

ОПТИМАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КВАНТУЮЩИХ УСТРОЙСТВ И СИНТЕЗ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ НА ОДИН ТАКТ

В. А. Величкин, Е. А. Крестьянинова, Г. Л. Акопян

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет

Поступила в редакцию 23.05.2016 г.

Аннотация. Строительные технологии всегда должны совершенствоваться, а для этого необходимо знать всю информацию о работах на строительной площадке, в том числе о деятельности и состоянии строительных машин. Движение машин осуществляется при помощи мощного электрического привода, который создает помехи разного рода. Поэтому ставится задача синтезировать оптимальные характеристики квантовых устройств выдаваемой информации на фоне помех. Ниже описывается методика определения оптимальных характеристик квантовых устройств при критерии минимума средней квадратической ошибки, не требующая применения электронных вычислительных машин. Описан процесс синтеза системы с запаздыванием на один такт. При квантовании дискретного сообщения по времени и уровню на передающей стороне вырабатываются дискретные сигналы $x_i^{(k)}$. На приемной стороне эти сигналы способствуют выработке процесса $s^*(t')$, который представляет собой оценку значений и приходит с запаздыванием относительно сообщения $s(t)$ на один такт дискретизации. Так же найдены формулы определяющие пороги квантования $h_i^{(k)}(u)$ и оценку сообщения $s^*(t, T, v)$. Приведена схема передающего устройства основными элементами которой являются дискретизатор и квантователь. Проведён анализ указанной схемы и представлены все расчетные соотношения для определения её оптимальных параметров.

Ключевые слова: квантование по уровням, квадратическая ошибка, квантованный процесс, дискретная система, марковское сообщение, квантование, дискретизатор, квантователь.

Annotation. Construction technology should always be improved, but for this it is necessary to know all the information about the works on the construction site, including the activity and status of construction machinery. The movement of vehicles is carried out by means of a powerful electric drive, which causes interference of various kinds. Therefore, the task is put to synthesize optimal performance quantizing the information delivered to devices noise background. Furthermore, we consider the characteristics that are optimal when the maximum number of criteria in quantized information message. Described system synthesis process with a delay of one clock cycle. When quantizing digital message in time and level are generated at the transmitting side digital signals $x_i^{(k)}$. On the receiver side these signals contribute generating process $s^*(t')$, which is the estimated value and comes with a delay relative to posts $s(t)$ by one sampling clock cycle. Just found the formula determining the quantization thresholds $h_i^{(k)}(u)$ and the rating of the message $s^*(t, T, v)$. The scheme of the transmitting device whose main elements are the sampler and quantizer. The analysis of the scheme and presented all the calculated ratio to determine its optimal parameters.

Keywords: quantization levels, square error, the quantized process, discrete system, Markov message quantization sampler, quantizer.

КРИТЕРИЙ МИНИМУМА СРЕДНЕЙ КВАДРАТИЧЕСКОЙ ОШИБКИ

Для совершенствования строительных технологий нужно всегда знать точную информацию о состояниях всех строительных

объектов, в том числе и о деятельности строительных машин. Мощный электрический привод строительных машин часто создает помехи при передаче информации по каналам связи, поэтому наша задача состоит в том, чтобы синтезировать оптимальные характеристики квантующих устройств, выдаваемой информации на фоне помех. Для этого сначала рассмотрим среднее квадратическое отклонение процесса

Среднее квадратическое отклонение процесса, квантованного на N уровней, от не квантованного, равно

$$\sigma^2 = \sum_{K=1}^N \int_{\xi_{K-1}}^{\xi_K} (\xi - \eta_K)^2 \omega(\xi) d\xi. \quad (1)$$

В этой формуле $\omega(\xi)$ – одномерное распределение плотности вероятности процесса $\xi(t)$.

