УДК 517.97 : 532.526

СУБОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫМ ПРОЦЕССОМ АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ В УСЛОВИЯХ ПЕРЕМЕННОЙ РЕНТАБЕЛЬНОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГИСТЕРЕЗИСНОЙ ФУНКЦИИ НАЗНАЧЕНИЯ ЦЕНЫ

Г. Н. Лебедев*, Н. Н Некрасова, О. О. Решетова*****

**Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)*
***Воронежский государственный архитектурно-строительный университет*
****Воронежский государственный университет*

Поступила в редакцию 07.11.2016 г.

Аннотация. Исследуется эффективность гистерезисного назначения цены в производственно-экономической системе разработки новой авиационной техники с учетом кризисных ситуаций. Предложенный подход позволяет повысить устойчивость и конкурентоспособность наукоемкого производства продукции с высокой добавленной стоимостью.
Ключевые слова: оптимальное управление, переменная рентабельность, гистерезисная функция цены, принцип Беллмана.
Annotation. Investigate the effectiveness of the hysteresis pricing in the technical and economic system development of a new aviation technics. The proposed approach allows increasing the stability and competitiveness of the knowledge-based products with the high-added cost.
Keywords: optimal control, variable margin, hysteretic price function, Bellman principle.

ВВЕДЕНИЕ

В результате недавно проведенных исследований (см. [1, 2]) было показано, что задача управления производственным и конструкторским звеньями авиационного предприятия может быть сформулирована и решена с использованием методов параметрической оптимизации, которые обладают способностью учета динамики совершенствования качества продукции и зависящего от него спроса при распределении текущих финансовых, материальных и кадровых ресурсов. Установлено, что суботимальному управлению производственным и конструкторским звеньями отвечают кусочно-постоянные функции, определяющие долю использования перечисленных ресурсов в текущий момент и величину возникающей прибыли. При этом решение задачи удалось найти за счет использования единого технико-экономического критерия эффективности в виде суммы линейной и мультипликативной сверток отдельных технических и экономических показателей.

Отметим, что указанные результаты были получены в условиях назначения постоянной цены на продукцию. В представленной работе акцент сделан на процесс назначения цены, обладающий гистерезисными свойствами (гистерезисная функции назначения цены) с учетом количества, качества продукции, а также спроса. Указанные особенности характеризуют этот процесс как способ выбора дополнительного сигнала управления технико-экономической системой при следующей постановке задачи.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для дальнейшего нам понадобиться сделать следующие предположения:

1. Модель производственного звена описывается дифференциальным уравнения первого порядка

$$\dot{x}=\frac{x}{\tau}[(1+p)U_1-1]\frac{Z}{U_0}, \qquad (1)$$

где x – текущая скорость производства при заданном начальном $x(0)=x_0$, зависящем от инвестиции или стартового капитала, τ – период оборота капитала, p – переменная рентабельность производства,

$$p=\hat{p}+A\sin\frac{2\pi t}{T_0}, \quad A>\hat{p} \qquad (2)$$

U_1 – доля полученного дохода, отводимого на воспроизводство, Z – полученный доход в результате сбыта продукции или текущая скорость сбыта, которая в свою очередь равна:

$$Z=\min\{V, xU_0\}, \qquad (3)$$

где U_0 – назначенная цена на единицу продукции, являющаяся предметом выбора V – текущий спрос на продукцию, который согласно проведенным в [3] исследованиям линейно зависит от нормированного качества продукции Y, скорости его улучшения $\dot{Y}$ и цены U_0 следующим образом:

$$V=m_1Y+m_2\dot{Y}-m_0U_0 \qquad (4)$$

коэффициенты m_0, m_1, m_2 считаются заданными.

