

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ПО КАНАЛУ  
МНОЖЕСТВЕННО ДОСТУПА С ГАРАНТИРОВАННОЙ  
ДОСТАВКОЙ В СИСТЕМАХ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ**

**Г. В. Абрамов, В. В. Денисенко**

*Воронежский государственный университет инженерных технологий*

**Поступила в редакцию 18.09.2015 г.**

**Аннотация.** Рассмотрена математическая модель передачи данных через канал множественного доступа при использовании протоколов гарантированной доставки с контролем несущей и обнаружением коллизий. Модель построена на основе анализа процессов при передаче данных по сети и позволяет рассчитывать статические и динамические характеристики передачи данных.

**Ключевые слова:** сети, информационные системы, протоколы, канал множественного доступа, режим реального времени.

**Annotation.** The article discusses the model of the data transfer through the multiple access channel by protocol using the guaranteed delivery with the control carrier and collision detection. The model is based on the analysis of data transfer processes over the network and allows the calculation of static and dynamic characteristics of the data transfer.

**Keywords:** Network, Information Systems, Protocols, Channel multiple access, Real-time mode.

## ВВЕДЕНИЕ

Современные системы мониторинга и управления в качестве среды передачи данных все чаще используют технологии Ethernet, что позволяет значительно снизить эксплуатационные расходы [1]. Математическое моделирование таких систем позволяет исследовать и определять режимы их функционирования (включая реализацию режимов реального времени), удовлетворяющие требованиям эксплуатации. Большинство моделей исследуют протоколы, не гарантирующие доставку пакетов (например, UDP) [2, 3]. Однако, наибольший интерес представляет моделирование протоколов гарантированной доставки (например, TSP).

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

При моделировании считаем, что на сетевом устройстве генерируется пакет, который помещается в буфер. Пакет обрабатывается и направляется в канал множественного доступа (КМД) для передачи в принимающее устройство. Затем, пакет отправляется, и в следующем состоянии происходит ожидание квитанции о подтверждении получения пакета получателем. После получения квитанции пакет удаляется из буфера, т. е. считается, что пакет доставлен. Если время ожидания квитанции о получении пакетов превышает установленное протоколом, то отправка пакета повторяется. При создании модели приняты следующие допущения: не учитывается установление соединения, ввиду того, что оно происходит только один раз перед передачей и не влияет на время передачи пакетов; время

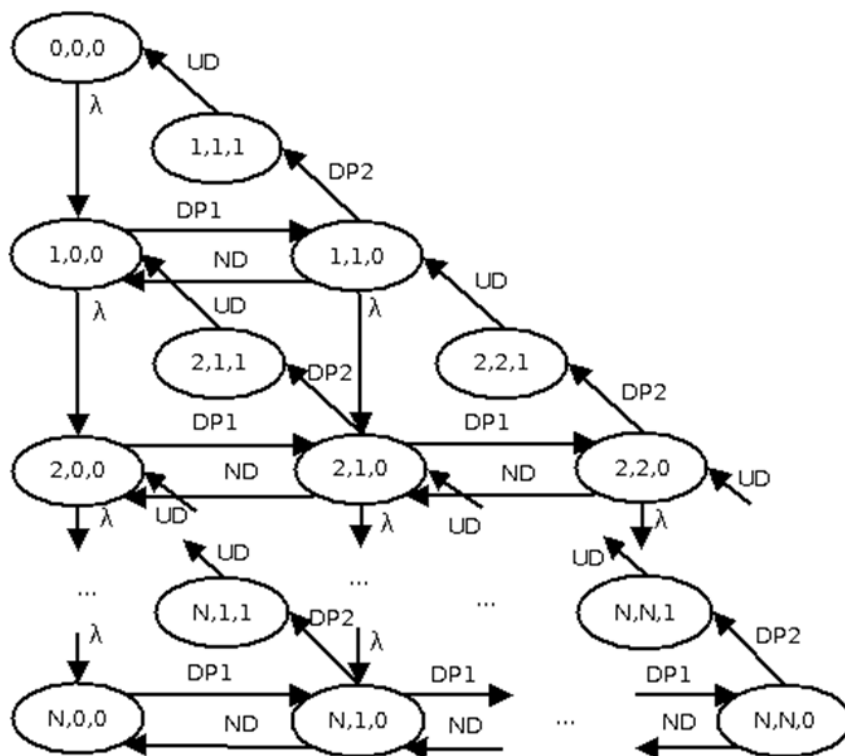


Рис 1. Граф состояний системы

прохождения пакета и время подтверждения будем считать за одно событие, так как они зависят от загрузки КМД и интенсивности отправки передаваемых пакетов.