Для определения оптимального расположения уровней η_K и скачков ξ_K нелинейной характеристики приравняем нулю производные выражения (1) по η_K и ξ_K . В результате получим следующие два условия, которым должны удовлетворять оптимальные характеристики [1]:

$$\eta_K = \frac{1}{p_K} \int_{\xi_{K-1}}^{\xi_K} \xi \omega(\xi) d\xi. \quad (2)$$

$$\xi_K = \frac{\eta_{K+1} + \eta_K}{2}. \quad (3)$$

При выполнении условия (2) средняя квадратическая ошибка квантования равна:

$$\sigma^2 = \sigma_\xi^2 = \sum_{K=1}^N \eta_K^2 p_K. \quad (4)$$

Здесь p_k – вероятность уровня η_K , σ_ξ – дисперсия процесса $\xi(t)$; предполагается, что его среднее значение равно нулю.

Формулы (2) и (3) получены в работе [2]. Кроме того, в ней приведены параметры оптимальных характеристик устройств, предназначенных для квантования нормальных процессов, определенные путем подбора на электронной вычислительной машине. Ниже приведен графический метод построения оптимальных характеристик, не требующий применения вычислительных машин.

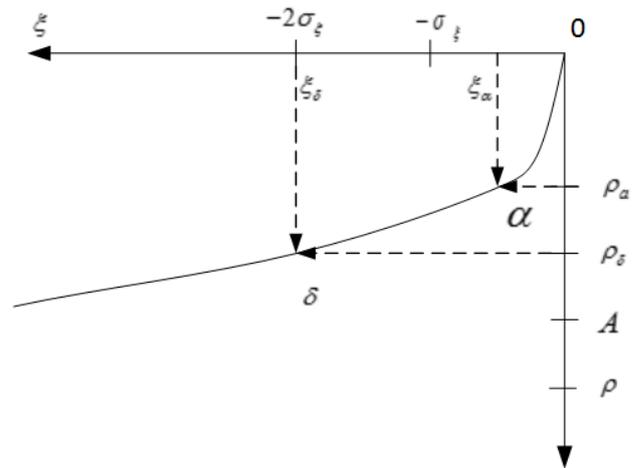


Рис. 1.

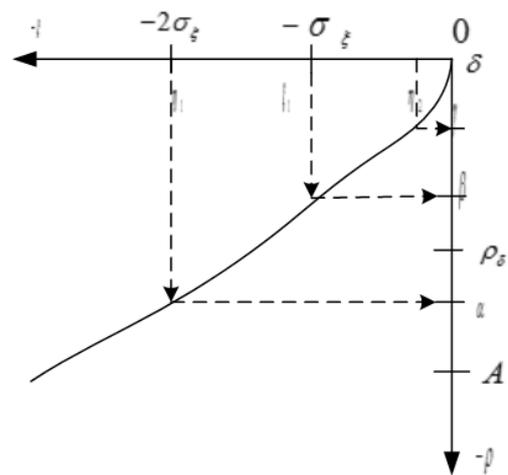


Рис. 2

На основании 3 оптимальная характеристика квантующего устройства должна быть симметричной относительно начала координат [3]. Если число уровней четное, то в начале координат должен происходить скачок характеристики. При нечетном числе уровней средний уровень должен быть равен нулю.

Поэтому при симметричном распределении процесса $\xi(t)$ можно производить построение только для половины характеристики.

При несимметричном распределении плотности вероятности построение надо повторить полностью для всей характеристики.

В некоторых работах [4] предлагается использовать квантующие устройства с равномерными характеристиками, но перед ними ставить компрессоры, производящие амплитудное ограничение сигнала, а после них – экспандеры. Предполагается, что характеристики экспандеров должны быть обратными характеристикам компрессоров.

Компрессор производит нелинейное преобразование сигнала $\xi(t)$, в результате которого получается процесс $\nu(t)$, квантуемый устройством с равномерной характеристикой. Можно поставить задачу определения оптимальной характеристики компрессора, обеспечивающей наименьшую среднюю квадратическую ошибку, при использовании квантующего устройства с равномерной характеристикой. Оптимальную характеристику компрессора $\nu = \varphi(\xi)$ можно определить по известным параметрам оптимальной характеристики квантующего устройства.

