояния определяются в многомерном пространстве параметров. Наиболее применяемый путь вычисления расстояний между объектами в многомерном пространстве состоит в вычислении евклидовых расстояний. Для отдаленных друг от друга объектов используют квадрат евклидова расстояния. Расстояние Чебышева используется при необходимости различать объекты по одному измерению. Известно Манхэттенское расстояние, которое приводит к результатам, близким к расстояниям Евклида [4]. Для нивелирования несоответствия размерностей объектов обычно используется нормирование.

СВЕРТКИ РАЗНОНАПРАВЛЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Большинство этих методов используют только те показатели, которые прямо пропорционально влияют на общую рейтинговую оценку. Вклад показателя определяется также его весовым коэффициентом. В дальнейшем, после определения рейтинга объектов, принимается управляющее решение, основанное на оптимальном выборе объекта из рейтингового списка. Однако не всегда набор показателей является однонаправленным. Некоторые показатели могут влиять на общую оценку обратно пропорционально, то есть, уменьшение значения показателя приводит к увеличению общего индекса.

В [5] предложены и проанализированы виды свертки для объекта, имеющего набор разнонаправленных показателей:

$$R_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(\left(\frac{x_i}{x_{i\max}} \right)^2 \times k_i \right)}{n}} \quad (1)$$

$$R_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \left(\left(\frac{x_i}{x_{i\max}} \right)^2 \times k_i \right) + \sum_{i=1}^p \left(\left(\frac{x_{i\min}}{x_i} \right)^2 \times k_i \right)}{m + p}}, \quad (2)$$

где k_i – вес для i -го нормированного показателя $\sum_{i=1}^n k_i = 1$; n – число показателей; x_i – значение i -го показателя; $x_{i\min/\max}$ – максимальное или минимальное нормативное значение i -го показателя; где m – число показателей, направленных положительно; p – число показателей, направленных отрицательно.

Приведем пример тестирования свертки (1,2) из [5] для случая, когда имеет место противоположная направленность показателей. Так в табл. 1 первые два показателя характеризуются максимальным положительным значением, а третий – минимальным. Показано, что использование соотношения (2) дает верный результат (ячейки таблицы выделены) и определяет победителем предприятие А.

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛЯРНЫХ ИНДЕКСОВ

Нами предлагается для свертки использовать «полярные» индексы [6], для которых часть показателей x_+ входящих со знаком плюс («положительные»), пропорционально влияют на рейтинг, а часть показателей x_- («отрицательные») влияют на общий рейтинг обратно пропорционально. В [6] были определены полярные индексы:

$$R_3 = 1 + \sum_{k=1}^n S_k u_k (x_k - 1) \text{ знаковый индекс (3)}$$

$$R_4 = \prod_{k=1}^{k=n} x_k^{u_k S_k} \text{ степенной индекс, (4)}$$

где $x_k = \frac{P_k}{P_{0k}}$, P_k – текущее значение показателя; P_{0k} – базовое значение показателя; степень $S_k = \pm 1$; $S = 1$ при прямо пропорциональной зависимости изменения P_k и индекса; $S = -1$ при обратно пропорциональной зависимости изменения P_k и индекса; u_k – весовые коэффициенты, такие, что все $u_k > 0$ и $\sum_{k=1}^n u_k = 1$.

Таблица 1

Показатели	А	В	С
Показатель 1 (чем больше, тем лучше)	0,24	0,13	0,08
Показатель 2 (чем больше, тем лучше)	0,62	0,83	0,35
Показатель 3 (чем меньше, тем лучше)	0,38	0,45	0,22
Коэффициентная оценка R_1 (ошибка)	1,23	1,351	0,655
Коэффициентная оценка R_2 (верно)	0,794	0,715	0,655
Знаковый индекс R_3 (ошибка)	0,827	0,837	0,737
Степенной индекс R_4 (верно)	0,732	0,621	0,503

СРАВНИТЕЛЬНОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ СВЕРТОК

Для оценки работоспособности соотношений для сверки рассмотрим основные варианты возможных изменения показателей рейтинга и сам его расчет в табл. 2. Варианты: А – все показатели равны, поэтому верный рейтинг 1; В – все показатели, как положительные, так и отрицательные, увеличились в два раза, верный рейтинг 1; С – аналогично варианту В, только наоборот – уменьшение положительных показателей компенсируется увеличением отрицательных, верный рейтинг 1; D – положительные показатели увеличились в два раза, а отрицательные уменьшились в два раза, поэтому верный рейтинг 2; E – аналогично варианту D, только наоборот – уменьшение положительных показателей и увеличение отрицательных в два раза дает верный рейтинг 0,5. Таким образом, показано, что использование степенного индекса (4) во всех рассмотренных случаях дает верный результат (ячейки таблицы 2 выделены) и правильно определяет победителя при тестировании в табл. 1.

