

# ИССЛЕДОВАНИЕ СПОСОБНОСТИ АЛГОРИТМОВ АВТОМАТИЧЕСКОГО КАЛИБРОВАНИЯ ОБНАРУЖИВАТЬ ОШИБКИ В КАНАЛАХ АДАПТИВНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

Ю. Б. Нечаев\*, И. В. Пешков\*\*

\*Воронежский государственный университет

\*\*Елецкий государственный университет

Поступила в редакцию 27.04.2015 г.

**Аннотация.** С использованием численного моделирования проведен анализ алгоритмов автоматического калибрования. Такие алгоритмы позволяют эффективно работать как алгоритмы радиопеленгации со сверхразрешением. Кроме того, они делают возможным без привлечения дополнительных устройств и измерений осуществлять калибровку амплитудно-фазового рассогласования каналов за счет методов математической оптимизации. В работе получены численные зависимости, описывающие способность алгоритмов автокалибровки обнаруживать амплитудно-фазовые ошибки каналов адаптивной антенной решетки.

**Ключевые слова:** диаграммобразование, радиопеленгация, антенная решетка, автокалибровка.

**Annotation.** The analysis of auto-calibration algorithms is fulfilled using numerical simulation. That kind of algorithms allows effectively processing as superresolution direction finding algorithms. Also they make possible implementing the calibration of amplitude-phase mismatches without involving additional devices and measurements by using the math optimization methods. In paper the numerical relation and curves are given. The results describe the possibilities of the auto-calibration algorithms to estimate the amplitude-phase mismatches in units of adaptive arrays.

**Keywords:** beamforming, direction-of-arrival estimation, antenna array, autocalibration.

## ВВЕДЕНИЕ

Разработка и внедрение цифровых антенных решеток (ЦАР) позволит понизить массогабаритные размеры радиотехнических комплексов, повысить чувствительность приемного тракта, без дополнительных аппаратных затрат формировать одновременно множество лучей в заданных направлениях, а также в реальном масштабе времени реализовать управление амплитудно-фазовым распределением для пространственной селекции сигналов [1]. Использование технологии независимой многоканальной обработки сигналов позволяет значительно увеличить помехозащищенность и информационную емкость радиоканалов.

Главной задачей, стоящей перед цифровой антенной решеткой, является формирование диаграммы направленности, которая позволяет максимально возможно подавить шум и помехи, а также принять полезный сигнал без изменения. Для выполнения этой задачи могут быть применены различные подходы, среди которых основными являются алгоритмы, использующие обучающую последовательность, структурные свойства передаваемых сигналов и методы определения прихода сигналов. На точность определения координат источников радиоизлучения (ИРИ) оказывают влияние неидентичности каналов и неточность позиционирования антенных элементов [2]. Эти проблемы преодолеваются применением калибровки антенной решетки (АР), но при этом возникает необходимость использовать дополнительные устройства

[3], либо использовать авто-калибровочные алгоритмы определения координат ИРИ.

## 1. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СИГНАЛОВ

Предположим, что есть  $M$  радиосигналов, приходящих на АР с произвольных направлений  $\{\theta_m\}_{m=1}^M$ , которые описываются выражением:

$$s_m(t) = b(t) \exp(j2\pi f_m t),$$

где  $b(t)$  – амплитуда  $m$ -го сигнала,  $f_m$  – несущая частота  $m$ -го сигнала,  $t$  – время.

Для кольцевой АР  $n$ -я компонента направляющего вектора  $\vec{a}(\theta_m)$ , описывающего распределение фаз  $m$ -го сигнала на АР, записывается в виде:

$$a_n(\theta_m) = \exp\{j[-k_m r \cos(\theta_m - \frac{2\pi n}{N})]\}, \quad (1)$$

где  $r$  – радиус АР,  $n=1\dots N$ ,  $k_m = 2\pi / \lambda_m$ ,  $\lambda_m$  – длина волны  $m$ -го сигнала.

Для АР произвольной геометрической конфигурации комплексный вектор сигналов на выходе антенных элементов описывается выражением [4]:

$$\vec{x}(t) = \mathbf{A}(\theta_m) \cdot \vec{s}(t) + \vec{n}(t),$$

где  $\vec{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_N(t)]^T$  –  $N$ -мерный вектор, описывающий сигналы на выходе каждого антенного элемента АР,  $\vec{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_M(t)]^T$  –  $M$ -мерный вектор сигналов;  $\vec{n}(t) = [n_1(t), \dots, n_N(t)]^T$  – вектор шума пространственного канала и  $n$ -го канала ЦАР,  $\mathbf{A}(\theta_m)$  –  $N \times M$  матрица направляющих векторов  $[\vec{a}(\theta_1), \dots, \vec{a}(\theta_M)]$ .

Пространственная корреляционная матрица может быть записана в следующем виде:

$$\mathbf{R} = E[\vec{x}(t)\vec{x}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} = \mathbf{E}_s\mathbf{\Lambda}_s\mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_N\mathbf{\Lambda}_N\mathbf{E}_N^H, \quad (2)$$

где  $E[\dots]$  – статистическое усреднение,  $\mathbf{R}_{ss} = E[\vec{s}(t)\vec{s}^H(t)]$  – ковариационная матрица сигналов,  $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_M > \lambda_{M+1} = \dots = \lambda_N = \sigma^2$  и  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_N$  – соответственно собственные значения и собственные векторы пространственной ковариационной матрицы  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{E}_s = [\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_M]$  – матрица сигнального подпространства, состоящая из собственных

векторов, соответствующих  $M$  самым большим собственным значениям,  $\mathbf{E}_n = [\vec{e}_{M+1}, \vec{e}_{M+2}, \dots, \vec{e}_N]$  – матрица шумового подпространства, состоящая из собственных векторов, соответствующих  $N-M$  самым малым собственным значениям,  $\mathbf{\Lambda}_s = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M]$  – диагональная матрица сигнальных собственных значений,  $\mathbf{\Lambda}_n = [\lambda_{M+1}, \lambda_{M+2}, \dots, \lambda_N]$  – диагональная матрица шумовых собственных значений.

На практике пространственная ковариационная матрица получается из набора  $K$  временных отсчетов [5]:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{x}(k)\vec{x}^H(k) = \hat{\mathbf{E}}_s\hat{\mathbf{\Lambda}}_s\hat{\mathbf{E}}_s^H + \hat{\mathbf{E}}_N\hat{\mathbf{\Lambda}}_N\hat{\mathbf{E}}_N^H, \quad (3)$$

где  $\vec{x}(k)$  – выборка сигнала с элементов АР в  $k$ -й момент времени.

Сигнал на выходе устройства формирования луча можно записать как:

$$y(t) = \vec{w}^H \vec{x}(t). \quad (4)$$

## 2. АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

В работе рассматриваются алгоритмы, которые вначале определяют углы прихода всех сигналов, а затем формируется диаграмма направленности. Для этого вычисляются коэффициенты вектора  $\vec{w}$  (рис. 1).

