УДК 004.728.3

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ВРЕМЕНИ ПЕРЕДАЧИ КАДРА ПО ПРОТОКОЛУ IEEE 802.11 В ОДНОРОДНОЙ НЕНАСЫЩЕННОЙ СЕТИ

А. В. Зюльков, И. В. Татаринцева

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 10.10.2015 г.

Аннотация. Представлена вероятностная модель времени передачи кадра по протоколу канального уровня OSI. Получено простое аналитическое соотношение для среднего времени. Исследованы условия насыщения сети.

Ключевые слова: IEEE.802.11, марковская модель, время доставки кадра, математическая модель, насыщение.

Annotation. The probabilistic model for the transmission time of a frame of the protocol of channel OSI level is currently presented. The simple analytical relation for the mean time is obtained. The conditions of saturation of the network are observed.

Keywords: IEEE.802.11, discontinuous markov model, medium access delay, mathematical model, saturation.

ВВЕДЕНИЕ

Широкое распространение беспроводных локальных сетей, основанных на протоколах IEEE 802.11, обуславливает важность анализа их вероятностно-временных характеристик и возможностей модернизации последних. Несмотря на то, что в настоящее время разработано более тридцати модернизаций, характеристики базового протокола канального уровня, касающегося методов доступа к среде передачи сообщений, являются основой для расчета производительности сети и задержек передачи данных.

Математическая модель процесса свободного доступа к идеальному каналу (CSMA/CA) в виде марковской цепи была предложена в [1] для насыщенных сетей, когда каждый узел в любой момент времени имеет пакет для передачи. В дальнейшем эта модель неоднократно модифицировалась и использовалась, в том числе для полного вероятностного описания задержек в насыщенных сетях [2–6 и др.]. Модернизация модели, позволяющая анализировать неоднородные ненасыщенные сети, и расчет их усредненных характеристик выполнены в [7].

Настоящая работа посвящена анализу задержек и производительности DCF протокола канального уровня однородной ненасыщенной сети, основываясь на подходе [7]. В дополнение к [7] представлена математическая модель времени передачи кадра; получено простое аналитическое соотношение для среднего времени и дана его ясная физическая интерпретация; исследованы условия насыщения сети и возможность использования соотношений для насыщенной сети в общем случае.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВРЕМЕНИ ПЕРЕДАЧИ КАДРА

Математическая модель процесса доступа к каналу в [1] (для насыщенной сети) использует дискретную вероятностную модель собственного времени с длительностью физического слота σ, определяемой протоколом передачи информации. Она описывает состояние каждой станции в виде пары неотрицательных целых случайных величин (I, K). Процесс доступа абонента к каналу и передачи сообщения моделируется двумерной марковской цепью с состояниями (I,K) в дискретном случайном времени. Изменение состояний происходит через промежутки времени (виртуальные слоты), определяемые вероятностными характеристиками сети и временными параметрами передаваемых кадров.

Состояние (номер) отсрочки (*backoff*) I характеризует количество коллизий при передаче кадра, отсчитывается от нуля при первой попытке передачи и увеличивается на единицу каждый раз при неудачной попытке до максимального значения m. Состояние сбрасывается после успешной передачи. Число случайных виртуальных слотов задержки K в каждом состоянии I равномерно распределено на интервале $[0;W_I-1]$, $W_I=2^I W_0$, где W_0 – минимальное окно задержки, задаваемое протоколом. Если в течение виртуального слота канал свободен, то величина K уменьшается на единицу. Передача происходит при $K=0$.

В [7] для описания ненасыщенной сети к графу марковской цепи [1] добавлено дополнительное состояние $(0,K-1)e$ – *postbackoff*, $K\in[0;W_0-1]$, описывающее поведение станции, ожидающей пакета на передачу. Считается, что, как минимум, один пакет, появляющийся в виртуальном слоте с вероятностью q, переводит станцию в состояние $(0,K-1)$, а соответствующий *postbackoff* засчитывается как *backoff*. Если номер J виртуального слота появления кадра на передачу больше выбранной задержки *postbackoff* K, то станция простаивает $(J-K)$ слотов в состоянии $(0,0)e$ до начала конкуренции за канал, начинающейся сразу при появлении пакета на передачу.