После квантования процесса $\nu(t)$ устройством с равномерной характеристикой получается процесс $\lambda(t)$, представляющий собой последовательность стандартных уровней λ . Экспандер должен преобразовать процесс $\lambda(t)$ в процесс $\eta(t)$. Для определения оптимальной характеристики экспандера $\eta = \psi(\lambda)$ надо отметить на оси η точки η_k , по оси λ равномерно расположить уровни λ_k , построить перпендикуляры и соединить точки их пересечения плавной кривой.

КРИТЕРИЙ МАКСИМАЛЬНОГО КОЛИЧЕСТВА ИНФОРМАЦИИ В КВАНТОВАННОМ ПРОЦЕССЕ

Квантование по уровням можно представить как передачу информации по каналу связи, на входе которого имеется непрерывное сообщение $\xi(t)$, на выходе – квантованное сообщение $\eta(t)$ и действует шум $\xi(t) - \eta(t)$. Количество информации, приходящей на одну ординату процесса $\eta(t)$, равно

$$H = H(\eta) - H\left(\frac{\eta}{\xi}\right). \quad (5)$$

В этой формуле $H(\eta)$ – энтропия процесса $\eta(t)$, $H\left(\frac{\eta}{\xi}\right)$ – условная энтропия процесса $\eta(t)$ относительно $\xi(t)$.

При использовании информационного критерия задача заключается в том, чтобы для данного числа уровней N найти такую характеристику квантующего устройства $\eta = g(\xi)$, при которой величина H будет наибольшей.

В рассматриваемом случае формулу (5) можно упростить, если учесть, что $g(\xi)$ – детерминированная функция. Тогда $H\left(\frac{\eta}{\xi}\right) = 0$ и формула (5) принимает вид

$$H = H(\eta) = -\sum_{k=1}^N p_k \log_2 p_k. \quad (6)$$

Известно, что величина (6) становится максимальной, когда вероятности всех уровней равны и $p_k = \frac{1}{N}$. В этом случае процесс $\eta(t)$ несет максимальное количество информации, равное

$$H_m = \log_2 N. \quad (7)$$

Таким образом, при информационном критерии оптимальной является характеристика квантующего устройства, которая обеспечивает равенство вероятностей уровней квантованного процесса [5]. Для построения такой характеристики можно воспользоваться преобразованием

$$f(\xi) = \int_{-\infty}^{\xi} \omega(x) dx - 0,5. \quad (8)$$

Оптимальная характеристика компрессора при использовании квантующего устройства с равномерной характеристикой описывается формулой (8). Что касается экспандера, то выбор его характеристики не влияет на количество информации, переносимой квантованным процессом.

Критерий максимального количества информации не накладывает никаких ограничений на величины уровней квантующего устройства. Если выбирать уровни в соответствии с формулой (2), то можно в некоторой степени уменьшить среднюю квадратическую ошибку. В этом случае для оценки искажений можно пользоваться формулой (4).

Средняя квадратическая ошибка не является единственной оценкой искажений, возникающих при квантовании. В некоторых случаях целесообразно использовать для оценки искажений энтропийную мощность шума квантования. Она равна мощности нормального аддитивного шума, уменьшающего количество информации так же, как и квантование [6]. Знание энтропийной мощности шума квантования позволяет сравни-

вать искажения квантования с искажениями, вызванными воздействием внешнего шума на непрерывное сообщение.

Для определения энтропийной мощности надо приравнять количество информации на выходе канала с квантованием к количеству информации на выходе канала связи, по которому передается неискаженное сообщение $\xi(t)$ и действует нормальный шум $n(t)$ [7].

