# ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ПОЯВЛЕНИЯ ЛОЖНЫХ ПИКОВ КОЛЬЦЕВЫХ И КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК ПРИ РАДИОПЕЛЕНГАЦИИ СО СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕМ

Ю. Б. Нечаев\*, И. В. Пешков\*\*, Ю. О. Аальмуттар Атхеер\*, К. Д. Аль Хафаджи Сармад\*

\*Воронежский государственный университет \*\*Елецкий государственный университет

## Поступила в редакцию 10.03.2016 г.

**Аннотация.** В статье рассматривается функционирование методов радиопеленгации в системе кольцевых и концентрических антенных решеток, основное внимание уделено проблеме появления ложных пиков на пеленгационном рельефе кольцевых и концентрических антенных решеток при радиопеленгации методом MUSIC со сверхразрешением.

**Ключевые слова:** сверхразрешение, цифровая антенная решетка, радиопеленгация, кольцевые антенные решетки, концентрические антенные решетки, ложные пики.

**Annotation.** In this paper processing methods of direction-of-arrival (DOA) of radio signals via circular and concentric antenna arrays is considered. The main attention is paid to the problem of false peaks occurring on spatial spectrum graph of the circular and concentric arrays while DOA-estimation by MUSIC method.

**Keywords:** super resolution; antenna array; DOA estimation; circular arrays; concentric circular arrays, false peaks.

#### введение

Оценка угловых координат источников радиоизлучения представляет серьезный исследовательский интерес в таких областях как радиолокация, гидролокация и беспроводные телекоммуникационные системы. Так в задачах радиолокации оценка угловых координат источников радиоизлучения (ИРИ) является ключевой для разделения целей, в то время как в беспроводных телекоммуникационных системах информация о координатах позволяет осуществить пространственное разделение для увеличения одновременно функционирующих пользователей [1].

Соответствующие алгоритмы обработки требуют, чтобы выходные сигналы со всех антенных элементов (АЭ) были доступны в цифровой форме, причем сигналы со всех каналов обрабатываются одновременно. Увеличение числа каналов приводит к увеличению выходного значения отношение сигнал-шум

(ОСШ). Известно, что для улучшения точности и разрешающей способности методов пеленгации необходимо высокое ОСШ [2]. На сегодняшний день получили распространение пеленгационные методы со сверхразрешением, способные разделять сигналы, находящиеся в одном интервале разрешения по Рэлею. Большинство из них относится к методам проецирования на подпространства (MUSIC, ESPRIT). Соответствующие алгоритмы были достаточно основательно изучены для линейных и кольцевых антенных решеток (КАР) [3, 4]. Известно, что геометрия антенных решеток накладывает ограничения на характеристики пеленгации, важнейшее из которых для линейной AP заключается в возможности только азимутальной оценки. Для преодоления этого ограничения предложено использовать кольцевую АР в задачах, требующих как азимутальной, так и угломестной радиопеленгации. Затем было предложено использовать концентрические кольцевые АР [5].

<sup>©</sup> Нечаев Ю. Б., Пешков И. В., Аальмуттар Атхеер Ю. О., Аль Хафаджи Сармад К. Д., 2016

Оценка вероятности появления ложных пиков кольцевых и концентрических антенных решеток ...

## ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ

Предположим, что M радиосигналов приходят на антенную решетку с различных направлений  $\{\varphi_m, \theta_m\}_{m=0}^{M-1}$ . Для произвольной геометрической конфигурации комплексный вектор сигналов на выходе AP описывается выражением:

$$\vec{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \vec{\mathbf{s}}(t) + \vec{\mathbf{n}}(t), \qquad (1)$$

где  $\vec{\mathbf{x}}(t) - N$  -мерный вектор, описывающий сигналы на выходе каждого антенного элемента AP,  $\vec{\mathbf{s}}(t) - M$  -мерный вектор сигналов;  $\vec{\mathbf{n}}(t) - N$  -мерный вектор шума,  $\mathbf{A} - N \times M$ матрица направляющих векторов, m -й столбец которой соответствует фазовому распределению на AP m -го сигнала.