Рассмотрим алгоритмы, которые могут применяться к любой конфигурации АР: MUSIC, метод проецирования шумового подпространства и метод проецирования сигнального подпространства.

### 2.1. Метод MUSIC

При реализации алгоритма используется свойство ортогональности векторов шумового подпространства и направляющих векторов:

$$\mathbf{E}_n^H \vec{a}(\theta_m) = 0, \quad \theta_m \in \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M\}. \quad (5)$$

Координаты сигналов будут соответствовать максимумам функции [5]:

$$P(\theta) = \frac{\vec{a}^H(\theta)\vec{a}(\theta)}{\vec{a}^H(\theta)\hat{\mathbf{E}}_n\hat{\mathbf{E}}_n^H\vec{a}(\theta)}.$$

Метод MUSIC работает нестабильно, если сигналы коррелированы.

### 2.2. Метод проецирования сигнального подпространства

Данный метод основан на определении наилучшего соответствия по критерию наименьших квадратов между собственными векторами подпространства сигналов корреляционной матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$  и линейными комбинациями векторов поля в раскрыве АР путем решения следующей нелинейной задачи оптимизации [5]:

$$\{\hat{\theta}, \hat{\mathbf{T}}\} = \arg \min_{\theta, \mathbf{T}} \|\hat{\mathbf{E}}_s - \mathbf{A}\mathbf{T}\|_F^2, \quad (6)$$

где  $\|\dots\|_F$  – норма Фробениуса,  $\hat{\mathbf{T}} = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{E}}_s$ . Задача минимизации решается в предположении определенного значения матрицы  $\mathbf{A}$  [5]:

$$\hat{\theta} = \arg \left\{ \min_{\theta} \text{Tr} \left\{ \mathbf{\Pi}_A^\perp \hat{\mathbf{E}}_s \hat{\Lambda}_s \hat{\mathbf{E}}_s^H \right\} \right\},$$

где  $\mathbf{\Pi}_A^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H$  – оператор проецирования на подпространство, образованное столбцами матрицы  $\mathbf{A}$ ,  $\text{Tr}\{\dots\}$  – след матрицы.

Метод может использоваться, если сигналы коррелированы.

### 2.3. Метод проецирования шумового подпространства

Данный метод использует начальное условие (5). Суть метода в том, что для матрицы  $\hat{\mathbf{E}}_n$  необходимо найти параметры сигналов, удовлетворяющие выражению [5]:

$$\hat{\theta} = \arg \left\{ \min_{\theta} \text{Tr} \left\{ \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{E}}_n \hat{\mathbf{E}}_n^H \mathbf{A} \mathbf{V} \right\} \right\}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{V} = \mathbf{A}^\dagger \hat{\mathbf{E}}_s (\hat{\Lambda}_s - \hat{\sigma}^2 \mathbf{I})^2 \hat{\Lambda}_s^{-1} \hat{\mathbf{E}}_s^H \mathbf{A}^\dagger$  – матрица взвешивания,  $\{\dots\}^\dagger$  – псевдоинверсия Мура-Пенроуза. При  $\mathbf{V} = \mathbf{I}$  данный метод сводится к методу MUSIC.

## 3. АВТОКАЛИБРОВОЧНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ИРИ

Основной недостаток методов определения углов ИРИ заключается в том, что в реальности сканирующие векторы не имеют заранее известной структуры, которая определяется только геометрией АР. Поскольку форма направляющих векторов меняется из-за взаимного влияния антенных элементов (АЭ), то они дополняются  $N \times N$  матрицей взаимного влияния  $\mathbf{C}$  и неидентичности приемников  $\mathbf{\Gamma}$ :

$$\mathbf{C} = z_0 (\mathbf{Z} + z_0 \mathbf{I})^{-1}, \quad (8)$$

$$\mathbf{\Gamma} = \text{diag} \{ g_1 \exp(j\varphi_1), g_2 \exp(j\varphi_2), \dots, g_n \exp(j\varphi_n) \},$$

где  $\mathbf{Z}$  – матрица взаимных сопротивлений,  $z_0$  – сопротивление нагрузки [2],  $g_n$  – амплитудная ошибка  $n$ -го канала,  $\varphi_n$  – фазовая ошибка  $n$ -го канала,  $\text{diag}\{\dots\}$  – функция формирования диагональной матрицы [6].

С учетом фактора неидентичности приемников и взаимного влияния АЭ сигнал на выходе ЦАР записывается в следующем виде [6]:

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}\mathbf{\Gamma}\mathbf{A}(\theta_m) \cdot \bar{\mathbf{s}}(t) + \bar{\mathbf{n}}(t). \quad (9)$$

Тогда корреляционная матрица (3) с учетом матриц  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{\Gamma}$  приводится к виду [6]:

$$\mathbf{R} = E[\bar{\mathbf{x}}(t)\bar{\mathbf{x}}^H(t)] = \mathbf{C}\mathbf{\Gamma}\mathbf{A}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{A}^H\mathbf{\Gamma}^H\mathbf{C}^H + \sigma^2\mathbf{I}.$$

В этом случае задача автокалибровки сводится к определению координат ИРИ при наличии ошибок и без дополнительных калибровочных устройств. Кроме того, значения матриц  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{\Gamma}$  могут изменяться в процессе работы АР под влиянием перепадов атмосферного давления и температуры [7].

Исследования проводятся в предположении использования условно-постоянной модели неизменяемости ошибок только за время обработки, во время которой значения координат ИРИ и ошибок определяются оптимизацией различных целевых функций, реализованных в методах Фридландер-Вайса [8], Ванга-Кедзоу [9], Эстели-Свиндлехарста-Оттерсона [10].

### 3.1. Метод Фридландер-Вайса

Метод может быть реализован только при условии [8]:

$$N \geq \frac{2M^2 + rM + P - 2}{2(M - 1)}, \quad r = 1, 2, \dots$$

где  $N$  – число АЭ,  $M$  – число ИРИ,  $r$  – целое число, определяющее тип проекции ( $r = 1$  – для азимутальной проекции,  $r = 2$  – для азимутальной и угломестной проекций),  $P$  – целое число, зависящее от матрицы взаимного влияния  $\mathbf{C}$ .

В основе метода Фридландер-Вайса лежит условие (5), а в качестве целевой функции используется видоизмененное выражение метода MUSIC [8]:

$$f_{fw} = \sum_{m=1}^M \left\| \hat{\mathbf{E}}_N \mathbf{C} \mathbf{G} \bar{\mathbf{a}}(\theta_m) \right\|^2,$$

где  $\|\dots\|$  – евклидова норма.

Данный алгоритм основан на трех последовательных этапах. На первом этапе оценивается направление прихода ИРИ, используя стандартный метод MUSIC, в предположении, что фазовые и амплитудные ошибки, а также коэффициенты взаимного влияния АР известны [8].