Количество информации на выходе канала, работающего без квантования равно

$$H = H(\xi + n) - H(n). \quad (9)$$

Здесь $H(\xi + n)$ – энтропия суммы сигнала $\xi(t)$ и шума $n(t)$, $H(n)$ – энтропия шума. Для нормального шума с дисперсией σ_s^2

$$H(n) = 0,5 \log_2 2\pi e \sigma_s^2. \quad (10)$$

Энтропийная мощность равна

$$\sigma_s^2 = \frac{2^{2H(\xi+n)}}{N^2 2\pi e}.$$

Если процесс $\xi(t)$ имеет нормальное распределение, то

$$\sigma_s^2 = \frac{\sigma_\xi^2}{N^2 - 1}. \quad (11)$$

Из выше описанного следует, что:

1. Оптимальные характеристики квантовых устройств определяются одномерными распределениями непрерывных сообщений. Характеристики, оптимальные в среднеквадратическом и информационном смысле, не совпадают.

2. Оптимальными свойствами обладают квантовые устройства с равномерными характеристиками, если перед ними стоят соответствующие компрессоры, а после них – экспандеры. При информационном критерии оптимальная характеристика компрессора совпадает с интегральным законом распределения процесса. Оптимальные характеристики экспандеров не являются обратными характеристиками компрессоров.

3. Для оценки искажений процесса при квантовании в некоторых случаях целесообразно использовать энтропийную мощность шума квантования.

СИНТЕЗ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ НА ОДИН ТАКТ

Система предназначена для дискретной передачи нормального марковского сообщения $s(t)$ по методу дельта-модуляции. В этом случае на передающей стороне квантуется разность сообщения и его предсказанного значения. Чтобы облегчить синтез, предположим, что квантуется само сообщение, а пороги квантования являются переменными и меняются в зависимости от результатов квантования предыдущих значений сообщения.

На передающей стороне производится дискретизация сообщения по времени с шагом T и квантование по уровням, в результате чего вырабатываются дискретные сигналы $x_i^{(k)}$. Здесь нижний индекс соответствует моменту времени t_i дискретизации сообщения, а верхний представляет собой номер области квантования по уровням ($k = 1, 2, \dots, L$), в которую попадает значение сообщения s_i . Граница между областями квантования k и $k + 1$ в момент времени t_i называется порогом квантования и обозначается $h_i^{(k)}$. На приемной стороне системы по принятым дискретным сигналам вырабатывается процесс $s^*(t')$, значения которого в каждый момент времени представляют собой оценки значений сообщений $s(t)$, сформированные по критерию минимума СКО. Особенность данной задачи заключается в том, что оценка $s^*(t')$ запаздывает относительно сообщения $s(t)$ на один такт дискретизации по времени T , т. е. $t' = t + T$ [8]. Учитывая это, в дальнейшем вместо $s^*(t')$ будем писать $s^*(t, T)$, причем $t_{i-1} < t \leq t_i$. Синтез системы заключается в нахождении формул, определяющих пороги квантования $h_i^{(k)}(u)$ и оценку сообщения $s^*(t, T, v)$. Здесь u и v – векторы данных, используемых при формировании порогов квантования и оценки. Учитывая, что синтезируется система с дельта-модуляцией для марковского сообщения и канала без помех, выбираем $u = \{s_{i-1}^*\}$ и $v = \{x_i, s_{i-1}^*\}$.

При синтезе исходными являются формулы (16) и (24), которые в данном случае записываются так [9]:

$$s^*(t, T) = \int_{-\infty}^{\infty} sw(s | x_i^{(k)}, s_{i-1}^*) ds \quad (12)$$

$$\int_{t_{i-1}}^{t_i} \left[s^*(t, T, x_i^{(k)}, s_{i-1}^*) - s^*(t, T, x_i^{(k+1)}, s_{i-1}^*) \right] \left[2 \int_{-\infty}^{\infty} sw(s | s_i = h_i^{(k)}, s_{i-1}^*) ds - s^*(t, T, x_i^{(k)}, s_{i-1}^*) - s^*(t, T, x_i^{(k+1)}, s_{i-1}^*) \right] dt = 0. \quad (13)$$