Предположим, что  $\vec{s}(t)$  и  $\vec{n}(t)$  – стационарные случайные процессы,  $\vec{n}(t)$  – гауссовский случайный процесс с нулевым средним и ковариационной матрицей  $\sigma^2 \mathbf{I}$  ( $\sigma^2$  – дисперсия шума), а также, что сигналы некоррелированы и отсутствует корреляция между шумом и сигналами. Тогда пространственная корреляционная матрица (КМ) в общем виде может быть записана в следующем виде:

$$\mathbf{R} = E[\vec{\mathbf{x}}(t)\vec{\mathbf{x}}^{H}(t)] = \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{A}^{H} + \sigma^{2}\mathbf{I},$$

где E[...] – математическое ожидание,  $(...)^{H}$  – эрмитово сопряжение,  $\mathbf{S} = E[\mathbf{\vec{s}}(t)\mathbf{\vec{s}}^{H}(t)]$  – корреляционная матрица сигналов.

Сигнал создается несколькими взаимно некоррелированными внешними источниками и собственным шумом. В этом случае получаем:

$$\vec{\mathbf{x}}(t) = \sum_{m=0}^{M-1} s_m(t) \vec{\mathbf{a}}(\theta_m) + \vec{\mathbf{n}}(t).$$

Некоррелированность сигналов отдельных источников приводит к тому, что КМ будет равна сумме КМ отдельных источников и шума:

$$\mathbf{R} = \sum_{m=0}^{M-1} E\left[s_m^2(t)\right] \vec{\mathbf{a}}^H(\theta_m) \vec{\mathbf{a}}(\theta_m) + \sigma_0^2 \mathbf{I} =$$
$$= \sum_{m=0}^{M-1} p_m \vec{\mathbf{a}}^H(\theta_m) \vec{\mathbf{a}}(\theta_m) + \sigma^2 \mathbf{I} = \mathbf{A} \mathbf{S} \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I}$$

Для некоррелированных источников она представляет собой диагональную матрицу [6]:

$$\mathbf{S}_{ij} = \begin{cases} p_i, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases}$$

где  $p_i$  – мощность *i* -го сигнала.

Поскольку ранг матрицы **ASA**<sup>*H*</sup> равен *M*, тогда **ASA**<sup>*H*</sup> имеет *M* положительных собственных значений, а остальные (N-M)собственные значения равны нулю. Из этого следует, что для матрицы **ASA**<sup>*H*</sup> +  $\sigma_0^2$ **I** собственные значения:  $\lambda_1 > \lambda_2 > ... > \lambda_M > \sigma^2$  и  $\lambda_{M+1} = ... = \lambda_N = \sigma^2$ . Тогда множество собственных значений можно разделить на два подмножества, каждое из которых обладает уникальными свойствами.

Пусть  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_{N-1} \geq \lambda_N$  – собственные значения матрицы **R**. Пусть также  $\mathbf{E}_s = [\vec{e}_1, \vec{e}_2, ..., \vec{e}_M]$  – ортонормированные собственные векторы, соответствующие M самым большим собственным значениям  $\Lambda_s = [\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_M]$  и  $\mathbf{E}_n = [\vec{e}_{M+1}, \vec{e}_{M+2}, ..., \vec{e}_N]$  – матрица, состоящая из ортонормированных собственных векторов, соответствующих (N-M) самым малым собственным значениям  $\Lambda_n = [\lambda_{M+1}, \lambda_{M+2}, ..., \lambda_N]$ . Пусть [6]

$$\mathbf{R}\mathbf{E}_n = \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{E}_n = \boldsymbol{\sigma}_0^2 \mathbf{E}_n = \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{A}^H \mathbf{E}_n + \boldsymbol{\sigma}^2 \mathbf{E}_n,$$

тогда следует, что  $\mathbf{A}^{H}\mathbf{E}_{n} = 0$ . Другими словами, столбцы матрицы  $\mathbf{E}_{n}$  принадлежат нуль-пространству  $\mathbf{A}^{H}$ . Поскольку собственные векторы шумового подпространства ортогональны к столбцам матрице направляющих векторов  $\mathbf{A}$ , что соответствует истинным координатам источников радиоизлучения  $\{\varphi_{m}, \theta_{m}\}_{m=0}^{M-1}$ . Тогда пространственный спектр метода MUSIC [7]:

$$P_{MUSIC}(\varphi,\theta) = \frac{1}{\vec{\mathbf{a}}^{H}(\theta)\mathbf{E}_{N}\mathbf{E}_{N}^{H}\vec{\mathbf{a}}(\theta)}.$$
 (2)

Числитель (2) становится равным нулю и выражение  $P_{MUSIC}(\varphi, \theta)$  стремится к бесконечности, соответствуя оценкам координат  $\left\{\hat{\varphi}_{m}, \hat{\theta}_{m}\right\}_{m=0}^{M-1}$ .