Вернемся к основной задаче рейтинга – оценке относительного сравнения объектов по их показателям, которые, как мы предполагаем, являются свойствами, однозначно определяющими этот объект. Очевидно, что изменение значения рейтинга должно зависеть от вариации показателей. Факт, что верный результат дает только степенной индекс объясняется тем, что для него выполняется тест-аксиома на адекватность [7], при усло-

вии равенства числа положительных и отрицательных показателей (параметров для рейтинга). Это когда изменение индекса должно быть равно изменению показателей при условии, что значения всех показателей $x_k = i$ и их изменения ε равны между собой. Предлагаемый тест отражает соответствие изменения индекса суммарному изменению входящих в него показателей с учетом их направленности.

Полярные индексы проверены тест-аксиомами Ирвинга Фишера [7], большинство аксиом для обоих индексов выполняются, что определяет их основные свойства.

ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОЛЯРНЫХ ИНДЕКСОВ

Далее рассмотрим пример оценки эффективности работы экспертов при проверке результатов тестов с условием согласованности их результатов. Каждая работа проверяется независимо двумя экспертами, если расхождение оценки задания более двух баллов, эта работа проверяется третьим экспертом, оценка которого является окончательной. Аналогичные правила используются при проверке результатов ЕГЭ.

Первым, количественным, критерием работы эксперта, определено число проверенных работ. Показателем этого критерия i_1 является отношение проверенных каждым экспертом работ к среднему числу проверенных работ всеми экспертами. Результаты приведены в табл. 3 (Колонка 1), в которой первый столбец – это номера экспертов, отсортированных по убыванию количества

Таблица 2

Показатели	А	В	С	D	E
Показатель 1 (чем больше, тем лучше)	1	2	0,5	2	0,5
Показатель 2 (чем больше, тем лучше)	1	2	0,5	2	0,5
Показатель 3 (чем меньше, тем лучше)	1	2	0,5	0,5	2
Показатель 4 (чем меньше, тем лучше)	1	2	0,5	0,5	2
Коэффициентная оценка R_1 (ошибка)	1,46	2,92	0,73	1,00	2,83
Коэффициентная оценка R_2 (ошибка)	0,50	0,73	0,73	1,00	0,25
Знаковый индекс R_3 (ошибка)	1	1	1	1,75	0,25
Степенной индекс R_4 (верно)	1	1	1	2	0,5

проверенных работ. Наиболее эффективно работал эксперт 1, (показатель равен 1,996), проверивший в 2 раза больше работ, чем все в среднем. Наименее эффективен эксперт 16 (показатель 0,638).

Вторым, качественным, критерием работы эксперта, характеризующим согласованность, является число отправленных работ на 3-ю проверку (табл. 3 (Колонка 2)). Это происходит, если разность двух независимых оценок одной из задач, поставленных разными экспертами, составляет два и более баллов. Показатель этого критерия i_2 определим как отношение отправленных работ на 3-ю проверку каждым экспертом к среднему числу таких работ по всем экспертам. По этому критерию наиболее эффективна работа эксперта 13 (показатель 0,410) и наименее эффективна работа эксперта 8 (показатель 1,846).

Очевидно, что лучший эксперт по первому критерию определяется из условия $i_1 \rightarrow \max$, а по второму $i_2 \rightarrow \min$. Для выбора эффективного эксперта по двум вышеприведенным критериям используются «полярные» индексы, для которых часть показателей i_1 входят в

индекс со знаком плюс («положительные» показатели), они прямо пропорционально влияют на общий индекс, а часть показателей i_2 входит со знаком минус («отрицательные» показатели). Их влияние на общий индекс обратно пропорционально.

Показатель i_1 , пропорциональный числу проверенных экспертом работ, будем считать «положительным», т. к. он показывает, что эксперт работает быстро. Показатель i_2 , пропорциональный числу работ, отправленных на 3-ю проверку, является «отрицательным», т. к. чем больше таких работ, тем менее эффективна работа эксперта.

Рассчитаем знаковый полярный индекс для каждого эксперта, приняв весовые множители равными друг другу и равными 0,5. Знаковый индекс I_1 каждого эксперта представлен в табл. 3 и отсортирован по убыванию индексов. Из табл. 3 (Колонка 3) видно, что наиболее высокая эффективность работы у экспертов 1 и 3, а наименее высокая у экспертов 7 и 8.