2. Модель конструкторского звена также описывается в виде дифференциального уравнения первого порядка.

$$\dot{Y}=\frac{U_2}{T_1}(1-Y), \qquad (5)$$

где Y – нормированное значение растущего качества ($0<Y<1$) и заданном начальном значении $Y_0<0.5$, T_1 – постоянная времени улучшения качества $(T_1>\tau)$, U_2 – доля средств ,отводимых из полученного при сбыте дохода на конструкторские разработки новой авиационной техники;

3. Модель накопления прибыли l в банке, оставшейся после использовании части дохода конструкторским и производственным звеном

$$\dot{l}=(1-U_1-U_2) \qquad (6)$$

4. Единый критерий технико-экономическим эффективности предприятия в виде терминальной функции свертки линейной и мультипликативной форм в конце контролируемого периода T_0 функционирования системы[3].

$$\gamma=\max_{U_0,U_1,U_2}\big[C_1Z(T_0)+C_1l(T_0)+ +C_2Z(T_0)+C_3Z(T_0)l(T_0)\big], \qquad (7)$$

где C_1, C_2, C_3 – заданные весовые коэффициенты. При этом последнее слагаемое обеспечивает сбалансированность как финансового, так и технического состояния предприятия и качества выпускаемой продукции.

В сделанных предположениях, требуется найти близкое к оптимальному решение задачи, сформировав нужный вектор управления (U_0, U_1, U_2) как функцию вектора состояния (x, y, l) при условии, что управления и состояния входят в дифференциальные уравнения мультипликативно, а функция сбыта нелинейно зависит от спроса и предложения.

СУБОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫМ И КОНСТРУКТОРСКИМ ЗВЕНОМ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ НАЗНАЧЕНИЯ ПЕРЕМЕННОЙ ЦЕНЫ БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ГИСТЕРЕЗИСНОЙ ФУНКЦИИ

Как было отмечено в [2–4], субоптимальное управление производственным и конструкторским звеном может быть получено на основе принципов динамического программирования [5]. Приняв допущение о примерном постоянстве назначаемой цены, решалась задача для двумерного вектора управления (U_1, U_2) в пространстве состояний динамической системы с использованием уравнения Беллмана в частных производных (этот подход является стандартным в методе аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР)):

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}=-\min_{U_1,U_2}[C_1\dot{Z}+C_2(1-U_1-U_2)Z+ C_3(Zl+lZ)+C_0(U_1^2+U_2^2)+ \frac{\partial\varepsilon}{\partial x}[(1+p)U_1-1]+\frac{\partial\varepsilon}{\partial y}\frac{U_2}{T_1}(1-Y)+ +\frac{\partial\varepsilon}{\partial l}(1-U_1-U_2)Z], \qquad (8)$$

где ε – искомая функция Беллмана.

Однако, в отличие от известных для АКОР результатов, полученных для линейного динамического объекта и аддитивного управления [6], синтезируемая система, описываемая уравнениями (1)–(6), содержит произведения координат состояния и сигналов управления. Поэтому задача решалась приближенно с помощью представления функции Беллмана степенным полиномом не второго, а третьего порядка

$$\varepsilon = \beta_1 x + 0.5Y_1 x^2 + \beta_2 Y + 0.5\gamma_2 Y^2 + \\ +\beta_3 l + 0.5Y_3 e^2 + \psi_{12} xY + \psi_{13} xl + \\ \psi_{23} Yl + \phi x^2 Y + pxY^2 + \lambda x l^2 \qquad (9)$$

На следующем этапе с использованием методов компьютерного моделирования было установлено, что субоптимальным решением с учетом прямых ограничений является кусочно-постоянное управление, зависящее от переменной рентабельности $p(t)$. Графики сигналов управления представлены на рис. 1.