# КОЛЬЦЕВЫЕ И КОНЦЕНТРИЧЕСКИЕ АНТЕННЫЕ РЕШЕТКИ

Для кольцевой AP n-я компонента направляющего вектора  $\vec{\mathbf{a}}(\phi, \theta)$ , описывающего распределение фаз сигнала, падающего на AP из направлений  $\theta$  – в азимутальной и  $\varphi$  – в вертикальной плоскостях в данной системе координат, записывается в виде [15]:  $a_{n}^{circ}(\varphi_{m}, \theta_{m}) =$ 

$$= \exp\left\{j\left[-k_m r\cos\left(\theta_m - \frac{2\pi n}{N}\right)\sin(\varphi_m)\right]\right\},\$$

где r – радиус AP, n = 1...N,  $k_m = 2\pi / \lambda_m$ ,  $\lambda_m$  – длина волны m -го сигнала.

Геометрия концентрических антенных решеток конструируется путем использования нескольких кольцевых антенных решеток, вписанных друг в друга.

В составе концентрических АР имеется H кольцевых антенных решеток и каждая АР имеет  $K_h$  антенных элементов, где индекс h обозначает номер соответствующей КАР и  $1 \le h \le H$ . КАР могут иметь различное количество элементов в своем составе, таким образом, образуя различные геометрии. В структуре соответствующей КАР  $r_h$  – радиус h-й кольцевой АР и угол между соседними элементами равен:

$$\gamma_{k_h} = 2\pi \frac{k_h}{K_h},$$

где  $k_h = 0, 1, ..., K_h - 1$  и h = 1, 2, ..., H. Таким образом, фаза на  $k_h$  -м элементе в h -й КАР:  $a_n^{circ}(\varphi_m, \theta_m) =$ 

$$= \exp\left\{ j \left[ -k_m r_h \cos\left(\theta_m - 2\pi \frac{k_h}{K_h}\right) \sin(\varphi_m) \right] \right\}.$$

Тогда направляющий вектор *m* -го источника радиоизлучения на *h* -й КАР в терминах углов наблюдения и склонения, а также позиции элементов решетки принимает форму: **a**.  $(\alpha, \beta) =$ 

Матрица направляющих векторов *h*-й кольцевой антенной решетки:

$$\mathbf{A}_{h} = \begin{bmatrix} \exp\{j[-k_{1}r_{h}\cos(\theta_{1}-\gamma_{0})\sin(\varphi_{1})]\} & \cdots & \exp\{j[-k_{M-1}r_{h}\cos(\theta_{M-1}-\gamma_{0})\sin(\varphi_{M-1})]\} \\ \exp\{j[-k_{1}r_{h}\cos(\theta_{1}-\gamma_{1})\sin(\varphi_{1})]\} & \cdots & \exp\{j[-k_{M-1}r_{h}\cos(\theta_{M-1}-\gamma_{1})\sin(\varphi_{M-1})]\} \\ \cdots & \vdots & \vdots \\ \exp\{j[-k_{1}r_{h}\cos(\theta_{1}-\gamma_{K_{h}-1})\sin(\varphi_{1})]\} & \cdots & \exp\{j[-k_{M-1}r_{h}\cos(\theta_{M-1}-\gamma_{K_{h}-1})\sin(\varphi_{M-1})]\} \end{bmatrix}.$$

Матрица направляющих векторов полной концентрической антенной решетки можно определить как комбинацию матриц направляющих векторов каждой КАР с общим центром [5]:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_3 & \cdots & \mathbf{A}_H \end{bmatrix}^T$$