На втором этапе определяются фазовые  $\varphi_n$  и амплитудные  $g_n$  ошибки  $n$ -го канала при известных направлениях ИРИ и матрице взаимного влияния [8]:

$$\hat{\mathbf{g}} = \frac{\mathbf{Z}_i^{-1} \bar{\boldsymbol{\psi}}}{(\bar{\boldsymbol{\psi}}^T \mathbf{Z}_i^{-1} \bar{\boldsymbol{\psi}})},$$

где  $\mathbf{Z}_i = \sum_{m=1}^M \text{diag} [\bar{\mathbf{a}}(\theta_m)]^H \mathbf{C}^H \hat{\mathbf{E}}_N \hat{\mathbf{E}}_N^H \mathbf{C} \text{diag} [\bar{\mathbf{a}}(\theta_m)]$ ,  $i$  – номер итерации,  $\bar{\boldsymbol{\psi}} = [1, 0, 0, \dots, 0]$ . Тогда получаем матрицу фазовых и амплитудных ошибок [8]:

$$\mathbf{\Gamma}^{i+1} = \text{diag} \left\{ \hat{\mathbf{g}} \right\}. \quad (10)$$

На третьем этапе с учетом  $\{\theta_m\}_{m=1}^M$  и (10) определяется матрица взаимного влияния АЭ [8]:

$$\hat{\mathbf{c}} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{W}_1 (\mathbf{W}_1^T \mathbf{G}^{-1} \mathbf{W}_1)^{-1} \mathbf{W}_1^T \bar{\mathbf{c}},$$

где  $\mathbf{W}_1$  – линейное ограничение,  $\mathbf{G} = \sum_{m=1}^M \text{diag} \left\{ \mathbf{\Gamma} \bar{\mathbf{a}}(\theta_m) \right\}^H \hat{\mathbf{E}}_N \hat{\mathbf{E}}_N^H \text{diag} \left\{ \mathbf{\Gamma} \bar{\mathbf{a}}(\theta_m) \right\}$ . Затем из  $\hat{\mathbf{c}}$  восстанавливается матрица взаимного влияния  $\mathbf{C}$ .

После каждой итерации проверяется сходимость целевой функции.

$$\left| f_{fw}^i - f_{fw}^{i+1} \right| \leq e, \quad (11)$$

где  $e$  – порог, определяющий точность сходимости.

При выполнении условия (11) алгоритм завершается, а при невыполнении – начинается новая итерация.

### 3.2. Метод Ванга-Кедзоу

Метод основан на использовании алгоритма оптимизации Ньютона-Гаусса с применением ортогонализации Грамма-Шмидта, позволяющий определить направления прихода ИРИ, фазовые и амплитудные ошибки в каналах, а также ошибки расположения АЭ. Кроме того, метод Ванга-Кедзоу использует метод проецирование сигнального подпространства.

В этом случае сигнал на выходе (9) приводится к виду [9]:

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{G} \mathbf{D} \mathbf{A} \bar{\mathbf{s}}(t) + \bar{\mathbf{n}}(t),$$

где  $\mathbf{D}$  – матрица ошибок расположения АЭ.

Метод Ванга-Кедзоу работает при следующих начальных условиях [9]:

$$\mathbf{E}_n^H \mathbf{G} \mathbf{D} \mathbf{A} = 0,$$

$$\bar{\mathbf{e}}_m = \mathbf{G} \mathbf{D} \mathbf{A} \bar{\mathbf{b}}_m, \quad \text{для } 1 \leq m \leq M,$$

где  $\bar{\mathbf{b}}_m$  – комплексный вектор  $M \times 1$ .

В этом случае задача оптимизации (6) сводится к поиску минимума целевой функции вида [9]:

$$f_{wc} = \sum_{m=1}^M \left\| \hat{\mathbf{e}}_m - \mathbf{G} \mathbf{D} \bar{\mathbf{a}}(\theta_m) \bar{\mathbf{b}}_m \right\|^2, \quad (12)$$

Для достижения лучшей сходимости задачу оптимизации (12) необходимо разделить на два этапа. На первом этапе определяется ортогонализация Грамма-Шмидта ко всем столбцам матрицы  $\mathbf{Y}(\xi) = \mathbf{\Gamma}(g) \mathbf{D}(z) \mathbf{A}(\theta)$ , в результате чего получаем [9]:

$$\mathbf{Y}(\xi) = \mathbf{Q}(\xi) \mathbf{R}(\xi),$$

где  $\xi = [\bar{\theta}^T, \bar{g}^T, \bar{d}^T]^T$ ,  $\mathbf{Q}(\xi)$  –  $N \times M$  матрица, состоящая из  $M$  ортонормальных векторов,  $\mathbf{R}(\xi)$  –  $M \times M$  верхняя треугольная матрица. После выполнения ортогонализации, а также выполняя подстановку [9]:

$$\bar{\mathbf{b}}_m = \mathbf{R}^{-1}(\xi) \mathbf{Q}^H(\xi) \hat{\mathbf{e}}_m.$$

Задача минимизации (12) на втором этапе сводится к [9]:

$$f_{wc} = \min_{\xi} \sum_{m=1}^M \left\| (\mathbf{I} - \mathbf{Q}(\xi) \mathbf{Q}^H(\xi)) \hat{\mathbf{e}}_m \right\|^2. \quad (13)$$

Уравнение (13) решается посредством алгоритма Гаусса-Ньютона [9]:

$$\xi_{i+1} = \xi_i - \left[ \sum_{m=1}^M \operatorname{Re} \left\{ \mathbf{J}_m^H(\xi_i) \mathbf{J}_m(\xi_i) \right\} \right]^{-1} \times \\ \times \sum_{m=1}^M \operatorname{Re} \left\{ \mathbf{J}_m^H(\xi_i) \bar{\mathbf{r}}_m(\xi_i) \right\},$$

где  $\bar{\mathbf{r}}_m(\xi_i) = (\mathbf{I} - \mathbf{Q}(\xi_i) \mathbf{Q}^H(\xi_i)) \hat{\mathbf{e}}_m$ ,  $\mathbf{J}_m(\xi_i)$  – матрица Якоби от  $\bar{\mathbf{r}}_m(\xi_i)$ ,  $i$  – номер итерации,  $k$ -й столбец матрицы Якоби вычисляется по формуле [9]:

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{r}}_m(\xi_k)}{\partial \xi_k} \hat{\mathbf{e}}_m \approx (\mathbf{I} - \mathbf{Q}(\xi) \mathbf{Q}^H(\xi)) \times \\ \times \frac{\partial \mathbf{Y}(\xi)}{\partial \xi_k} \mathbf{R}(\xi)^{-1} \mathbf{Q}^H(\xi) \hat{\mathbf{e}}_m.$$

Итерация заканчивается вычислением значения целевой функции (13). После выполнения каждой итерации проверяется сходимость целевой функции:

$$\left| f_{wc}^i - f_{wc}^{i+1} \right| \leq e.$$

Главной особенностью данного метода является то, что на каждом шаге итерации одновременно определяются значения ошибок в каналах и позиционирования АЭ, а также направления прихода ИРИ.