СКО передачи сообщения равен

$$\varepsilon^2 = T^{-1} \int_{t_{i-1}}^{t_i} [\sigma_s^2 - \sigma_{s^*}^2(t)] dt. \quad (14)$$

В этих формулах $w(s | x_i^{(k)}, s_{i-1}^*)$ и $w(s | s_i = h_i^{(k)}, s_{i-1}^*)$ – условные плотности вероятности сообщения, σ_s^2 и $\sigma_{s^*}^2(t)$ – дисперсии сообщения и оценки. Последняя величина ввиду нестационарности оценки зависит от времени [10].

Решая (12) и (13) совместно при синтезе системы запаздывания получим

$$s^*(t, T) = s_{i-1}^* \psi_{i-1}(t) + s_i^* \psi_i(t) \quad (15)$$

$$h_i^{(k)} = \sigma_z h_{КИМ}^{0(k)} + R_s(T) s_{i-1}^* \quad (16)$$

В этих формулах

$$\sigma_z^2 = \sigma_s^2 - R_s^2(T) \sigma_{s^*}^2(t_i) \quad (17)$$

$$s_i^* = \Delta_i + R_s(T) s_{i-1}^*, s_{i-1}^* = \Delta_{i-1} + R_s(T) s_{i-2}^* \quad (18)$$

Здесь $\Delta_i, \Delta_{i-1}, \dots$ – дискретные случайные величины, принимающие значения $\Delta_i = \sigma_z s_{КИМ}^{0*(k)}$ ($K = 1, 2, \dots, L$) в соответствии с номером сигнала $x_i^{(k)}$. Величины $h_{КИМ}^{0(2)}$ и $h_{КИМ}^{0*(k)}$ представляют собой нормированные (относительно σ_s) значения порогов квантования и уровней оценки системы с кодово-импульсной модуляцией. Следовательно, передающая сторона рассматриваемой системы (квантователь) не отличается от обычного дельта-модулятора [11]. Формула (15), определяющая приемное устройство, отличается от известной ранее тем, что она описывает процесс интерполяции, а не экстраполяции, которая производится в системе без запаздывания. Это различие обуславливает более высокую точность системы с запаздыванием. Координатные функции интерполяции в данном случае имеют вид

$$\psi_i(t) = \frac{\sigma_s^2 R_s(t_i - t) - \sigma_{s^*}^2(t_i) R_s(T) R_s(t - t_{i-1})}{\sigma_s^2 - \sigma_{s^*}^2(t_i) R_s^2(T)},$$

$$\psi_{i-1}(t) = \frac{\sigma_s^2 [R_s(t - t_{i-1}) - R_s(t_i - t) R_s(T)]}{\sigma_s^2 - \sigma_{s^*}^2(t_i) R_s^2(T)}. \quad (19)$$

Для дальнейшего уточнения координатных функций (19) и определения среднего квадрата ошибки по формуле (14) необходимо определить дисперсию оценки $\sigma_{s^*}^2(t)$. Воспользуемся следующей формулой, полученной из (15), (17) и (19):

$$s^2(t, T) = \psi_i(t) s_i + R_s(T) s_{i-1}^*. \quad (20)$$

Как показано [12], два слагаемых в правой части это формулы независимы. Поэтому

$$\sigma_{s^*}^2(t) = \psi_i^2 \sigma_z^2 [1 - \varepsilon_{КИМ}^2(L)] + R_s^2(T) \sigma_{s^*}^2(t_i) \quad (21)$$

Здесь $\varepsilon_{КИМ}^2(L)$ – нормированный (относительно σ_s^2) СКО квантования в системе с кодово-импульсной модуляцией.