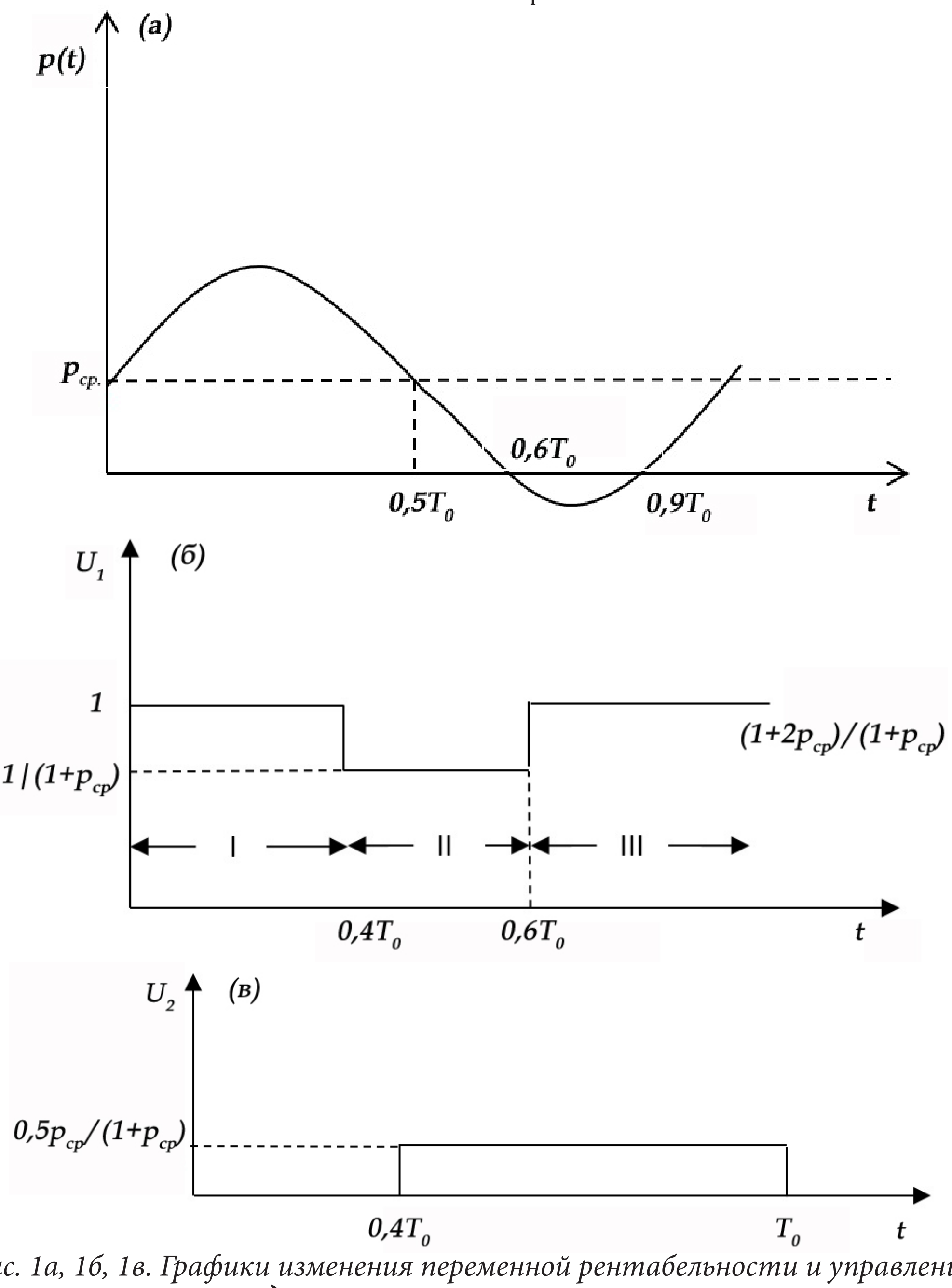

Рис. 1а, 1б, 1в. Графики изменения переменной рентабельности и управления производственным и конструкторским звеном

Из графиков видно, что за период колебания рентабельности поведение системы состоит из трех участков. (рис. 1б)

– участок I максимального расширения производства продукции;

– участок II сохранения достигнутого уровня простого воспроизводства и начала конструкторских работ и накопления прибыли;

– участок III уменьшения прибыли в кризисной ситуации при непрерывном повышении качества продукции, что видно из графика на рис. 1в.