Стационарные вероятности состояний марковской цепи – вероятности коллизий p и передачи кадра τ в виртуальном слоте зависят от числа абонентов сети n и параметров протокола и найдены в [7]. Они совпадают с результатами [1] для насыщенной сети (при $q\to 1$) и задаются следующими соотношениями

$$\tau=\frac{a}{b+c(2z+1)},\quad p\ =\ 1\ -\ (1-\tau)^{n-1},$$

$$a\equiv\frac{q^2W_0}{(1-p)(1-q)\left[1-(1-q)^{W_0}\right]}\ -\ \frac{q^2(1-p)}{1-q},$$

$$\begin{aligned}b\equiv{}&(1-q)\ +\frac{q^2W_0(W_0+1)}{2(1-(1-q)^{W_0})}\ +\\&+\frac{q(W_0+1)}{2(1-q)}\left[\frac{q^2W_0}{1-(1-q)^{W_0}}\ +\right.\\&\left.+p(1-q)\ -\ q(1\ -\ p)^2\right],\end{aligned}\tag{1}$$

$$c\equiv\frac{pq^2}{2(1-q)(1-p)}\left[\frac{W_0}{1-(1-q)^{W_0}}\ -\ (1\ -\ p)^2\right],$$

$$z\equiv\ W_0\frac{1-p-p(2p)^{W_0-1}}{1-2p},$$

представляющими собой систему двух уравнений для определения p и τ.

Используя приведенное описание процесса доступа к каналу с учетом обозначений и результатов [5, 6], можно записать математическую модель времени передачи кадра в виде суммы времен ожидания появления кадра на передачу (первое слагаемое) и доставки (ω) при его наличии

$$\delta_{J,K}=\sigma_+\left(J-K\right)(J-K)\zeta+\omega\ .\tag{2}$$

Здесь ζ – длительность виртуального слота, J – номер слота в котором появился пакет на передачу – целочисленная дискретная случайная величина (ЦДСВ) с геометрическим распределением $P_j=q(1-\mathrm{q})^j$, $j=0,1,\ldots$, $\sigma_+(x)$ – функция единичного скачка, непрерывная справа.

СВ ω подробно рассмотрена в [5, 6] и может быть представлена в следующем виде

$$\omega=T_s+N_cT_c+\tau_в,\ \ \tau_в=\sum_{j=1}^{w_r}\zeta_i,\ \ w_r=\sum_{i=1}^{r}\chi_i,\tag{3}$$

здесь T_s, T_c и $\tau_в$ – время успешной передачи, коллизии и *backoff* при доведении кадра; ЦДСВ N_c имеет геометрическое распределение и принимает любые неотрицательные значения с вероятностями $(1-p)p^j$. ЦДСВ χ_i, $i=\overline{0,m}$ равномерно распределена на интервале $[0;W_i-1]$, $W_i=2^{\min(i,m)}W_0$; независимые одинаково распределенные СВ ζ, ζ_i (длительности виртуальных слотов) принимают значения T_s, T_c и σ с вероятностями успешной передачи, коллизии и свободного канала p_s, p_c, p_e соответственно

$$p_c = \left(1-\tau\right)^{n-1},\ \ p_s = \left(n-1\right)\tau\left(1-\tau\right)^{n-2},$$
$$p_e = 1 - p_s - p_c. \qquad (4)$$

Как следует из описания протокола, СВ J, K, ζ, ω независимы в совокупности. Зависимость СВ, входящих в выражение (3) подробно рассмотрена в [6].