### 3.3. Метод Эстели-Свиндлехарста-Оттерсона

Метод вместо целевой функции (7) использует функцию [10]:

$$f_{eso} = \operatorname{Tr} \left\{ \mathbf{A}^H \mathbf{G}^H \hat{\mathbf{E}}_N \hat{\mathbf{E}}_N^H \mathbf{G} \mathbf{A} \mathbf{V} \right\}, \quad (14)$$

$$\mathbf{V} = \{ \mathbf{G} \mathbf{A} \}^\dagger \hat{\mathbf{E}}_s \hat{\Lambda}_s^{-1} (\hat{\Lambda}_s - \hat{\sigma}^2 \mathbf{I})^2 \hat{\mathbf{E}}_s^H \{ \mathbf{G} \mathbf{A} \}^{\dagger H}.$$

В данном случае целевая функция (14) может быть записана в виде [10]:

$$f_{eso} = \bar{\mathbf{g}}^H \mathbf{M} \bar{\mathbf{g}},$$

$$\mathbf{M} = (\hat{\mathbf{E}}_N \hat{\mathbf{E}}_N^H) \otimes (\mathbf{A} \mathbf{V} \mathbf{A}^H)^T,$$

где  $\otimes$  – поэлементное умножение матриц.

Вектор ошибок  $\bar{\mathbf{g}}$  определяется как собственный вектор матрицы  $\mathbf{M}$  сопоставляемый с наименьшим собственным значением этой матрицы. Оценки направления ИРИ  $\{\theta_m\}_{m=1}^M$  могут быть определены любым известным способом.

Данный метод подобен алгоритму Фридландер-Вайса в том отношении, что на каждом шаге итерации ошибки каналов и углы прихода ИРИ определяются отдельно друг от друга. Эта особенность приводит к зависимости результатов оптимизации функций  $f_{eso}$  и  $f_{fv}$  от первоначального предположения относительно значений матрицы  $\mathbf{G}$ , что будет выражаться в таком поведении, когда функции  $f_{eso}$  и  $f_{fv}$  сойдутся к наименьшему числу, а значения углов  $\{\theta_m\}_{m=1}^M$  и ошибки каналов будут часто определяться неправильно. Эта характерная черта отсутствует в методе Ванга-Кедзоу, который использует дифференцирование функции. Такая функция содержит случайную составляющую шума, которая искажает значение вычисляемой производной при малых значениях ОСШ.

### 3.4. Описание предложенного алгоритма

Предложенный подход [11] основан на использовании свойства ортогональности матрицы шумового подпространства и направляющих векторов сигналов, приходящих на АР, которые в [8] дополнены вектором ошибок каналов. В присутствии ошибок в каналах ЦАР направляющий вектор сигналов преобразуется к виду:

$$\bar{\mathbf{h}}_m = \mathbf{G} \bar{\mathbf{a}}(\theta_m) \text{ при } m = 1 \dots M.$$

Каждый элемент вектора  $\bar{\mathbf{h}}_m$  можно представить как:

$$h_{nm} = g_n \exp \left\{ j \left[ -k_m R \cos \left( \theta_m - \frac{2\pi n}{N} \right) + \varphi_n \right] \right\} = \\ = g_n \exp \{ j \phi_{nm} \},$$

где  $\phi_{nm} = -k_m R \cos \left( \theta_m - \frac{2\pi n}{N} \right) + \varphi_n$  – полный угол на  $n$ -м АЭ, обусловленный  $m$ -м приходящим сигналом и фазовой ошибкой  $\varphi_n$  в этом канале.

Предложенный алгоритм использует следующее свойство [8]:

$$\hat{\mathbf{E}}_N^H \vec{\mathbf{h}}_m = 0 \text{ для } m = 1 \dots M.$$

Таким образом, необходимо найти такие значения фазовых  $\hat{\phi}_{nm}$  и амплитудных  $\hat{g}_n$  сдвигов в каждом из каналов АР, чтобы минимизировать целевую функцию:

$$f_{our} = \sum_{m=1}^M \left\| \hat{\mathbf{E}}_N^H \vec{\mathbf{h}}_m \right\|^2, \quad (15)$$

Минимизация согласно предложенному подходу проходит за четыре последовательных шага.

*Шаг 1. Определение амплитудных ошибок в каналах АР.*

Амплитудные ошибки находятся из главной диагонали пространственной корреляционной матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$ , которую можно получить из:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_n^H(k) x_n(k) = (\mathbf{\Gamma} \mathbf{A} \mathbf{R}_{ss} \mathbf{A}^H \mathbf{\Gamma}^H) + \sigma^2 \mathbf{I}.$$

Если сигналы некоррелированы или слабо коррелированы, то корреляционная матрица сигналов имеет следующую структуру:

$$\mathbf{R}_{ss} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{m-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_M \end{bmatrix},$$

где  $p_m$  – мощность  $m$ -го ИРИ на произвольном АЭ.

Главную диагональ матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$  можно описать как:

$$\hat{\mathbf{R}}_{nn} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_n^H(k) x_n(k), \quad n = 1 \dots, N,$$

где  $\hat{\mathbf{R}}_{nn}$  –  $n$ -е значение главной диагонали матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$ . Поскольку

$$x_n(k) = g_n \sum_{m=1}^M s_m(k) \exp(j\phi_{nm}) + n_n(k),$$

тогда вектор амплитудных ошибок можно найти из выражения:

$$\vec{\mathbf{g}}_{AMP} \approx \sqrt{\frac{\hat{\mathbf{R}}_{11}}{\hat{\mathbf{R}}_{nn}}}, \quad n = 1 \dots, N.$$

Таким образом, на первом шаге становятся известными амплитуды элементов матрицы  $\mathbf{\Gamma}$ .

*Шаг 2. Определение первоначальных значений фаз вектора  $\vec{\mathbf{h}}_m$ .*

Фазовые сдвиги  $\phi_{nm}$  определяются алгоритмом оптимизации:

$$P(\theta) = \max_{\theta} \left\| \hat{\mathbf{E}}_N^H \text{diag}(\vec{\mathbf{g}}_{AMP}) \vec{\mathbf{a}}(\theta) \right\|^2.$$

Оценивая полученные направления прихода сигналов, можно определить начальные значения фаз векторов  $\vec{\mathbf{h}}_m$ .