При этом на участке I сумма $U_1 + U_2 = 1$. На участке II сумма $U_1 + U_2 = \frac{1}{1+\hat{p}} + \frac{0.5\hat{p}}{1+\hat{p}} = \frac{1+0.5\hat{p}}{1+\hat{p}} < 1$, вследствие чего происходит накопление прибыли со скоростью $\frac{0.5\hat{p}}{1+\hat{p}}$, и с такой же скоростью расходуются средства на конструкторские разработки. На участке III сумма $U_1 + U_2 = 1 + \frac{\hat{p}}{1+\hat{p}} = \frac{1+2\hat{p}}{1+\hat{p}} > 1$, поэтому накопленная прибыль уменьшается, но зато выделенные средства на сохранение темпов производства позволяют снизить его спад при отрицательной рентабельности.

Следует подчеркнуть, что полученное решение отвечает физическому смыслу решаемой задачи, и его можно использовать при дополнительном выборе не постоянной, а переменной цены U_0.

Решая задачу оптимального назначения цены U_0, будем исходить из простого предположения о стремлении достигнуть максимума скорости сбыта Z, оцениваемой по формулам (3) и (4). Однако, использовать стандартные методы оптимизации с использованием формулы (3) не удается в силу не дифференцируемости соответствующей функции. Чтобы преодолеть это затруднение, аппроксимируем ее с помощью соотношения:

$$Z \approx \frac{ZxU_0V}{xU_0 + V}. \qquad (10)$$

Здесь V – цена спроса, xU_0 – цена предложения. Нетрудно убедиться, что при равенстве спроса и предложена скорость сбыта Z согласно формуле (10) равна V или xU_0, в остальных случаях для оценки Z используется меньшее число из двух – V или xU_0. Тогда, согласно формулам (4) и (10) представим функцию Z в виде:

$$Z = 2x\frac{U_0(m_1Y + m_2Y - m_0U_0)}{m_1Y + m_2\dot{Y} + (x - m_0)U_0} \to \max.$$

Используя необходимое условие экстремума, нетрудно получить следующее соотношение:

$$U_0 = \frac{m_1y + m_2\dot{y}}{m_0 + \sqrt{xm_0}}. \qquad (11)$$

Выражение (11) указывает, что переменная цена U_0 падает при увеличении скорости выпуска продукции от некоторого максимального значения:

$$U_{0\max} = \frac{2}{3}\frac{(m_1y + m_2\dot{y})}{m_0} \qquad (12)$$

до минимального значения $U_{0\min}$, определяемого себестоимостью выпуска продукции:

$$U_{0\min} = \frac{(m_1y + m_2\dot{y})}{3m_0}. \qquad (13)$$

Попутно заметим, что допущение о назначении переменной цены, обеспечивающей равенство предложения и спроса, то есть $V = xU_0$ дает следующий ответ, полученный из выражения (4)

$$U_0 = \frac{m_1y + m_2\dot{y}}{x + m_0}. \qquad (14)$$

Можно убедиться, что ни попытка назначить постоянную цену по формулам (12) и (13), ни по формуле (14) при обеспечении равенства спроса и предложения не дают лучшего ответа по сравнению с назначением по формуле (11). Однако, главным недостатком параметрического синтеза является отсутствие учета динамики изменения качества продукции и зависящего от него спроса. На практике быстрое непрерывное изменение цены не сразу приведет к желаемому повышению скорости сбыта, поэтому в ряде прогнозируемых случаев необходимо назначать цену заблаговременно скачком, что позволяет осуществить гистерезисная функция.