Математическое моделирование данной системы можно провести по схеме Марковского процесса с непрерывным временем и дискретными состояниями. Основные состояния и зависимости представлены на графе (рис. 1).

Каждое состояние системы имеет три индекса: первый отвечает за количество пакетов в очереди на отправку в буфере устройства передачи – сетевой карте, второй – это количество уже отправленных пакетов и ждущих подтверждения и третий индекс – это флаг подтверждения (он имеет два значения: 0 – подтверждения доставки нет и 1 – подтверждение пришло). Например,  $0,0,0$  – в системе нет пакетов;  $1,0,0$  –  $N,0,0$  – от 1 до  $N$  пакетов в очереди на отправку;  $1,1,0$  – один пакет ждет подтверждения;  $2,1,0$  – два пакета в очереди на отправку и один пакет ждет подтверждения;  $2,2,0$  – два пакета в очереди на отправку и два пакета ждут подтверждения;  $1,1,1$  – подтверждение доставлено и пакет идет на удаление и т. д.

Интенсивности перехода, представленные на графе, распределены по экспоненциальному закону.  $\lambda$  – интенсивность поступления пакетов для передачи,  $DP1$  – интенсивность отправки пакета, зависящая от размера передаваемого пакета и параметров передающего устройства.  $DP2$  – интенсивность доставки пакета – величина обратная времени, необходимому на доставку пакета и квитанции подтверждения, она зависит от текущего протокола передачи и характеристик среды передачи.  $UD$  – интенсивность удаления пакетов из очереди, зависящая от текущего протокола передачи данных.  $ND$  – интенсивность отсутствия подтверждения за определенный интервал времени – время ожидания повторной отправки.

Одной из главных характеристик систем реального времени является время доставки пакетов. Для его получения необходимо преобразовать систему таким образом, чтобы сделать множество состояний доставки подтверждения концевыми (поглощающими) (рис. 2). Далее можно будет вычислить среднего времени доставки по математическому ожиданию плотности распределения времени доставки.