Вероятностную модель, задаваемую соотношениями (1)–(4), можно использовать для расчета распределений и вероятностных характеристик времен доведения кадра, а также производительности ненасыщенной сети с DCF протоколом канального уровня.

СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ ПЕРЕДАЧИ КАДРА. ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ СЕТИ

Из (2) с учетом свойств, входящих в это соотношение СВ, имеем

$$\Delta \equiv \left\langle \delta_{J,K} \right\rangle = \left\langle \sigma_{+}\left(J-K\right)(J-K)\zeta \right\rangle + \left\langle \omega \right\rangle. \quad (5)$$

Здесь угловыми скобками обозначено усреднение по всем случайным факторам, входящим в соотношение (5). Выражение для среднего времени доставки кадра $\left\langle \omega \right\rangle$ при его наличии совпадает по форме с формулой для аналогичной величины в насыщенной сети. В [5, 6] приведено соответствующее простое аналитическое соотношение

$$\left\langle \omega \right\rangle = T_s + \frac{pT_c}{1-p} + \frac{\left\langle \zeta \right\rangle}{2(1-p)}\left[\frac{W_0(1-p-p(2p)^m)}{1-2p} - 1\right], \quad (6)$$
$$\left\langle \xi \right\rangle = p_s T_s + p_c T_c + p_e \sigma,\ p_s = (n-1)\tau(1-\tau)^{n-2},$$
$$p_e = (1-\tau)^{n-1},$$
$$p_c = 1 - p_s - p_e.$$

Результаты расчетов по формуле (6) хорошо совпадают с результатами имитационного моделирования [5].

Усреднение первого слагаемого в правой части (5) с учетом свойств входящих СВ осуществляется просто

$$\left\langle \sigma_{+}\left(J-K\right)(J-K)\zeta \right\rangle =$$
$$= \frac{\left\langle \zeta \right\rangle}{W_0}\sum_{k=0}^{W_0-1}\sum_{j=0}^{\infty} P_j \sigma_{+}(j-k)(j-k) =$$
$$= \left\langle \zeta \right\rangle \frac{1-q}{W_0 q^2}\left[1-(1-q)^{W_0}\right].$$

Таким образом, с учетом (6) среднее время доставки кадра в ненасыщенной сети задается соотношением

$$\Delta = \frac{1-q}{W_0 q^2}\left[1-(1-q)^{W_0}\right]\left\langle \zeta \right\rangle + T_s + \frac{pT_c}{1-p} +$$
$$+ \frac{\left\langle \zeta \right\rangle}{2(1-p)}\left[\frac{W_0(1-p-p(2p)^m)}{1-2p} - 1\right], \qquad (7)$$

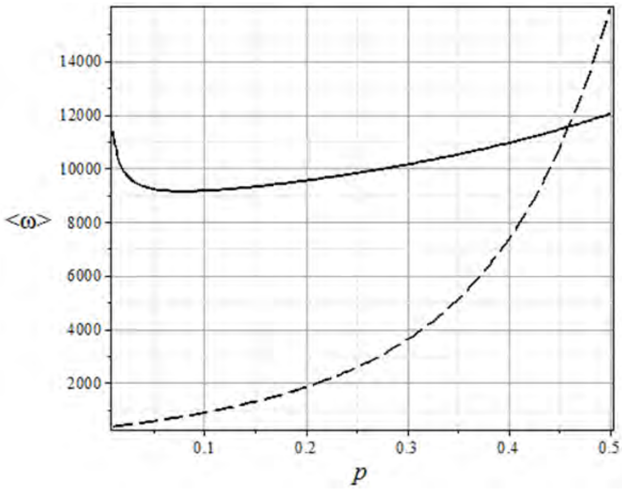
где вероятности p, τ находятся из (1). Первое слагаемое в этом соотношении описывает среднюю задержку ожидания появления кадра на передачу. Оно дает нулевой вклад в Δ при $q \to 1$ (переход к насыщенной сети) и превалирует над остальными когда $q \to 0$.