НАЗНАЧЕНИЕ КУСОЧНО-ПОСТОЯННОЙ ЦЕНЫ С ПОМОЩЬЮ ГИСТЕРЕЗИСНОЙ ФУНКЦИИ

Поясним процесс гистерезисного назначения цены и его преимущества, обратившись более подробно к рис. 2 [7–10], дополнительно изобразив на нем варианты альтернативного назначения кусочно-постоянной цены следующим образом:

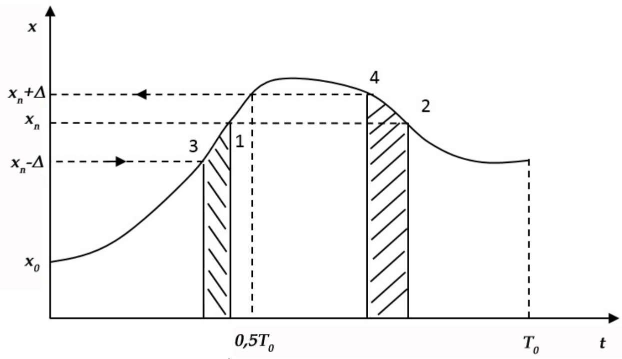

Рис. 2. График изменения скорости производства при переменной рентабельности

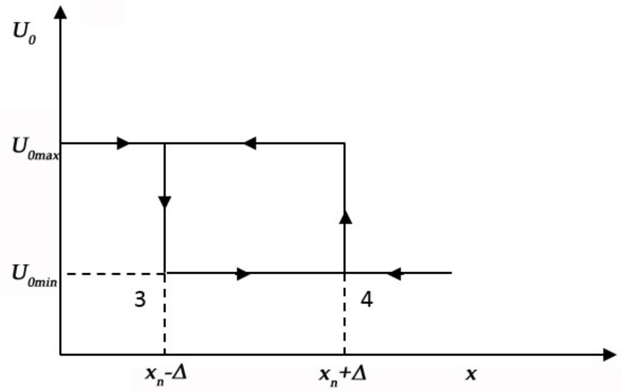

Рис. 3. Гистерезисная функция назначения цены

Рассмотрим сначала вместо выражений (10), (11), (14) назначения переменной цены самый простой вариант – назначение либо максимального значения $U_{0\max}$, либо минимального значения $U_{0\min}$ в зависимости от выбранного порога x_n, показанного на рис. 2 пунктирной линей. Тогда, в случае $x < x_ï$ назначается максимальная цена, на следующем участке – минимальная вплоть до точки 2, затем цена возвращается к максимальному значению. При этом, в данном варианте совершенно неважно, с какой производной $\dot{x}$ принимается решение о переключении цены (в точках 1 и 2 она имеет разные знаки). Указанному варианту соответствует самый грубый способ назначения кусочно-постоянной цены.

На следующем этапе рассмотрим другой вариант, который учитывает знак производной $\dot{x}$. Для этого зададимся интервалом $[x_n - \Delta_1, x_n - \Delta]$, показанным на рис. 2. В точке 3 велико не только значение x, но и ее положительная производная, т. е. прогнозируется дальнейший рост (расширение производства), и поэтому следует как можно раньше назначить минимальную цену, чтобы повысить спрос на продукцию до соответствующего уровня.

Проводя аналогичные рассуждения для точки 4, можно убедиться, что возврат к максимальной цене также нужно сделать ранее. Таким образом получается, область назначения минимальной цены, лежащая между точками 1 и 2, перемещается в область между точками 3 и 4. В соответствии с приведенными рассуждениями гистерезисную функцию назначения цены можно проиллюстрировать рис. 3.

Гистерезисная петля характеризуется четырьмя параметрами – $U_{0\max}$, $U_{0\min}$, $x_n - \Delta$, $x_n + \Delta$.

В представленной работе значения $U_{0\max}$ и $U_{0\min}$ вычисляются с использованием выражений (12) и (13), а значение $x_n - \Delta$ было принято равным $\frac{2}{3}m_0$. Оптимальное значение величины выбиралось экспериментально с использованием методов компьютерного моделирования по критерию максимума эффективности γ, вычисляемого с помощью соотношения (7).