*Шаг 3. Определение значений фаз вектора  $\vec{\mathbf{h}}_m$ .*

Для задачи минимизации функции  $f_{our}$  по величинам  $\phi_{nm}$  используется алгоритм наискорейшего спуска. В общем случае, имеется произвольная целевая функция  $f(k_1, k_2, \dots, k_n)$  и необходимо найти такие значения переменных  $k_1, k_2, \dots, k_n$ , чтобы  $f(k_1, k_2, \dots, k_n) = 0$ . Для этого используется следующее выражение:

$$\vec{\mathbf{k}}_{i+1} = \vec{\mathbf{k}}_i - \lambda_i \nabla f(\vec{\mathbf{k}}_i),$$

где  $\vec{\mathbf{k}}_i$  – вектор переменных на  $i$ -й итерации,  $\nabla f(\vec{\mathbf{k}}_i)$  – частные производные функции  $f$  от переменных  $k_1, k_2, \dots, k_n$ ,  $\lambda_i$  – значение, минимизирующее функцию  $\varepsilon(\lambda) = f[\vec{\mathbf{k}}_i - \lambda_i \nabla f(\vec{\mathbf{k}}_i)]$  на каждом шаге итерации.

Для использования алгоритма наискорейшего спуска были приняты следующие предположения:

1. В качестве элементов вектора переменных  $\vec{\mathbf{k}}$  используются фазы  $\phi_{nm}$ , которые можно объединить в матрицу  $\mathbf{\Phi}$  полных фаз каналов для всех приходящих сигналов размерностью  $N \times M$ :

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 \\ \phi_{12} & \dots & \dots & \phi_{M2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi_{1N} & \dots & \dots & \phi_{MN} \end{bmatrix}.$$

Один из АЭ выбирается опорным, поэтому в матрице  $\mathbf{\Phi}$  значения соответствующей строки равны нулю, в нашем случае выбран первый АЭ.

2. Вычисленные производные функции (15) от каждого элемента матрицы  $\mathbf{\Phi}$ , кроме первой строки, объединяются в матрицу вида:

$$\frac{\partial f_{our}}{\partial \phi} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 \\ \frac{\partial f_{our}}{\partial \phi_{12}} & \dots & \dots & \frac{\partial f_{our}}{\partial \phi_{M2}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_{our}}{\partial \phi_{1N}} & \dots & \dots & \frac{\partial f_{our}}{\partial \phi_{MN}} \end{bmatrix}.$$

Тогда, чтобы минимизировать целевую функцию  $f_{our}$  используется алгоритм наискорейшего спуска:

$$\Phi_{i+1} = \Phi_i - \lambda_i \frac{\partial f_{our}}{\partial \phi_i}. \quad (16)$$

3. Значения амплитудных ошибок в каналах АР, найденные на шаге 3, неизменно используются в функции (16) в каждой итерации.

#### 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ

Как можно было заметить, во всех представленных алгоритмах автоматического калибрования имеется параметр  $\hat{\mathbf{g}}$ , который позволяет вычислить с определенной точностью амплитудные и фазовые ошибки в каналах ААР. К тому же, чем ближе вектор  $\hat{\mathbf{g}}$  оказывается к истинному вектору  $\mathbf{g}$ , тем с большей точностью определяются угловые координаты ИРИ и с меньшими искажениями строится диаграмма направленности АР, что повышает общее значение ОСПШ.

Для исследования точности алгоритмов автоматического калибрования оценивать амплитудные и фазовые ошибки в каналах ААР было проведено сравнительное моделирование, в процессе которого были вычислены средние значения среднеквадратических отклонений установленных фазовых  $\text{СКО}_{\hat{\phi}}$  и амплитудных  $\text{СКО}_{\hat{g}}$  ошибок каждого из рассматриваемых алгоритмов от истинных значений сдвигов в каналах АР.  $\text{СКО}_{\hat{\phi}}$  и  $\text{СКО}_{\hat{g}}$  найдены из следующих соотношений:

$$\text{СКО}_{\hat{\phi}} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \left( \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (\varphi_{in} - \hat{\varphi}_{in})^2 \right)^{0.5},$$

$$\text{СКО}_{\hat{g}} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \left( \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (g_{in} - \hat{g}_{in})^2 \right)^{0.5},$$

где  $\varphi_{in}$  и  $\hat{\varphi}_{in}$  – соответственно истинное и вычисленное значение фазовой ошибок  $n$ -го канала в  $i$ -испытании,  $g_{in}$  и  $\hat{g}_{in}$  – соответственно истинное и вычисленное значение амплитудной ошибок  $n$ -го канала в  $i$ -испытании,  $L$  – количество испытаний,  $N$  – количество антенных элементов.

Оценка определения координат источников ИРИ осуществляется для кольцевой АР с  $N = 5$  АЭ, расстояние между ними составляет  $0.5\lambda$ , в этом случае матрица взаимного влияния  $\mathbf{C}$  не учитывается и при воздействии равномошных сигналов в направлениях  $25^\circ$  и  $85^\circ$  относительно первого АЭ. В каналы вносятся некоррелированный шум со значениями ОСШ равными 40 дБ, 20 дБ и 10 дБ. Кроме того, в каждый из каналов добавляются амплитудные и фазовые ошибки:

$$g_n = 1 + \text{СКО}_g \rho, \quad \varphi_n = \text{СКО}_\phi \rho,$$

где  $\rho$  – нормально распределенная случайная величина,  $\text{СКО}_g$  – СКО амплитудной ошибки,  $\text{СКО}_\phi$  – СКО фазовой ошибки.

Среднеквадратическое отклонение  $\text{СКО}_\sigma$  оценки пеленга от его истинного значения определяется по следующей формуле [12]:

$$\text{СКО}_{\sigma_m} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (\hat{\theta}_{i,m} - \theta_m)^2}{L-1}},$$

где  $\hat{\theta}_{i,m}$  – оценка координаты  $m$ -го ИРИ в  $i$ -м испытании,  $\theta_m$  – истинный пеленг  $m$ -го ИРИ,  $L$  – количество испытаний.

Численные оценки проводились в начальном предположении, что матрица ошибок  $\mathbf{\Gamma}$  является единичной. Для каждого метода и каждого значения сигнал-шум число испытаний равно 250.

На рис. 1 показаны графики зависимостей значений  $\text{СКО}_{\hat{\phi}}$  и  $\text{СКО}_{\hat{g}}$  для случаев, когда в каналы ААР вносились только амплитудные (рис. 1 а) – б)) и только фазовые (рис. 1 в) – г)) ошибки для ОСШ 40 дБ.

Видно (рис. 1), что лучше всего с обнаружениями ошибок в каналах ААР справляются алгоритм Ванга-Кедзоу и разработанный, т.е. их  $\text{СКО}_{\hat{\phi}}$  и  $\text{СКО}_{\hat{g}}$  значительно меньше, чем алгоритма Фридландер-Вайса. Причем с увеличением величины вносимых случайных амплитудных и фазовых флуктуаций алгоритм Фридландер-Вайса также все более не справлялся со своей задачей обнаружения  $\hat{\mathbf{g}}$ . Если учесть, что вводились только амплитудные ошибки (рис. 1 а)-б)), то этим алгоритмом дополнительно были внесены фазовые ошибки (рис. 1 б) и наоборот (рис. 1 в)-г)).