Выражение (7) существенно проще приведенного в [7] в виде трехкратной суммы соотношения (12) для среднего времени передачи пакета. Оно имеет ясный физический смысл и не зависит от вероятности P_{idle} [7] пустого виртуального слота. К тому же в нем исправлены описки, содержащиеся в (12). Соотношения(7) и (12) из [7] обсуждаются в Приложении.

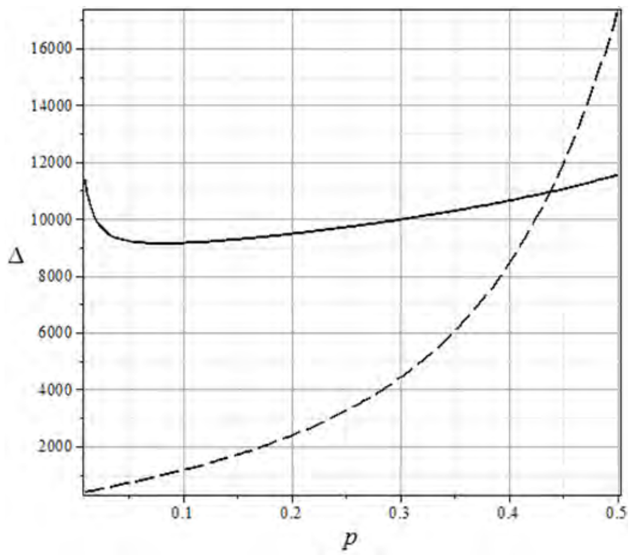
Графики зависимости среднего времени доставки кадра от вероятности коллизий p приведены в [7] на рис.4. Они построены в предположении, что вероятность p является независимой переменной. Однако на самом деле эта вероятность изменяется лишь только если меняется один из параметров протокола передачи данных (параметры группы а – W_0, m [5, 6]) или вероятность q и число абонентов в сети n. Поскольку эти величины входят в (6), (7) не только как аргументы p, построенные в [7] зависимости не отражают физической сущности и вводят в заблуждение.

На рис. 1 а, б сплошными линиями нанесены зависимости нормированного на σ среднего времени доставки кадра в насыщенной и ненасыщенной сети соответственно с учетом приведенных соображений, а штриховыми – как функции независимой переменной p, аналогично [7]. Рисунки построены для параметров канального уровня спецификации DSSS протокола IEEE 802.11 [1], размера кадра 4800 бит, числе станций $n = 30$ и вероятности $q = 0,05$ (для ненасыщенной сети). Сплошная и штриховая кривые демонстрируют принципиально различное поведение.

Возрастание средней задержки (сплошная кривая) при больших p связано с увеличением числа коллизий при передаче кадра, а при малых – с ростом средней длительности виртуального слота. Это полностью соответствует физическим соображениям о существовании, например, оптимального размера начального окна задержки W_0.



а



б

Рис. 1. Зависимости нормированного на σ среднего времени доставки кадра от вероятности столкновения в насыщенной (а) и ненасыщенной (б) сетях

На рис. 2 приведены зависимости среднего времени доставки кадра от вероятности столкновения при различном насыщении сети. Сплошная линия соответствует средней задержке пакета в насыщенной сети $(q=1)$, пунктирная и штриховая – ненасыщенной сети при $q=0{,}15$ и $q=0{,}08$ соответственно. Как следует из рис. 2, для рассматриваемого примера максимальная разница в средних временах передачи кадра в рабочем диапазоне вероятностей коллизий $(p \le 0{,}3)$ в насыщенной $(q=1)$ и ненасыщенной $(q=0{,}08)$ сетях не превышает 1,5 %.