При $t = t_i$ получим

$$\sigma_{s^*}^2(t_i) = \sigma_z^2 [1 - \varepsilon_{КИМ}^2(L)] / [1 - R_s^2(T)]. \quad (22)$$

Решая (22) совместно с (17), найдем

$$\sigma_{s^*}^2(t_i) = \sigma_s^2 [1 - \varepsilon_{КИМ}^2(L)] / [1 - \varepsilon_{КИМ}^2(L) R_s^2(T)] \quad (23)$$

$$\sigma_z^2 = \sigma_s^2 [1 - R_s^2(T)] / [1 - \varepsilon_{КИМ}^2(L) R_s^2(T)]. \quad (24)$$

Подставив (23) и (24) в (19), мы получим выражения координатных функций

$$\psi_i(t) = \left\{ \begin{array}{l} \exp[-a(t_i - t)] \\ [1 - \varepsilon_{КИМ}^2(L) \exp(-2aT)] \\ - [1 - \varepsilon_{КИМ}^2(L)] \\ \exp(aT) \exp[-a(t - t_i)] \end{array} \right\} \times [1 - \exp(2aT)]^{-1} \quad (25)$$

$$\psi_{i-1}(t) = [1 - \varepsilon_{КИМ}^2(L) \exp(-2aT)]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \exp[-a(t - t_{i-1})] - \\ \exp[-a(t_i - t)] \exp(-aT) \end{array} \right\} \times [1 - \exp(-2aT)]^{-1}$$

Рассмотрим структурную схему синтезированной системы (рис. 3). Для этого пред-

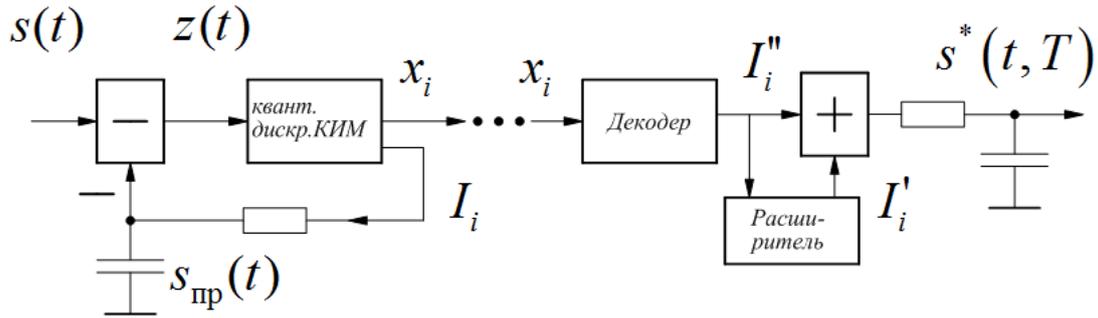


Рис. 3. Структурная схема синтезированной системы

ставим (16) в виде ряда с помощью (18). Можно написать:

$$h_i^{(k)} = \sigma_2 h_{КИМ}^{0(k)} + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{S_j}{a\tau_u} \tau_u a \exp[-a(t_i - t_j)]. \quad (26)$$

В соответствии с этой формулой, пороги квантования равны порогам системы с кодово-импульсной модуляцией, смещенным на величину, равную второму слагаемому в правой части равенства (26).

По физическому смыслу это слагаемое описывает предсказанное сообщение $s_{пр}(t)$. Ошибка предсказания $z(t) = s(t) - s_{пр}(t)$ [13]. Ее дисперсия определена формулой (24). Это слагаемое можно трактовать как результат действия коротких ($\tau_u < T$) импульсов I_j , имеющих длительность τ_u и амплитуду $a \exp[-a(t_i - t_j)]$, представляющей собой интегрирующую цепочку постоянной времени a^{-1} .