Также вычислим знаковый полярный индекс I_2 , приняв весовые множители равными

Таблица 3

Колонка 1		Колонка 2		Колонка 3		Колонка 4	
№ эксперта	i_1	№ эксперта	i_2	№ эксперта	I_1	№ эксперта	I_2
1	1,996	13	0,410	1	1,385	3	1,389
2	1,403	12	0,473	3	1,361	13	1,315
3	1,275	3	0,554	4	1,239	12	1,294
4	1,148	16	0,615	2	1,221	4	1,269
5	1,020	10	0,615	12	1,178	10	1,221
6	0,931	4	0,670	13	1,178	1	1,181
7	0,893	11	0,791	10	1,139	2	1,160
8	0,893	2	0,962	11	1,051	16	1,136
9	0,893	9	1,055	16	1,011	11	1,103
10	0,893	14	1,128	5	0,933	9	0,928
11	0,893	5	1,154	9	0,919	5	0,904
12	0,829	1	1,227	14	0,819	14	0,836
13	0,765	15	1,334	6	0,762	6	0,706
14	0,765	6	1,407	15	0,716	15	0,699
15	0,765	7	1,758	7	0,567	7	0,459
16	0,638	8	1,846	8	0,523	8	0,400

1/3 и 2/3, посчитав, что показатель 2, определяющий % работ, отправленных на 3-ю проверку, более значим (в 2 раза) для оценки эффективности работы эксперта, чем показатель 1, определяющий его «быстродействие». Результаты определения такого индекса представлены в табл. 3 (Колонка 4) и отсортированы по убыванию индекса. Из этих столбцов таблицы видно, что самыми эффективными являются эксперты 3 и 13, а эксперт 1, имеющий максимально большой показатель i_1 , всего лишь на 6-м месте. Наименее эффективной является работа экспертов 7 и 8.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На примере оценки экспертов показано, как можно использовать полярные индексы для принятия наиболее эффективных оценок, особенно, если обычный сравнительный индекс рационально использовать невозможно. Выбор весовых показателей зависит от того, какие факторы наиболее важны.

Полярные индексы можно использовать не только для составления более точного рейтинга объектов, но и для количественной оценки состояния объекта по сравнению с другим отчетным периодом.

Калабин Александр Леонидович – д-р физ-мат. наук, профессор, зав. кафедрой ПО ТвГТУ.
Тел.: (4822)78-93-94
E-mail: akalabin@yandex.ru

Боброва Евгения Ивановна – старший преподаватель кафедры ИПМ ТвГТУ.
Тел.: (4822) 78-91-90
E-mail: EBobrova_tstu@mail.ru

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аристова Е. М.* Определение рейтинга объектов / Е.М. Аристова // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2014. – № 2. – С. 51–56.

2. *Сидоренков М. А.* Банковские рейтинги // Корпоративный менеджмент www.cfn.ru, дата публикации 04.12.2002 г. – Режим доступа: <http://www.cfn.ru/finanalysis/banks/bankratings.shtml>.

3. *Карминский А. М.* Система моделей рейтингов для российских банков в рамках IRB-подхода / А. М. Карминский // XIII Международная научная конференция по проблемам развития экономики и общества в 4 кн. Кн. 2. / Отв. ред. Е.Г. Ясин. – М.: Издательский дом НИУ ВШЭ, 2012. – С. 33–45.

4. *Бурева Н. Н.* Многомерный статистический анализ с использованием ППП “STATISTICA” / Н. Н. Бурева. – Нижний Новгород, 2007 – 112 с.

5. *Аверина Т. Н.* Классификация ошибок при использовании метода рейтинговой оценки / Т. Н. Аверина. – Режим доступа: <http://www.sworld.com.ua/index.php/ru/economy-313/quantitative-methods-in-economics-313/19058-313-0917> 2013

6. *Борисова Е. В., Калабин А. Л.* Учет влияния разнородных факторов в индексном анализе / Е. В. Борисова, А. Л. Калабин // Вопросы статистики. – 2003. – № 11. – С. 75–78.

7. *Борисова Е. В., Калабин А. Л.* Тестирование полярных индексов аксиомами Фишера / Е. В. Борисова, А. Л. Калабин // Деп. В ВНИИТИ №1290-в2004.

Kalabin Alexander Leonidovich – Professor, Doctor of Physics and Mathematics Sciences, head of software TSTU.
Tel.: (4822) 78-93-94
E-mail: akalabin@yandex.ru

Bobrova Evgeniya Ivanovna – senior lecturer of the chair of the IAM TSTU.
Tel.: (4822) 78-91-90
E-mail: EBobrova_tstu@mail.ru