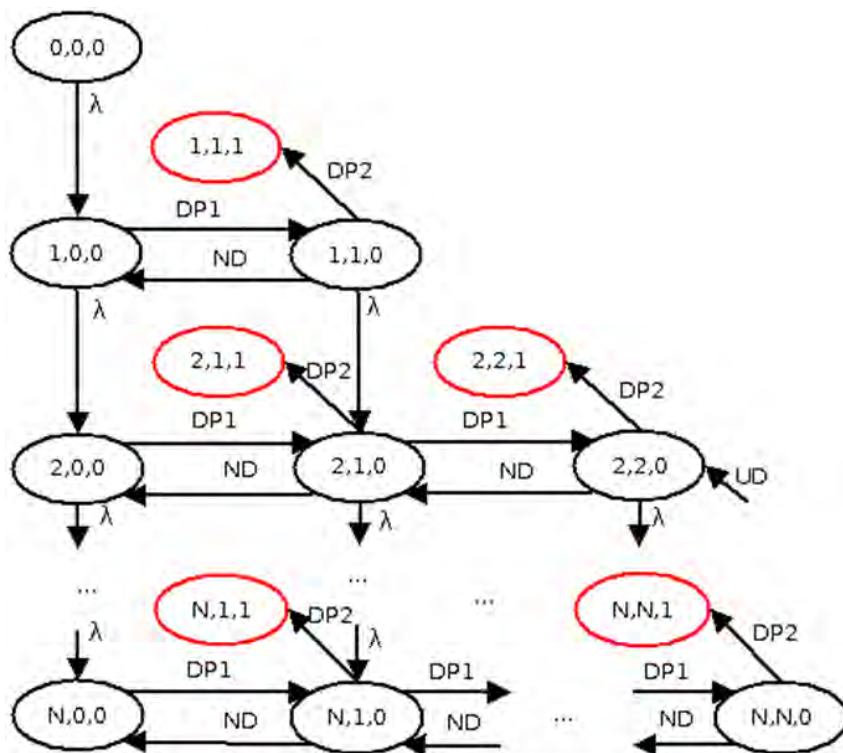


Рис. 2. Преобразованная система с конечными состояниями

На основе полученного графа можно получить систему уравнений Колмогорова для преобразованного графа в общем виде (1), где  $n$  – количество пакетов, которые могут разместиться в буфере сетевого устройства:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} P_{0,0,0}(t) = -\lambda \cdot P_{0,0,0}(t) \\ \frac{d}{dt} P_{i,0,0}(t) = \lambda \cdot P_{i-1,0}(t) - a_1 \cdot \lambda \cdot P_{i,0,0}(t) - \\ - DP1 \cdot P_{i,0,0}(t) + ND \cdot P_{i,1,0}(t), \quad i = 1..n \\ \frac{d}{dt} P_{i,j,0}(t) = DP1 \cdot P_{i,j-1,0}(t) + a_2 \cdot ND \cdot P_{i,j+1,0}(t) + \\ + a_3 \cdot UD \cdot P_{i+1,j+1}(t) + a_5 \cdot \lambda \cdot P_{i-1,j,0}(t) - \\ - (a_2 \cdot DP1 + DP2 + ND + a_3 \cdot \lambda) \cdot P_{i,j}(t) + \\ + a_4 \cdot \lambda \cdot P_{i-1,j}(t), \quad i = 1..n; j = 1..i \\ \frac{d}{dt} P_{i,j,1}(t) = DP \cdot P_{i,j,0}(t), \quad i = 1..n; j = 1..i \\ \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i \sum_{k=0}^1 P_{i,j,k}(t) = 1. \end{array} \right. \quad (1)$$

С начальными условиями:  $P_{0,0,0}(0) = 1$ ,  $P_{i,j,k}(0) = 0$  для  $i, j = 1..n, k = 0,1$ .

По закону распределения времени пребывания [2] плотность вероятности будет равна:

$$f(t) = \sum_1^n \lambda_i \cdot P_i(t), \quad (2)$$

где  $\lambda_i$  интенсивности перехода в конечные состояния, а  $P_i(t)$  вероятности нахождения в данный момент времени в состояниях, из которых система перейдет в конечные. Для существующей системы условная плотность вероятности для любого начального состояния  $i, j$  будет иметь вид:

$$f_{i,j}(t) = DP2 \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i P_{i,j,0}(t), \quad (3)$$

все состояния имеют одинаковую интенсивность доставки подтверждения в конечное состояние – доставка подтверждения.

Для вычисления плотности вероятности с учетом всех состояний используем формулу:

$$f(t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i P_{i,j} \cdot f_{i,j}(t), \quad (4)$$

где  $P_{i,j}$  стационарные вероятности по замкнутому графу без конечных состояний[1],  $f_{i,j}(t)$  – плотность распределения при начальном условии  $P_{i,j} = 1$  по формуле (3).

Решения проводилось численно с помощью математического пакета Maple метод Рунге-Кутта-Фельберга 4–5-го порядка. Построив полученную функцию распределения