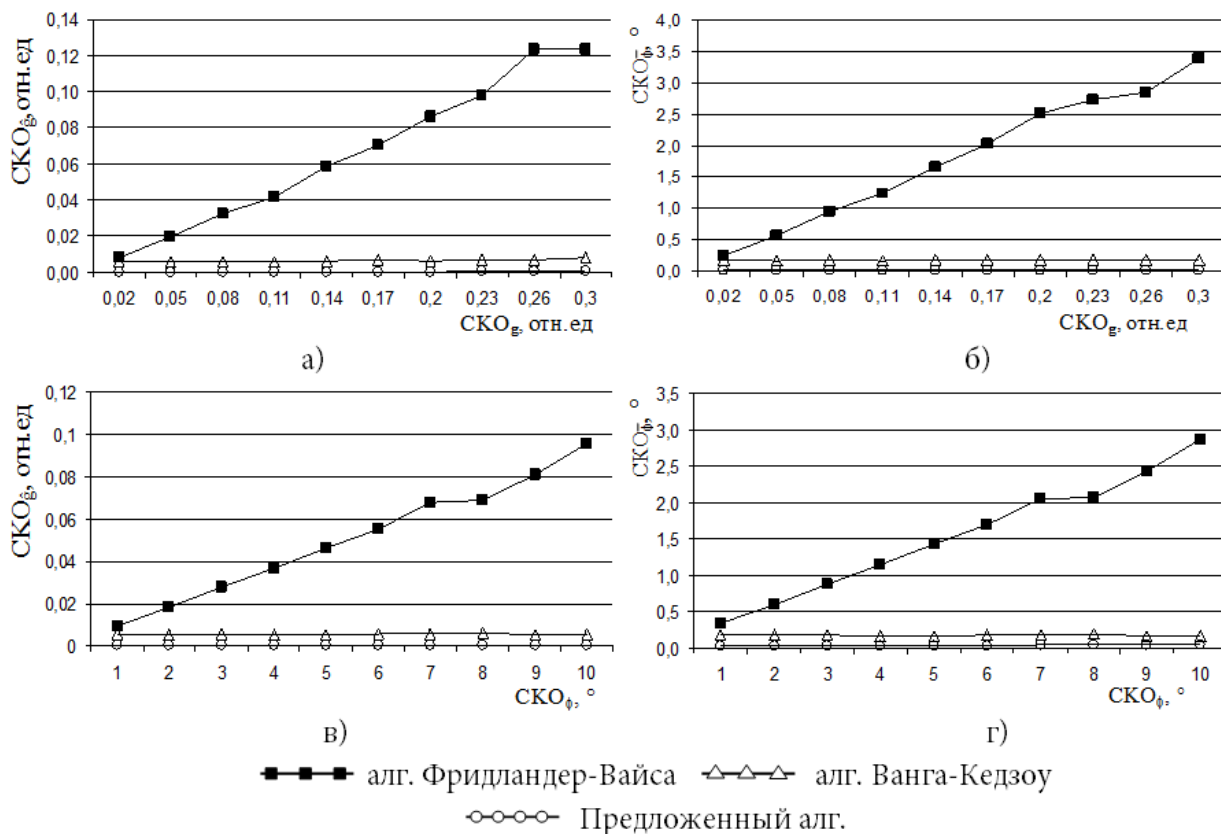


Рис. 1. Зависимость  $SKO_{\hat{\phi}}$  и  $SKO_{\hat{g}}$  от  $SKO_g$  ((а) и (б)) и  $SKO_{\phi}$  ((в) и (г)) при ОСШ 40 дБ

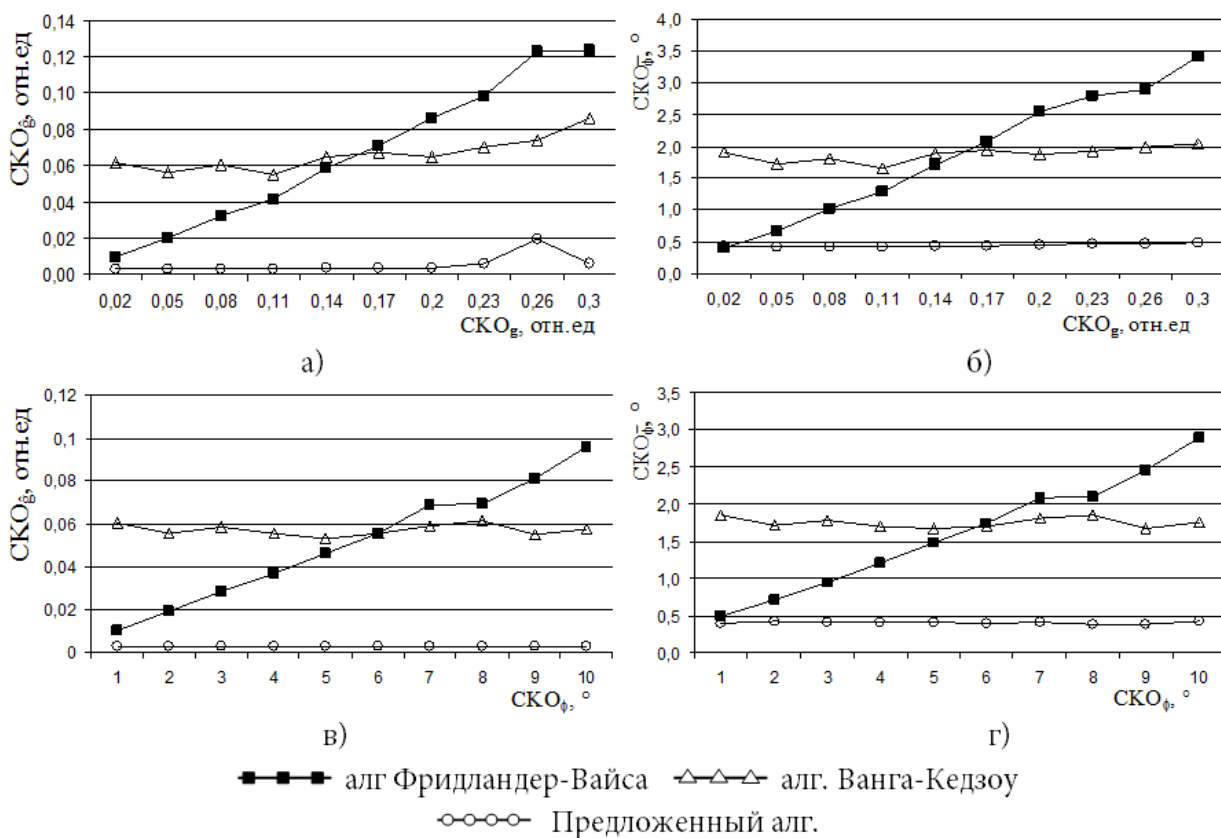


Рис. 2. Зависимость  $SKO_{\hat{\phi}}$  и  $SKO_{\hat{g}}$  от  $SKO_g$  ((а) и (б)) и  $SKO_{\phi}$  ((в) и (г)) при ОСШ 20 дБ