Схема предающего устройства изображена в левой части рис. 3. Ее основным элементом является дискретизатор (по времени) и квантователь (по уровням) кодово-импульсной модуляции. Он производит дискретизацию процесса $z(t)$ по времени с шагом T и по уровням в соответствии с порогами $\sigma_z h_{КИМ}^{0(k)}$. На его выходе имеется последовательность дискретных сигналов x_i , направляемых в канал связи, и последовательность импульсов I_i с длительностью $\tau_u < T$ и дискретными значениями амплитуды $\Delta_j / a\tau_u$, которые поступают на интегрирующую цепочку с постоянной времени a^{-1} в цепи обратной связи. Все необходимые расчетные формулы приведены выше. Устройство дискретизации и квантования КИМ можно построить по одной из известных схем. Перейдем к рассмотрению схемы приемной части.

Для этого, используя (18), преобразуем формулу (20) к виду

$$s^*(t, T) = \psi_i(t) s_i + \sum_{j=1}^{i-1} \psi_j(t_j) s_j \exp[-a(t - t_j)]. \quad (27)$$

При написании этой формулы, для того чтобы каждое слагаемое содержало $\psi_i(t)$, под знак суммы введено $\psi_j(t_j) = 1$. Для упрощения технической реализации системы потребуем, чтобы оценка вырабатывалась в результате воздействия импульсов $u_j(t)$ с длительностью не более T на интегрирующую цепочку с постоянной времени a^{-1} [14]. В этом случае

$$\begin{aligned} s^*(t, T) &= a \int_0^t \sum_{j=1}^i u_j(\tau) \exp(-a|t - \tau|) d\tau \\ &= a \int_{t_{i-1}}^t u_i(\tau) \exp(-a|t - \tau|) d\tau \\ &\quad + \sum_{j=1}^{i-1} a \int_{t_{j-1}}^{t_j} u_j(\tau) \exp(-a|t - \tau|) d\tau. \end{aligned} \quad (28)$$

Для определения $u_j(t)$ приравняем правые части (27) и (28). Достаточно рассмотреть условие равенства первых слагаемых. В результате для определения $u_j(t)$ получим уравнение

$$a \int_{t_{i-1}}^t u_i(\tau) \exp(-a|t - \tau|) d\tau = \psi_i(t) s_i. \quad (29)$$

Это линейное интегральное уравнение первого рода с экспоненциальным рядом. Известный способ решения такого уравнения (дифференцирование по t) дает

$$u_i(t) = s_i \left[\psi_i(t) + a^{-1} \left(\frac{d\psi_i(t)}{dt} \right) \right]. \quad (30)$$

Подставив (25) в (30), получим

$$\begin{aligned}
 u_i(t) &= s_i \{ 2 \exp(-a|t_i - t|) \\
 & [1 - \varepsilon_{КИМ}^2(L) \exp(-2aT)] \\
 & [1 - \exp(-2aT)]^{-1} \\
 & + \delta(t - t_{i-1} - 0) a^{-1} \varepsilon_{КИМ}^2(L) \exp(-aT) \} \\
 u_i(t) &= \left(\frac{s_j}{s_i} \right) u_i(t + t_i - t_j).
 \end{aligned} \tag{31}$$

Здесь $\delta(t - t_{i-1} - 0)$ – дельта-функция.

Для упрощения технической реализации системы в формуле (31) можно принять $\exp[-a|t_i - t|] \approx 1$, что справедливо при малом шаге дискретизации ($t_{i-1} < t \leq t_i$). Дельта-функцию можно приближенно воспроизвести с помощью короткого импульса с площадью, равной единице, действующего в момент времени t_{i-1} . С учетом этого можно написать

$$u_i(t) \approx I_i'(t) + I_i''(t), \tag{32}$$

где $I_i'(t)$ – функция, описывающая прямоугольный импульс,

$$\begin{aligned}
 I_i''(t) &= \frac{s_i \varepsilon_{КИМ}^2(t) \exp(-aT)}{a \tau_u}, \\
 t_{i-1} &< t \leq t_{i-1} + \tau_u.
 \end{aligned} \tag{33}$$

Принимаемые сигналы x_i декодируются, в результате чего вырабатываются короткие импульсы $I_i''(t)$ с дискретными значениями амплитуды, соответствующие дискретным сигналам. В расширителе импульсы расширяются на весь период дискретизации и меняются их амплитуда, в результате чего вырабатываются импульсы $I_i'(t)$. Импульсы $I_i'(t)$ и $I_i''(t)$ складываются и вместе поступают на вход интегрирующей цепочки с постоянной времени a^{-1} . На выходе цепочки образуется восстановленное сообщение $s^*(t, T)$.