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ РАЗРАБОТКАМИ И ПРОИЗВОДСТВОМ АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВАРИАНТАХ НАЗНАЧЕНИЯ ЦЕНЫ

Для уточнения параметров назначения цены и сравнения различных вариантов параметрического синтеза было проведено ком-

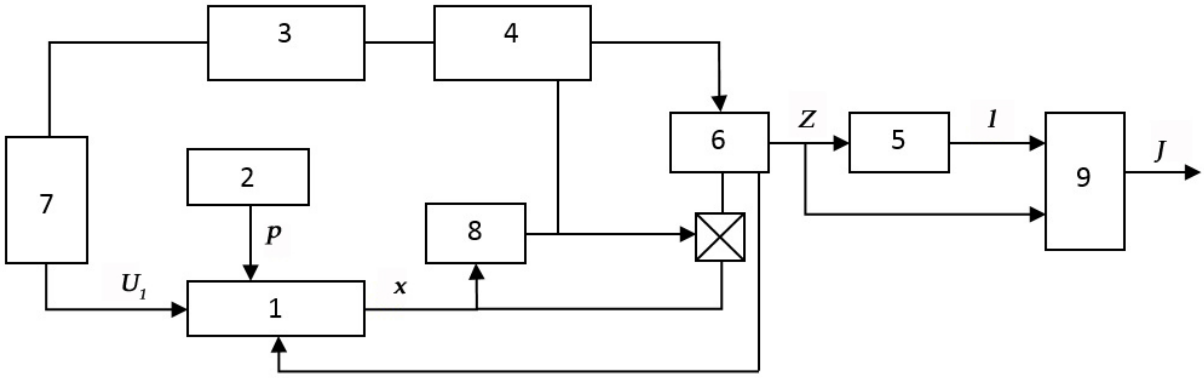

Рис. 4. Блок-схема моделируемой системы управления предприятием при назначении цены

пьютерное моделирование с использованием среды MatLab. Блок-схема моделируемой системы представлена на рис. 4.

Схема содержит следующие блоки:

1. производственное звено;
2. блок переменной рентабельности;
3. конструкторское звено;
4. блок формирования спроса;
5. блок накопления прибыли;
6. блок формирования сбыта;
7. управляющая часть производством и конструкторскими разработками;
8. блок назначения цены на продукцию;
9. критериальная часть оценки эффективности.

Из них первые пять блоков – динамические звенья, которые имеют следующие передаточные функции (здесь S – переменная Лапласа):

$$x = \frac{1}{S\tau}[(1+p)U_1 - 1], x(0) = x_0;$$

$$p = S^2 \frac{1}{T_0^2}, \ \dot{p}(0) = A, \ p(0) = \hat{p};$$

$$Y = \frac{1}{\frac{T_1}{U_2}S + 1}; \ 1 > Y(0) > 0;$$

$$V = (m_1 + m_2 S)Y - m_0 z;$$

$$l = \frac{z}{S}(1 - U_1 - U_2), \ l(0) = 0; \qquad (15)$$

Блокам (6)–(9) соответствуют нелинейные преобразования фазовых переменных.

Среди них наибольший интерес представляет блок 8 назначения цены в виде гистерезисной функции, показанной на рис. 3, реализующий логическую схему с помощью однотипных релейных элементов в соответствии со следующим соотношением:

$$Z = \frac{V}{2m_0}[1 + \Phi_1\Phi_2 + (1-\Phi_1)\Phi_3], \qquad (16)$$

где $\Phi(\xi_i) = \begin{cases} 1, \text{ при } \xi_i > 0 \\ 0, \text{ при } \xi_i \le 0 \end{cases}$, а входными сигналами ξ_i являются $\xi_1 = \dot{x}$;

$$\xi_1 = m_0 - x; \ \xi_3 = m_0 + \Delta - x.$$

Логическая схема гистерезисной функции назначения цены в среде MatLab показана на рис. 5.

В процессе моделирования учитывались следующие особенности:

– в случае отсутствия прибыли $(l = 0)$ автоматически обнуляются сигналы управления U_1 и U_2.