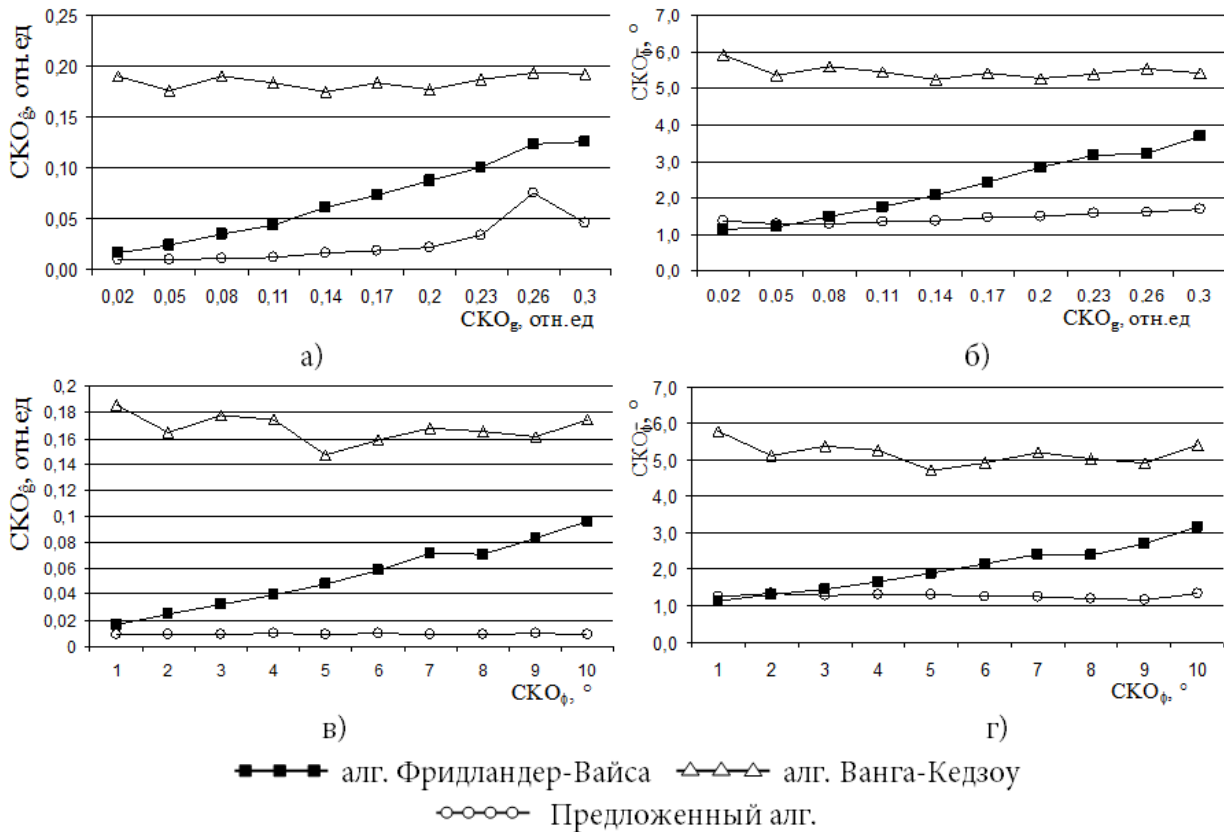


Рис. 3. Зависимость  $СКО_{\hat{\phi}}$  и  $СКО_{\hat{\theta}}$  от  $СКО_{\xi}$  ((а) и (б)) и  $СКО_{\phi}$  ((в) и (г)) при ОСШ 10 дБ

На рис. 2 и 3 показаны графики зависимости значений  $СКО_{\hat{\phi}}$  и  $СКО_{\hat{\theta}}$  для случаев, когда в каналы ААР вносились только амплитудные или только фазовые ошибки для ОСШ 20 дБ и 10 дБ соответственно.

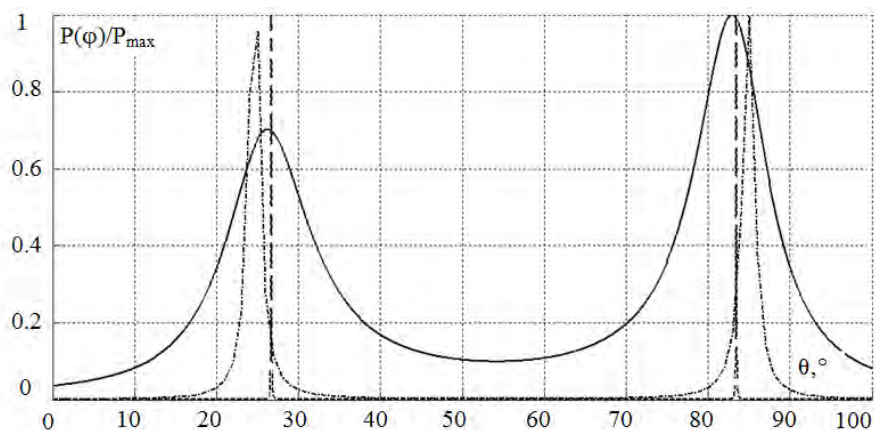
Из графиков на рис. 2 и 3 видно, что наилучшей способностью обнаруживать ошибки в каналах ААР обладает предложенный метод, т. к. он имеет наименьшие значения  $СКО_{\hat{\phi}}$  и  $СКО_{\hat{\theta}}$  для ОСШ 10, 20 дБ. Причем с увеличением мощности шума  $СКО_{\hat{\phi}}$  и  $СКО_{\hat{\theta}}$  изменяют свои значения незначительно. Кроме того, видно, что с уменьшением ОСШ алгоритм Ванга-Кедзоу снижает свою эффективность обнаруживать неоднозначности в каналах ААР. Причем увеличение  $СКО_{\hat{\phi}}$  и  $СКО_{\hat{\theta}}$  носит скачкообразный характер при переходе от одного ОСШ к другому.

Высокая зависимость  $СКО_{\hat{\phi}}$  и  $СКО_{\hat{\theta}}$  алгоритма Фридландер-Вайса от амплитудных и фазовых ошибок говорит о том, что особенность вначале определять угловые координаты при неизвестных первоначальных значениях матрицы  $\Gamma$ , а затем и саму матрицу  $\Gamma$

негативно сказывается на  $СКО_{\hat{\phi}}$ ,  $СКО_{\hat{\theta}}$ . При такой отличительной черте алгоритм «подстраивает» коэффициенты  $\Gamma$  под определенные на первом шаге итерации углы прихода радиосигналов, что видно на рис. 4, где алгоритм Фридландер-Вайса имеет гораздо более отчетливые максимумы, чем обычный алгоритм MUSIC, при этом они имеют одинаковые пеленги 26.1° и 82.9°, а предложенный алгоритм – 24° и 84° при воздействии сигналов с азимутами 25° и 85°.

Из рис. 1–4 можно также сделать вывод, что алгоритм Фридландер-Вайса показывает сходные результаты независимо от шума.