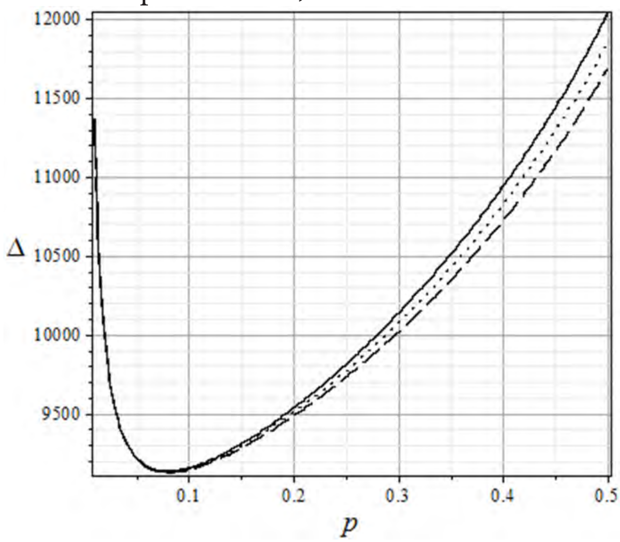


Рис. 2. Зависимости среднего времени доставки кадра от вероятности столкновения при различном насыщении сети

Таким образом, даже при достаточно малых вероятностях q появления кадра на передачу за время виртуального слота ς, различия в средних задержках передачи кадра насыщенной и ненасыщенной сети малы.

Численный анализ вклада первого слагаемого в (7) в величину Δ, проведенный для данных, по которым построены рисунки, показывает, что вероятность появления пакета на передачу в окне *postbackoff* $p_0(q)=1-(1-q)^{W_0}$ достаточно велика уже при малых q: $p_0(0{,}15)=0{,}995$, $p_0(0{,}05)=0{,}81$. Таким образом, уже начиная с этих значений q с приведенными вероятностями для расчета вероятностных характеристик задержки ненасыщенной сети можно использовать соотношения для насыщенной сети. Имея в виду, что для рассматриваемого примера нормированная на длительность пустого слота σ средняя длительность виртуального слота $\langle\zeta\rangle=126{,}762$, можно утверждать, что уже начиная с вероятностей появления пакета на передачу $q=0{,}15$,

$p_0(q) = 0{,}995$ для анализа средних задержек и производительности сети можно использовать результаты для насыщенной сети.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенная математическая модель (1)–(4) пригодна для расчета распределений и различных вероятностно-временных характеристик времени передачи кадра и производительности ненасыщенной сети при использовании исследованного протокола. Она легко обобщается на случай неоднородной сети.

Полученное простое выражение (7) для среднего времени с учетом формулы (1) позволяет исследовать зависимость этой характеристики от параметров сети, станции и протокола. То же самое справедливо и для производительности сети.

Как следует из проведенного численного расчета, условия насыщения сети достаточно слабые, так что часто можно воспользоваться соотношениями и выводами, полученными для насыщенной сети.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В [7] приведено выражение (12) среднего времени передачи кадра. Для однородной ненасыщенной сети оно имеет вид

$$\Delta = \sum_{k=0}^{W_0} \frac{1}{W_0} \sum_{j=0}^{\infty} q(1-q)^j \Delta_{jk},$$

$$\Delta_{jk} = \begin{cases} (k-j)\langle\varsigma\rangle + (1-p)T_s \\ \quad + p(T_c + K_1), \ \ k \ge j, \\ P_{idle}\left((1-p)T_s + p(T_c + K_1)\right) \\ \quad + (1-P_{idle})K_0, \ \ k < j, \end{cases} \qquad (\text{п.1})$$

где $\langle\varsigma\rangle$ – средняя длительность виртуального слота ($E_{s'}$ в [7]),

$$K_0 = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{2^{min(j,m)} W_0 - 1}{2} p^j \langle\varsigma\rangle + \\ + \sum_{j=1}^{\infty} j p^j (1-p) T_c + T_s, \qquad (\text{п.2})$$

$$K_1 = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{2^{min(j,m)} W_0 - 1}{2} p^{j-1} \langle\varsigma\rangle + \\ + \sum_{j=1}^{\infty} j p^j (1-p) T_c + T_s, \qquad (\text{п.3})$$