В случае M источников радиоизлучения и общем количестве  $N = (K_1 + K_2 + ... + K_H)$ антенных элементов, модель сигналов на выходе концентрической АР остается подобной (1). Тогда можно выразить матрицу направляющих векторов концентрической АР [5]:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_0(\varphi_0, \theta_0) & \mathbf{a}_0(\varphi_1, \theta_1) & \cdots & \mathbf{a}_0(\varphi_{M-1}, \theta_{M-1}) \\ \mathbf{a}_1(\varphi_0, \theta_0) & \mathbf{a}_1(\varphi_1, \theta_1) & \cdots & \mathbf{a}_1(\varphi_{M-1}, \theta_{M-1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{a}_H(\varphi_0, \theta_0) & \mathbf{a}_H(\varphi_1, \theta_1) & \cdots & \mathbf{a}_H(\varphi_{M-1}, \theta_{M-1}) \end{bmatrix}$$

#### ЛОЖНЫЕ ПИКИ

В задачах радиопеленгации узкополосных сигналов с использованием антенных решеток неоднозначности (ambiguity) проявляется как несколько идентичных откликов АР на различные координаты ИРИ. Хорошо известный пример неоднозначностей в линейных эквидистантных антенных решетках и, как следствие, ложных пиков - при межэлементном расстоянии более  $0.5\lambda$ . Наличие неоднозначностей значительно сдерживает практическое использование и реализацию методов радиопеленгации. С точки зрения проектирования АР для мобильных коммуникационных систем вопрос заключается в следующем: каким образом спроектировать АР с заданными характеристиками разрешения и без неоднозначностей (ложных пиков). Основная проблема заключается в том, чтобы предсказать появления ложных пиков в пеленгационном рельефе, которые вызваны неоднозначностями антенной решетки, и каким-то образом отличить ложные пики, вызванные

соответствующей геометрией AP от применяемого метода. Известно, что линейные антенные решетки имеют неоднозначности в двух плоскостях (такие решетки имеют пики симметричные относительно центральной оси). Для линейных AP такие неоднозначности могут быть легко предсказаны [8]. Проблема усугубляется для более сложных конфигураций AP.

Согласно Шмидту [7], неоднозначности I рода происходят, когда  $\mathbf{a}(\varphi_i, \theta_i) = \mathbf{a}(\varphi_j, \theta_j)$ ,  $i \neq j$ . Неоднозначности I характеризуют ситуацию с одним сигналом на AP. С геометрической точки зрения, неоднозначность I возникает, когда в решетчатом множестве (array manifold) в N-мерном пространстве существует направляющий вектор (один или несколько), коллинеарный с направляющий вектор теоретически ортогонален к шумовому подпространству (метод MUSIC). В случае одного сигнала направляющий вектор ИРИ охватывает сигнальное подпространство раз-

мерностью один. Направляющие векторы, коллинеарные с истинным вектором ИРИ, также ортогональны к шумовому подпространству и порождают ложные пики пеленгационного рельефа. В случае, если направляющие векторы не коллинеарны, то очевидно, что они порождают боковые лепестки высокого уровня. Функцию, характеризующую Неоднозначности I рода, формулируют как [14]:

$$\chi_{ij}^{I}\left(\varphi_{i},\theta_{i},\varphi_{j},\theta_{j}\right) = \frac{\mathbf{a}\left(\varphi_{i},\theta_{i}\right) * \mathbf{a}\left(\varphi_{j},\theta_{j}\right)}{\left\|\mathbf{a}\left(\varphi_{i},\theta_{i}\right)\right\| \left\|\mathbf{a}\left(\varphi_{j},\theta_{j}\right)\right\|}$$

Функция  $\chi_{ij}^{I}(\varphi_{i}, \theta_{i}, \varphi_{j}, \theta_{j})$  является комплексной, однако ее модуль принимает значения [0,1]. Значения 1 и 0 соответствуют идеальной коллинеарности и ортогональности векторов *i* и *j* соответственно.

Рассмотрим несколько геометрий кольцевых антенных решеток. Допустим, имеется КАР из 6 элементов, радиус которой  $r = 1.25\lambda$ . Вычислим для данной АР функцию  $\chi_{ij}^{I}(\varphi_{i}, \theta_{i}, \varphi_{j}, \theta_{j})$  в диапазоне  $\theta = [-150^{\circ}; 150^{\circ}]$ 



Рис. 1. Поверхность и график функции  $\chi^{I}_{ij}(\varphi_{i}, \theta_{i}, \varphi_{j}, \theta_{j})$ 

ВЕСТНИК ВГУ, СЕРИЯ: СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, 2016, № 2 19



Рис. 2. Пространственный спектр метода MUSIC a)  $r = 1.25\lambda$  б)  $r = 0.5\lambda$ 





и  $\varphi = 70^{\circ}$ .