Зависимость точности обнаружения фазовых и амплитудных ошибок в каналах ААР от шума, как видно из рис. 1–4, для алгоритма Ванга-Кедзоу также согласуется с показателями точности определения угловых координат, т. к. на каждом шаге итерации проводится независимое дифференцирование по углам  $\theta_m$  и вектору  $\vec{g}$  целевой функции, которые, т. е. как само дифференцирование, так и целевая



--- Фридландер-Вайса ..... Предложенный -- MUSIC

Рис. 4. Угловой спектр для ОСШ 20 дБ,  $СКО_g = 0.1$  и  $СКО_\phi = 6^\circ$

функция алгоритма, в сумме весьма чувствительны к шумовой составляющей.

В процессе проектирования нового алгоритма автоматического калибрования были учтены зависимость эффекта влияния первоначального значения угловых координат, присутствующий в алгоритме Фридландер-Вайса, на его работу, а также действие дифференцирования в условиях высокой шумовой составляющей минимизируемой функции, как в алгоритме Ванга-Кедзоу. Исходя из этого, была выбрана целевая функция, которая в наименьшей степени чувствительна к некоррелированному шуму, независимое дифференцирование которой проводится по углам прихода радиосигналов и ошибкам в каналах. Из рис. 1–4 очевидно, что предложенный алгоритм имеет достаточную стабильность обнаружения амплитудных и фазовых ошибок независимо от наличия в каналах некоррелированного шума, что согласовывается с выводами относительно ОСПШ и  $СКО_\sigma$  [2].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены автокалибровочные методы с условно-постоянной моделью ошибок в каналах ЦАР, позволяющие снижать среднеквадратическое отклонение определения координаты ИРИ, а также повысить выходное отношение мощности полезного сигнала к мощности помех и шума. Предложен новый алгоритм, который основан на использова-

нии свойства ортогональности шумового подпространства и направляющих векторов сигналов, вычислении полных фаз во всех каналах цифровой антенной решетки, а также метода наискорейшего спуска.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что предложенный алгоритм позволяет оценивать амплитудные и фазовые ошибки в каналах адаптивной антенной решетки с наибольшей точностью. Среднее значение среднеквадратического отклонения оценки фазовых и амплитудных ошибок от вносимых ошибок составляет 0.01 отн.ед. и  $1^\circ$ . При этом значения незначительно изменяются в зависимости от отношения сигнал/шум.

Анализ показал, что метод Ванга-Кедзоу позволяет получить высокие результаты обнаружения ошибок в каналах ЦАР для значений ОСШ от 40 дБ и выше, в то время как предложенный алгоритм имеет низкие СКО для всех исследованных значений ОСШ. Точность оценок ошибок алгоритма Ванга-Кедзоу снижается пропорционально ОСШ. Таким образом, предложенный алгоритм является более пригодным для снижения СКО определения случайных амплитудно-фазовых ошибок каналов ЦАР.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №14 07 00713 А.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sarkar. T. K. Smart Antennas / T. K. Sarkar, M. C. Wicks, M. Salazar-Palma, R. J. Bonneau.* – New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2003. – 453 p.
2. *Нечаев Ю. Б.* Оценка точности автокалибровочных методов определения координат источников радиоизлучения с условно-постоянной моделью амплитудно-фазовых ошибок в каналах цифровой антенной решетки / Ю. Б. Нечаев, Д. Н. Борисов, И. В. Пешков // Телекоммуникации. – 2011. – № 5. – С. 34–43.
3. *Нечаев Ю. Б.* Оценка влияния параметров модуля первичной обработки на работу цифровой антенной решетки / Ю. Б. Нечаев, Д. Н. Борисов, И. В. Пешков // Нелинейный мир. – 2010. – Т. 8, № 3. – С.151–159.
4. *Litva J. Digital Beamforming in Wireless Communications / J. Litva, T. Kwok-Yeung Lo.* – Boston : Artech House, 1996. – 301 p.
5. *Krim H. Two decades of Array Signal Processing Research / H. Krim, M. Viberg // IEEE Signal Processing Magazine.* – 1996. – vol. 7. – P. 67–94.
6. *Qiong L. An Overview of Self-Calibration in Sensor Array Processing / L. Qiong, G. Long, Y. Zhongfu // Proceeding of 6th International Symposium on Antennas, Propagations and EM Theory.* – 2003. – № 28. – P. 279–282.
7. *Tyler N. Adaptive Antennas: The Calibration Problem / N. Tyler, B. Allen, H. Aghvami // IEEE Communications Magazine.* – 2004. – Vol. 42, № 12. – P. 114–122.
8. *Friedlander B. Direction Finding in the Presence of Mutual Coupling / B. Friedlander, A. J. Weiss // IEEE Transactions on Antennas and Propagation.* – 1991. – Vol. 39, № 3. – P. 273–284.
9. *Wang C. Direction-Finding with Sensor Gain, Phase and Location Uncertainty / C. Wang, J. A. Cadzow // Proceeding IEEE ICASSP'91.* – 1991. – Vol. 2. – P. 1429–1432.
10. *Astely D. Spatial Signature Estimation for Uniform Linear Arrays with Unknown Receiver Gains and Phases / D. Astely, A.L. Swindlehurst // IEEE Transaction on Signal Processing.* – 1999. – Vol. 47, № 8. – P. 2128–2138.
11. *Нечаев Ю. Б.* Автокалибровочный алгоритм компенсации амплитудно-фазовых ошибок в каналах цифровой антенной решетки / Ю.Б. Нечаев, Д.Н. Борисов, И.В. Пешков // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика. Математика. – 2011. – № 1. – С. 51–69.
12. *Нечаев Ю. Б., Борисов Д. Н., Пешков И. В.* Оценка отклонения определения угла прихода радиосигнала автокалибровочных методов пеленгации радиоизлучения с условно-постоянной моделью амплитудно-фазовых ошибок в каналах цифровой антенной решетки // Материалы IX международной научно-технической конференции «Физика и технические приложения волновых процессов». – Челябинск : Изд-во Челяб. гос. ун-та, 2010. – С. 35–36.
13. *Бахвалов Н. С. Численные методы: учебное пособие для вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков.* – 3-е изд., доп. и перераб. – М. : БИНОМ, 2004. – 636 с.

**Нечаев Ю. Б.** – д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры информационных систем, Воронежский государственный университет.  
E-mail: vnn-61@mail.ru

**Пешков И. В.** – аспирант кафедры информационных систем, Воронежский государственный университет.  
E-mail: peshkov\_i\_v@sc.vsu.ru

**Nechaev Yu. B.** – Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof., professor of information systems department of Voronezh State University.  
E-mail: vnn-61@mail.ru

**Peshkov I. V.** – Cand. Sci. (Phys.–Math.), senior teacher of Radio electronics and Computer Science department of Elets State University.  
E-mail: peshkov\_i\_v@sc.vsu.ru