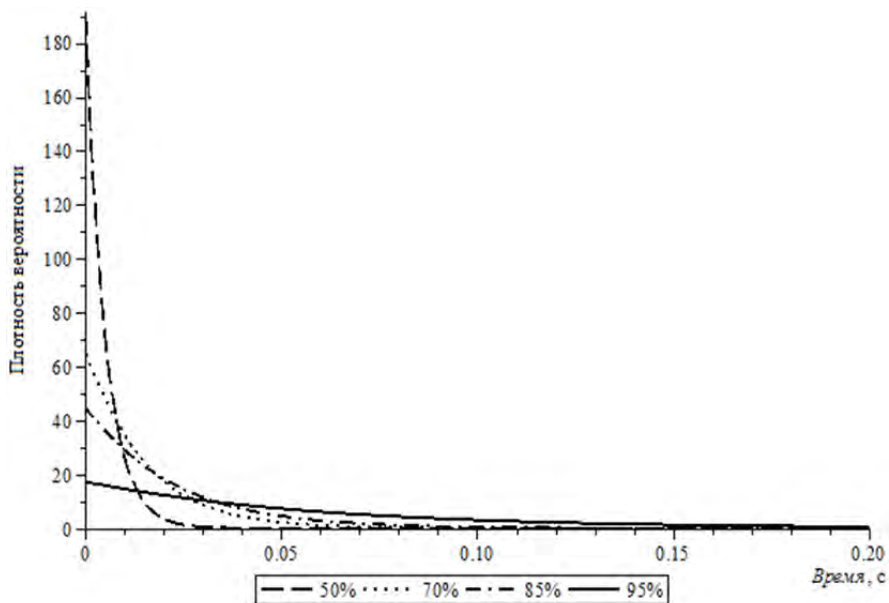


Рис. 3 Плотности распределения вероятности при различных загрузках сети

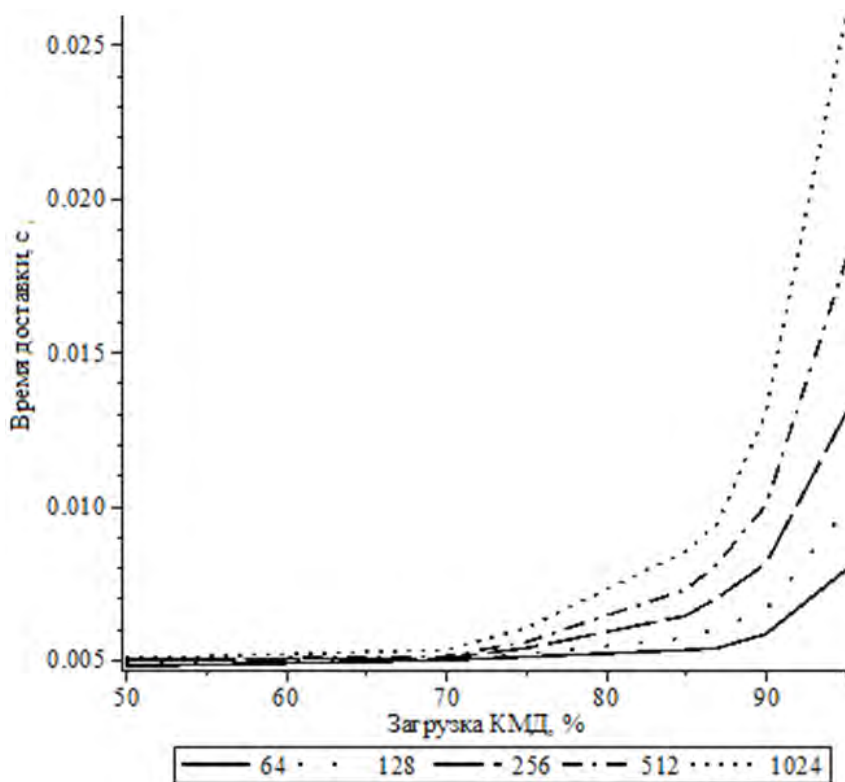


Рис. 4 Зависимость времени доставки от загрузки сети

(4) при конкретных интенсивностях перехода между состояниями (рис. 3).

Далее для получения среднего времени доставки пакета необходимо посчитать математическое ожидание данной функции:

$$M[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x) dx, \quad (5)$$

Подставив (4) в (5) и рассчитав значения для различной загрузки сети, получим среднее время необходимое для доставки пакета. Было произведено моделирование для различных размеров пакета 64, 256, 512 и 1024 при интенсивности отправки по экспоненциальному закону со средним 200 пакетов в секунду (рис. 4).

Сравнение с экспериментальными данными показало адекватность разработанной модели [4]. Все полученные значения удовлетворяют табличному значению  $F_{\text{табл}} = 3.44$  для выбранных степеней свободы при уровне значимости  $\alpha = 0.05$ .

Таблица 1  
Результаты проверки математической модели

Размер пакета, байт	$F_{\text{факт}}$
64	1.1426
128	0.8969
256	1.0358
512	0.9812
1024	1.2486

### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Важным критерием работы любого протокола с установлением соединения для гарантированной доставки информации является величина окна тайм-аута (времени ожидания квитанции подтверждения). Современные протоколы (например, TCP, SPX II и т.п.) не формируют негативных квитанций, указывающих на проблемы при процедуре передачи.

Отправитель ожидает только положительные квитанции и повторно передает пакет только в тех случаях, когда окно ожидания превышает определенный интервал времени. Регулируемое время этого окна является важным параметром протоколов и благодаря его правильной настройке может уменьшиться время доставки пакета. Данная модель позволяет получить результаты времени доставки для различных значений тайм-аута. На рис. 5 можно увидеть время доставки пакета в зависимости от загрузки сети для тайм-аутов в 10, 100, 500 и 1000 раз меньших времени доставки пакета.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследования данной модели показали, что она адекватно отображает время доставки для систем с заданными характеристиками. Она может быть использована для получения закона распределения времени доставки и расчета оптимальных параметров значения тайм-аута в зависимости от предполагаемых нагрузок на сеть. Результаты исследований могут быть применены при моделировании систем реального времени с протоколами га-