Из рис. 1 видно, что для КАР радиусом  $r = 1.25\lambda$  имеется несколько ярко выраженных комбинаций коллинеарных векторов. Например, для  $\varphi = 70^{\circ}$  и  $\theta = 30^{\circ}$ ,  $-90^{\circ}$ ,  $-30^{\circ}$ ,  $90^{\circ}$ ,  $-150^{\circ}$ , и 150°. Для проверки достоверности этой комбинации вычислим пространственный спектр по методу *MUSIC*.

Из рис. 2. видно, что положения пиков КАР с радиусом  $r = 1.25\lambda$  полностью соответствует максимальным значения функции  $\chi_{ij}^{I}(\varphi_{i}, \theta_{i}, \varphi_{j}, \theta_{j})$ . Причем ложные пики отсутствуют у другой рассматриваемой геометрии КАР. При этом появления ложных пиков концентрических АР при действии одного сигнала не наблюдается. И в целом картина выглядит подобно КАР с радиусом  $r = 0.5\lambda$ .

Рассмотрим другую ситуацию. Неоднозначности II рода являются характеристиками ситуаций с несколькими ИРИ, поэтому данный тип неоднозначностей особенно важен для проектирования АР для мобильных коммуникационных систем, где несколько электромагнитных волн пользователей сети

Согласно Шмидту [7], Неоднозначности II рода появляются, когда решетчатое множество (array manifold) пересекает M -мерное сигнальное подпространство более чем М раз. Очевидно, что Тип II возникает, когда в решетчатом множестве в М-мерном пространстве существует направляющий вектор (один или более), который лежит в сигнальном подпространстве  $\mathbf{E}_s$ , но не соответствует фактическим координатам ИРИ (решетчатое множество более М раз пересекает сигнальное подпространство). Такие направляющие векторы также ортогональны шумовому подпространству, что порождает ложные пики пеленгационного рельефа. Таким образом, определяют функцию Неоднозначностей II рода как [10]:

$$\chi_{i}^{II}(\varphi_{i},\theta_{i}) = \frac{\mathbf{a}(\varphi_{i},\theta_{i}) * \mathbf{E}_{S} \mathbf{E}_{S}^{H} * \mathbf{a}(\varphi_{i},\theta_{i})}{\|\mathbf{a}(\varphi_{i},\theta_{i})\|}$$

Допустим, антенная решетка состоит из двух кольцевых антенных решеток из 3 и 4 антенных элементов, радиусов 0.1443 $\lambda$  и Оценка вероятности появления ложных пиков кольцевых и концентрических антенных решеток ...

0.3536 $\lambda$  соответственно. Координаты двух источников  $\theta_1 = 20^\circ$ ,  $\varphi_1 = 20^\circ$  и  $\theta_2 = 45^\circ$ ,  $\varphi_2 = 45^\circ$ .

Из рис. За видно, что имеются дополнительные ложные пики вблизи истинных координат ИРИ. Также, согласно функции  $\chi_i^{II}(\varphi_i, \theta_i)$ , изображенной на рис. Зб, 'след' максимумов тянется от одной координаты до другой. При этом появление ложных пиков носит случайный характер. Как видно из рисунков, уровни ложных пиков вблизи одной координаты могут превышать пики вблизи других координат, делая невозможной фильтрацию ложных пиков по уровню. Стоит упомянуть, что появление ложных пиков и их уровень носит случайных характер.

Для обеспечения стабильной работы метода MUSIC предлагается использовать алгоритмы кластеризации. В общем виде задача кластеризации заключается в группировке или разделении имеющихся N векторов на k групп или кластеров, при этом векторы в каждом кластере должны находиться близко друг к другу. Имеется множество алгоритмов кластеризации, но мы будем использовать алгоритм k-means. Суть алгоритма в следующем [11]: дано множество из N векторов  $x_1,...,x_N$  (в нашем случае – это оценки координат ИРИ, включая ложные) и начальный набор из k групп  $z_1,...,z_k$ , необходимо до достижения схождения повторить действия

1) Разделить векторы на k групп. Для каждого вектора с индексом i = 1, ..., N, присвоить  $x_i$  к группе связанной с ближайшим представителем;

2) Обновить представителей. Для каждой группы j = 1,...,k, приравнять к  $z_j$  среднее от векторов в j-й группе.