– кусочно-постоянное управление U_1 принимает одно из трех значений –1, (на участке I), $\frac{1}{1+\hat{p}}$ (на участке II), и $\frac{1+1.5p}{1+p}$ (на участке III), с целью замедления процесса спада в кризисной ситуации;

– кусочно-постоянное управление U_2 либо равно нулю на участке I, либо равно $\frac{0.5\hat{p}}{1+\hat{p}}$, на участках I и II;

– остаток полученного дохода после сбыта продукции определяет различную скорость накопления прибыли на разных участках;

– параметры системы $\hat{p}$, A, τ, T_0, T_1, m_0, m_1, m_2, C_1, C_2, C_3 должны быть определены на основе качественной идентификации. В данной работе эта компонента не рассматривается, и считаются заданными следующие параметры:

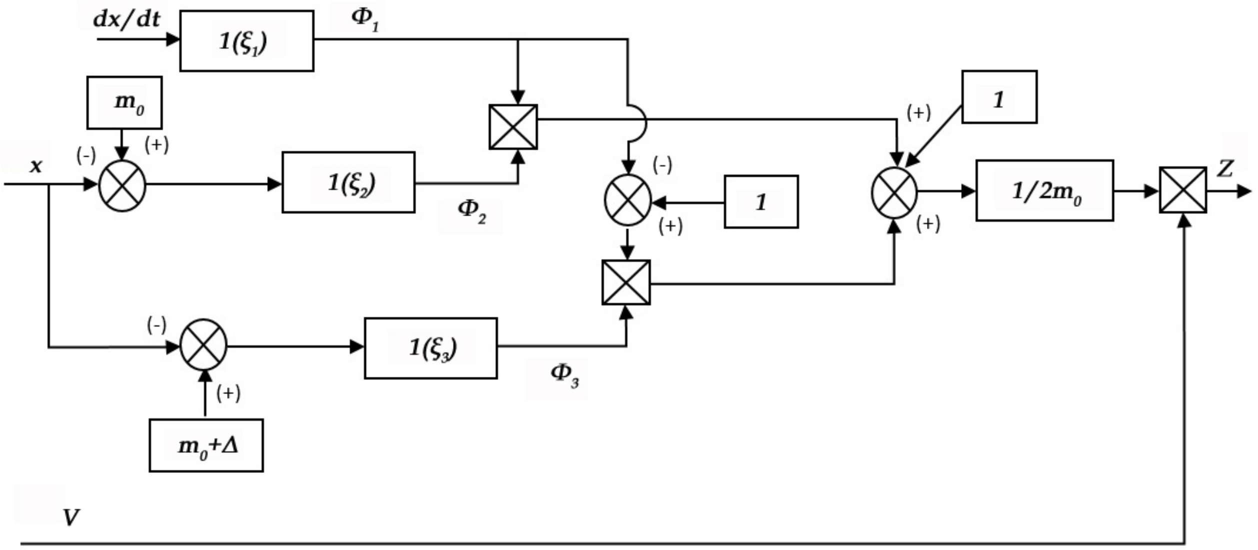

Рис. 5. Логическая схема гистерезисной функции назначения цены

$$\hat{p}=0.2,\ A=0.3>\hat{p},\ \tau=0.2,\ T_0=10,$$
$$T_1=0.8,\ m_0=3,\ m_1=10,\ m_2=8,$$
$$C_1=C_2=0.25,\ C_3=0.5,\ C_1+C_2+C_3=1.$$

– целью моделирования является экспериментальное определение оптимального размера петли гистерезисной функции назначения цены и сравнительное оценка эффективности различных вариантов назначения цены – постоянной, переменной и зависящей от скорости $\dot{x}$ промышленного производства. При этом под постоянной ценой подразумевается ее независимость от скорости производства.