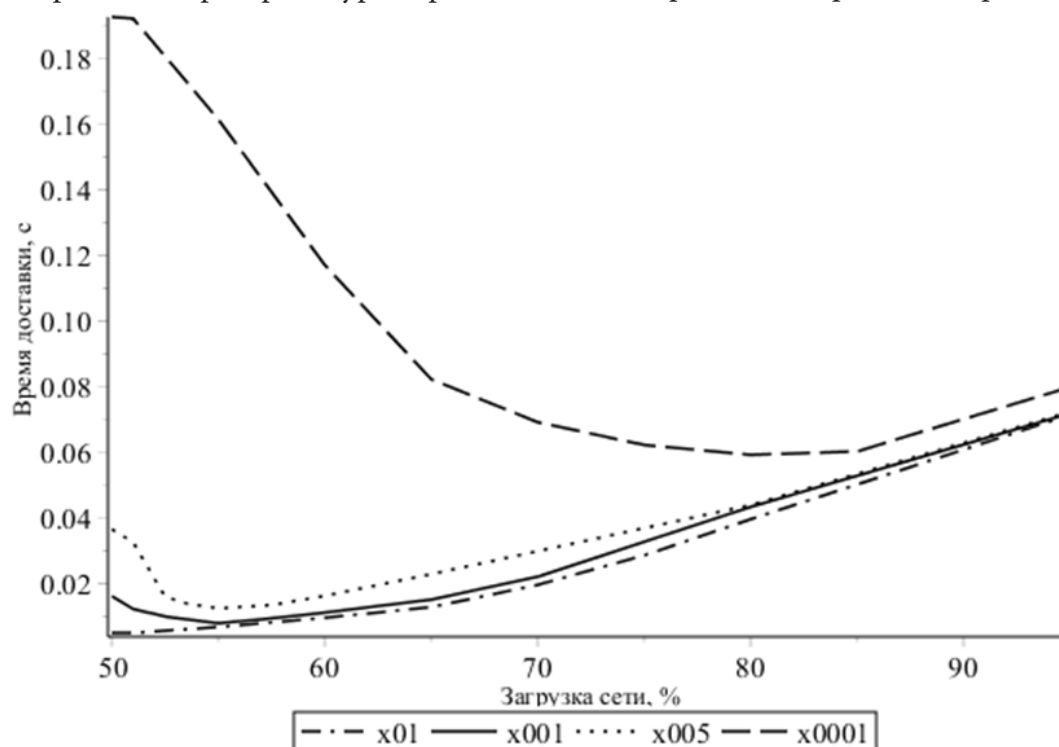


Рис. 5 Зависимость времени доставки от величины тайм-аута

рантированной доставки на основе Ethernet и настройке параметров их функционирования.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абрамов Г. В.* Обоснованность использования стандарта Ethernet в промышленных распределенных системах управления / Г. В. Абрамов, А. Е. Емельянов, А. Н. Рязанов, А. Л. Ивашин // ФЭС: Финансы. Экономика. Стратегия, 2010. – № 6. – С. 27–30.

2. *Данилов Р. В.* Исследование влияния параметров математической модели сети конкурирующего доступа с учетом очередей на характеристики времени доставки пакетов /

Р. В. Данилов, Г. В. Абрамов, А. Е. Емельянов // Системы управления и информационные технологии. – 2011. – Т. 46, № 4. – С. 46–49.

3. *Абрамов Г. В.* Вероятностная модель локальной вычислительной сети с протоколом случайного доступа CSMA/CD / Г. В. Абрамов, А. Е. Емельянов, К. Ч. Колбая // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2009. – Т. 5, № 4. – С. 25–28.

4. *Абрамов Г. В.* Разработка математической модели очереди на отправку пакетов с гарантированной доставкой по протоколу TCP/IP / Г. В. Абрамов, В. В. Денисенко // ММТТ-26: Математические методы в технике и технологиях. – 2013. – Т. 9. – С. 317–320.

**Абрамов Г. В.** – д. т. н., профессор кафедры Математического и прикладного анализа, Воронежский государственный университет.  
E-mail: agwl@yandex.ru

**Abramov G.V.** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Mathematics and Applied Analysis, Voronezh State University.  
E-mail: agwl@yandex.ru

**Денисенко В. В.** – аспирант кафедры Информационных технологий моделирования и управления, Воронежский государственный университет инженерных технологий.  
E-mail: vvd2004@inbox.ru

**Denisenko V. V.** – Postgraduate student, Department of Information Technology modeling and management, Voronezh State University of Engineering Technology.  
E-mail: vvd2004@inbox.ru