Представим описанный процесс наглядно. На рис. 4 изображены координаты оценок ИРИ, разделенные с помощью алгоритма *k*-means на 2 группы по числу ИРИ. Предполагается, что число сигналов известно.

Как видно из рис. 4, алгоритм *k*-means успешно разделил полученные пики. Затем из каждого кластера выбирается та оценка координаты, чье значение функции  $P_{MUSIC}(\varphi, \theta)$ принимает самое большое значение в данной области. В приведенном примере это



Рис. 4. Изображение пиков метода MUSIC

 $\theta_1 = 19.5^{\circ}, \ \varphi_1 = 19.5^{\circ}$  is  $\theta_2 = 44.5^{\circ}, \ \varphi_2 = 44.5^{\circ}.$ 

Рассмотрим КАР, состоящую из десяти антенных элементов с межэлементным расстоянием  $0.5\lambda$ И радиусом  $r = 0.809\lambda$ («CircArray-10»). Сверх того, рассмотрим концентрическую антенную решетку, образованную двумя КАР, которые состоят из четырех и шести антенных элементов; межэлементное расстояние составляет  $0.5\lambda$ , для этого радиус внутреннего кольца  $r = 0.1769\lambda$ , а внешнего –  $r = 0.5\lambda$  («*Circ-4*, *Circ-6*»). Моделирование проведено для шумовой обстановки с ОСШ в диапазоне изменения от -20 до 0 дБ, для того чтобы статистически оценить вероятность появления ложных пиков; также имеем два сигнала, приходящих на антенные решетки с направлений с координатами  $\theta_1 = 20^\circ, \ \varphi_1 = 20^\circ \text{ M} \ \theta_2 = 45^\circ, \ \varphi_2 = 45^\circ.$ 

Как видно из рис. 5, вероятность появления ложных пиков при сверхразрешении методом MUSIC в составе концентрических антенных решеток значительно больше, чем для кольцевой антенной решетки. Разница в значениях представляется весьма значительной величиной и достигает приблизительно 0.3. Такое поведение обусловлено меньшей величиной апертуры концентрической антенной решетки с таким же, как и КАР, числом антенных элементов. Рассмотрим концентрические антенные решетки с радиусом внешнего кольца, равным радиусу рассматриваемой КАР, т. е.  $r = 0.809\lambda$  («*Circ\_a-4*, *Circ\_6*»). Из рис. 5 видно, что такие концентрические АР характеризуются вероятностью появления ложных пиков, сравнимой с показателями кольцевых КАР. Значение вероятности весьма мало и составляет около 0.01.

Из рис. 5 также видно, что вероятность



Рис. 5. Вероятность появления ложных пиков методов а) MUSIC и б) Кейпона

появления ложных пиков выше при использовании метода Кейпона, чем при использовании *MUSIC*. Разница особенно заметна для концентрической АР меньшей апертуры.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены кольцевые и концентрические антенные решетки, которые состоят из нескольких кольцевых АР, размещенных друг в друге. Такие конфигурации позволяют получить оценку угловых координат источников радиоизлучения по азимуту и углу места. Рассмотрены также математические основы неоднозначностей функции антенных решеток, что порождает несколько ложных пиков на пространственном спектре совместно с пиками, соответствующим фактическим координатам источников сигналов.

Рассмотрены сценарии появления неоднозначностей при действии нескольких источников радиоизлучений. Данный эффект приводит к появлению нескольких ложных пиков пеленгационного рельефа, помимо истинных в направлениях ИРИ. Местонахождение ложных пиков при действии одного сигнала легко прогнозируется в зависимости от геометрии АР. В случае действия нескольких ИРИ координаты ложных пиков находятся внутри определенной области, и предсказать их весьма сложно.

Предложен способ оценки координат методом MUSIC по азимуту и углу места кольцевыми и концентрическими AP при появлении ложных пиков на основе алгоритма кластеризации *k* -*means*.