P_{idle} – вероятность пустого канала. Непосредственное вычисление величин K_0, K_1 в соответствии с (п.2), (п. 3) дает $K_0 = \langle\omega\rangle(1-p)T_s + p(T_c + K_1) = K_0$, что позволяет переписать (п.1) в виде

$$\Delta_{jk} = \begin{cases} (k-j)\langle\varsigma\rangle + K_0, & k \ge j, \\ K_0, & k < j. \end{cases} \qquad (\text{п.4})$$

Таким образом, с учетом содержащихся в (12) [7] описок, для исправления соотношений (п. 1), (п. 4) необходимо

– верхний предел суммирования по k в (п. 1) заменить на $W_0 - 1$ для выполнения условия нормировки;

– заменить $j \leftrightarrow k$ в (п. 4) для согласования с описанным в [7] алгоритмом отсрочки.

Окончательно выражения для средней задержки примут вид

$$\Delta = \sum_{k=0}^{W_0-1} \frac{1}{W_0} \sum_{j=0}^{\infty} q(1-q)^j \Delta_{jk},$$

$$\Delta_{jk} = \begin{cases} (j-k)\langle\varsigma\rangle + \langle\omega\rangle, & j \ge k, \\ \langle\omega\rangle, & j < k, \end{cases} \qquad (\text{п.5})$$

Что после преобразования совпадает с (5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bianchi G.* Performance Analysis of the IEEE 802.11 Distributed Coordination Function / G. Bianchi // IEEE Journal on Selected Areas in Comm. – March 2000. – №18 (3). – P. 535–547.

2. Вишневский В. М. Широкополосные беспроводные сети передачи данных / В. М. Вишневский, А. И. Ляхов, С. Л. Портной, И. В. Шахнович. – М. : Техносфера, 2005. – 592 с.

3. *Andrea Zanella* Statistical Characterization of the Service Time in Saturated IEEE 802.11 Networks / Andrea Zanella and Francesco De Pellegrini // IEEE Commun. Lett. – March 2005. – Vol. 9, No. 3.

4. *Зюльков А. В.* Вероятностное описание задержек в насыщенных сетях IEEE 802.11 /

А. В. Зюльков, А. А. Ефанов // Труды конференции «Кибернетика и высокие технологии XXI века». – Воронеж, 2010. – Т. 2. – С. 741–745.

5. *Зюльков А. В.* Производительность и временная задержка передачи данных по протоколу канального уровня IEEE 802.11 / А. В. Зюльков, А. А. Ефанов // Теория и техника радиосвязи. – Воронеж : 2012. – №1. – С. 10–20.

6. *Зюльков А. В., Ефанов А. А.* Флуктуации временных задержек в системах со свободным доступом / А. В. Зюльков, А. А. Ефанов // Теория и техника радиосвязи. – Воронеж : 2012. – № 2. – С. 28–35.

7. *Malone D.* Modeling the 802.11 distributed coordination function in non-saturated heterogeneous conditions / D. Malone, K. Duffy and D. J. Leith // IEEE ACM Transactions on Networking. – 2007. – Vol. 15, No. 1. – pp. 159–172.

Зюльков Александр Владимирович – канд. ф.-м. наук, доцент кафедры радиофизики физического факультета Воронежского государственного университета.
E-mail: zyulkov@phys.vsu.ru

Татаринцева Инна Вадимовна – магистр 2-го курса кафедры радиофизики физического факультета Воронежского государственного университета.
E-mail: rozka.4.9.10@yandex.ru

Zyulkov Alexander V. – candidate of physic-mathematical science, assistant professor of chair of radio physics, physical faculty of Voronezh State University.
E-mail: zyulkov@phys.vsu.ru

Tatarintseva Inna V. – master 2st course of chair of radio physics of physical faculty of Voronezh State University.
E-mail: rozka.4.9.10@yandex.ru