Все расчетные соотношения для определения оптимальных параметров схемы даны выше. Необходимо отметить, что в наиболее важном случае квантования на два уровня схема существенно упрощается и ее техническая реализация не встречает затруднений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кендалл М. Теория распределений / М. Кендалл, А. Стьюарт ; пер. с англ. В. В. Сазонова, А. Н. Ширяева под ред. А. Н. Колмогорова. – М. : Наука, 1966.
2. Марченко Б. Г. Метод стохастических интегральных представлений и его приложения в радиотехнике / Б. Г. Марченко. – К. : Наукова думка, 1973. – 192 с.
3. Зингер Р. А. Зарубежная радиоэлектроника. – 2001. – № 8.
4. Величкин В. А. Передача аналоговых сообщений по цифровым каналам связи – М. : Радио и связь, 2003.
5. Ярлыков М. С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. – М. : Сов.радио, 1980.
6. Величкин В. А. Теория дискретной передачи непрерывных сообщений. – «Советское радио», 1999.
7. Деч Р. Нелинейные преобразования случайных процессов / Р. Деч ; пер. с англ. Б. А. Смиренина под ред. Б. Р. Левина. – М. : Сов. радио, 1965. – 206 с.
8. Райс С. Теория флуктуационных шумов / С. Райс ; пер. с англ. под ред. Н. А. Железнова // Теория передачи электрических сигналов при наличии помех. – М. : ИИЛ, 2003.
9. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника / В. И. Тихонов. – М. : Радио и связь, 1982.
10. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника / В. И. Тихонов, Амиантов И.Н. – М. : Радиотехника, 2009.
11. Букингем М. Шумы в электронных приборах и системах / М. Букингем ; пер. с англ. Г. А. Сидоровой и др. – М. : Мир, 1986.
12. Кендалл М. Теория распределений / М. Кендалл, А. Стьюарт ; пер. с англ. В. В. Сазонова, А. Н. Ширяева под ред. А. Н. Колмогорова. – М. : Наука, 1966.
13. Марченко Б. Г. Метод стохастических интегральных представлений и его приложения в радиотехнике / Б. Г. Марченко. – К. : Наукова думка, 1973. – 192 с.
14. Горовецкая Т. А. Кумулянтный анализ 1/f шума / Т. А. Горовецкая, А. И. Красильников // Электроника и связь. – 2007. – № 6 (41).

Величкин В. А. – канд. техн. наук, профессор кафедры автоматизации и электроснабжения, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет.
E-mail: velyvol@mail.ru

Крестьянинова Е. А. – студент, кафедра автоматизации и электроснабжения, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет.
E-mail: DajnaBellman@yandex.ru

Акопян Г. Л. – студент, кафедра автоматизации и электроснабжения, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет.
E-mail: akopyan1496@yandex.ru

Velichkin V. A. – The Candidate of Sciences, Professor, Department of Automation and electricity, National Research University Moscow State University of Civil Engineering.
E-mail: velyvol@mail.ru

Krestyaninova E. A. – student, Department of Automation and electricity, Institute of Engineering and Ecological Construction and Mechanization, National Research University Moscow State University of Civil Engineering.
E-mail: DajnaBellman@yandex.ru

Akopyan G. L. – student, Department of Automation and electricity, Institute of Engineering and Ecological Construction and Mechanization, National Research University Moscow State University of Civil Engineering.
E-mail: akopyan1496@yandex.ru