Результаты моделирования показали, что переменная цена более выгодна, чем постоянная, а гистерезисная функция дополнительно повышает эффективность технико-экономической системы, по выбранному показателю (см. выражение (7)) на 10–15 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что гистерезисное назначение цены на продукцию авиационной техники при переменный рентабельности предприятия обеспечивает его максимальную эффективность. Преимущество назначения переменной цены возрастает при создании наукоемкой продукции и при непрерывном повышением ее качества, что наиболее характерно для авиационной техники. Использование при поиске единого субоптимального решения в виде суммы аддитивный и мультипликативной сверток обеспечивает сбалансированность системы, а гистерезисное назначение цены повышает устойчивость ее развития с учетом возникновения кризисных ситуаций.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-08-00312)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лебедев Г. Н., Аунг Мьё Тху, Дао Нгок Тхай.* Оценка условий устойчивого сохранения эффективности промышленного производства авиационной техники в кризисных ситуациях за счет совершенствования технологии ее изготовления // Изд. Вестник МАИ. – М. – 2012. – С. 13–19.

2. *Лебедев Г. Н., Дао Нгок Тхай.* Задача оптимального управления производством в кризисных ситуациях с учетом совершенствования создаваемой новой авиационной техники // Труды МАИ. – М. – 2013. – № 63. – С. 9.

3. *Лебедев Г. Н., Дао Нгок Тхай, Михайлин Д. А.* Синтез оптимального управления конструкторским звеном предприятия при создании новой авиационной техники в кризисных ситуациях // Авиакосмическое приборостроение. – М. – 2013. – № 10, С. 22–30.

4. *Лебедев Г. Н.* Разработка алгоритмического обеспечения для решения резерви-

рования источников информации на борту самолета / Г. Н. Лебедев, Г. М. Синевич, Д. А. Михайлин // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2016. – № 2. – С. 11–15.

5. *Беллман Р.* Динамическое программирование. – М. : ИНЛ, 1960.

6. *Летов А. М.* Динамика полета и управление. – М. : Наука, 1969.

7. *Semenov M. E., Grachikov D. V., Rukavitsyn A. G., Meleshenko P. A.* On the state feedback control of inverted pendulum with hysteretic nonlinearity / M. E. Semenov, D. V. Grachikov, A. G. Rukavitsyn, P. A. Meleshenko // MATEC Web of Conferences. – 2014. – Vol. 16. – P. 05009.

8. *Semenov M. E., Shevlyakova D. V., Meleshenko P. A.* Inverted pendulum under hysteretic control: stability zones and periodic solutions / M. E. Semenov, D. V. Shevlyakova, P. A. Meleshenko // Nonlinear Dynamics. – 2014. – Vol. 75. – P. 247–256.

9. *Семенов М. Е.* Адаптивное управление неустойчивым объектом с гистерезисными свойствами / М. Е. Семенов, А. Г. Рукавицын, О. И. Канищева, А. Е. Пигарев // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2014. – № 1. – С. 40–44.

10. *Лебедев Г. Н.* Управление предприятием в условиях расплывчатой неопределенности / Г. Н. Лебедев, М. Г. Матвеев, М. Е. Семенов, О. И. Канищева // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. –2012. – №1. – С. 102–106.

Лебедев Георгий Николаевич – д-р техн. наук, профессор 301 кафедры Московского авиационного института, Заслуженный деятель науки РФ.

Некрасова Наталия Николаевна – канд. техн. наук, доцент кафедры высшей математики Воронежского государственного архитектурно-строительного университета.
E-mail: Nekrasova-N@yandex.ru

Решетова Ольга Олеговна – магистрант кафедры цифровых технологий, факультет компьютерных наук, Воронежский государственный университет.

Lebedev George N. – Doctor of Technical Sciences, Professor 301 Department of the Moscow Aviation Institute, Honored Science Worker.

Nekrasova N. N. – candidate of engineering sciences, associate professor of the higher mathematics department of Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering.
E-mail: Nekrasova-N@yandex.ru

Reshetova Olga O. – Postgraduate Student, Department of digital technology, Computer Sciences Faculty, Voronezh State University.