Проведена оценка вероятности появления ложных пиков посредством имитационного моделирования в зависимости от шумовой обстановки. Установлено, что с увеличением апертуры КАР и концентрической АР вероятность возникновения ложных пиков пеленгационного рельефа снижается.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №14-07-00713.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Krim H.* Two decades of array signal processing research / H. Krim, M. Viberg // IEEE Signal Processing Magazine. – 1996. – Vol. 7. – P. 67–94.

2. *Trees Van H. L.* Detection, Estimation, and Modulation Theory, Optimum Array Processing / H. L. Trees Van. – John Wiley & Sons, 2002. – 1470 p.

3. *Нечаев Ю. Б.* Статистический анализ точности радиопеленгации методом music при наличии амплитудно-фазовых ошибок каналов приема и многолучевости канала распространения / Ю. Б. Нечаев, Е. С. Макаров // Антенны. – 2010. – № 6. – С. 86–92.

4. *Нечаев Ю. Б.* Оценка точности автокалибровочных методов определения координат источников радиоизлучения с условно-постоянной моделью амплитудно-фазовых ошибок в каналах цифровой антенной решетки / Оценка вероятности появления ложных пиков кольцевых и концентрических антенных решеток ...

Ю. Б. Нечаев, Д. Н. Борисов, И. В. Пешков // Телекоммуникации. – 2011. – № 5. – С. 34–43.

5. Serdar O. A. High-Resolution Directionof-Arrival Estimation via Concentric Circular Arrays / O. A. Serdar, I. Cevdet // ISRN Signal Processing. – vol. 2013, Article ID 859590, 8 pages, 2013.

6. *Godara L. C.* Applications of antenna arrays to mobile communications. Part I : performance improvement, feasibility, and system considerations / L. C. Godara // Proceedings of the IEEE. – 1997. – Vol. 85, No. 8. – P. 1195–1245.

7. *Schmidt R. O.* Multiple emitter location and signal parameter estimation, IEEE Transactions on Antennas and Propagation 34 (3) (1986) 276–280.

8. *Manikas A.* Modeling and Estimation of Ambiguities in Linear Arrays / A. Manikas, C. Proukakis // IEEE Transactions on Signal

**Нечаев Ю. Б.** – д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры информационных систем, Воронежский государственный университет. E-mail: vnn-61@mail.ru

**Пешков И. В.** – доцент кафедры радиоэлектроники и компьютерной техники, Елецкий государственный университет. E-mail: ilvpeshkov @gmail.com

**Аальмуттар Атхеер Ю. О.** – Воронежский государственный университет, аспирант кафедры информационных систем. E-mail: Atheer\_20006@yahoo.com

Аль Хафаджи Сармад К. Д. – аспирант кафедры информационных систем, Воронежский государственный университет. E-mail: Sarmad\_kad@yah00.com Processing. – Vol. 46, No. 8. –2001. – pp. 2166–2179.

9. *Erik M.* Ambiguity characterization of an arbitrary antenna arrays: type I ambiguity / M. Erik, M. Obradovic // Spread Spectrum Techniques and Applications. IEEE 5th International Symposium on. – 1998. – Vol. 2. – pp. 399–403.

10. Ambiguity characterization of an arbitrary antenna arrays: type II ambiguity / M. Erik, M. Obradovic // Spread Spectrum Techniques and Applications, 1998. Proceedings., IEEE 5th International Symposium on. – 1998. – Vol. 3. – pp. 955–958.

11. *Coates A*. Learning Feature Representations with K-means / A. Coates A. Y. Ng. – Stanford University. – 2012.

**Nechaev Yu. B.** – Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof., professor of information systems department of the Voronezh State University. E-mail: vnn-61@mail.ru

**Peshkov I. V.** – Cand. Sci. (Phys.–Math.), senior teacher of Radio electronics and Computer Science department of the Elets State University. E-mail: ilvpeshkov @gmail.com

Aalmuttar Atheer Y. O. – graduate student of department of Information Systems Voronezh State University. E-mail: Atheer\_20006@yahoo.com

Alkhafaji Sarmad K. D. – graduate student of department of Information Systems Voronezh State University. E-mail: Sarmad\_kad@yah00.com