

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОЛИГАУССОВСКОГО ШУМА С ПОМОЩЬЮ ОБОБЩЕННОГО ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

В. И. Костылев, И. П. Гресь

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 29.06.2015 г.

Аннотация. Рассмотрена задача обнаружения случайных сигналов на фоне полигауссовского шума с помощью обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка. С помощью статистического моделирования найдены характеристики обобщенного энергетического обнаружителя. Показано, что при наличии даже слабых атмосферных, промышленных либо иных помех, описываемых полигауссовским законом, обобщенный энергетический обнаружитель первого порядка оказывается эффективнее традиционного энергетического.

Ключевые слова: случайный сигнал; полигауссовский шум; обобщенный энергетический обнаружитель.

Annotation. The problem of detection of the random signals against polygaussian noise by means of the generalized energy detector of the first order is considered. By means of statistical modeling characteristics of the generalized energy detector are found. It is shown that in the presence even the weak atmospheric, industrial radio or other noises described by the polygaussian law, the generalized energy detector of the first order is more effective traditional energy detector.

Keywords: random signal; polygaussian noise; generalized energy detector.

ВВЕДЕНИЕ

Энергетическое обнаружение детерминированных сигналов на фоне гауссовского шума, впервые рассмотренное в [1], широко применяется в современных системах связи, таких как когнитивное радио [2]. Правило вынесения решения для энергетического обнаружителя задается формулой:

$$W_2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{\sigma} \right)^2 \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} H_1 \\ H_0 \end{matrix} T_2, \quad (1)$$

где T_2 – порог обнаружения, n – объем выборки, H_1 и H_0 – гипотезы о наличии и отсутствии полезного сигнала соответственно. y_i – отсчеты шума или аддитивной смеси полезного сигнала и шума при верной гипотезе

H_0 или H_1 соответственно. В [1] показано, что W_2 подчиняется центральному распределению хи-квадрат при гипотезе H_0 и нецентральному распределению хи-квадрат при гипотезе H_1 .

Кроме того, обнаружитель (1) является оптимальным в случае полезного гауссовского сигнала, принимаемого на фоне гауссовского шума.

В работе [3] предложен, а в [4–10] исследован обобщенный энергетический обнаружитель, правило вынесения решения которого задается формулой (2).

$$W_p = \sum_{i=1}^n \left(\frac{|y_i|}{\sigma} \right)^p \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} H_1 \\ H_0 \end{matrix} T_p. \quad (2)$$

Здесь p – положительное вещественное число, которое будем называть порядком обобщенного энергетического обнаружителя.

ля. Выражение (2) отличается от (1) тем, что модуль отсчетов шума или аддитивной смеси сигнала и шума (при верной гипотезе H_0 или H_1) возводится в произвольную степень p , а не в квадрат. Сравнивая формулы (1) и (2), нетрудно увидеть, что энергетический обнаружитель есть обобщенный энергетический обнаружитель второго порядка.

Целью статьи является статистический анализ эффективности обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка.

Аналитическое выражение для плотности вероятности W' найти сложно, если вообще возможно, вследствие чего для анализа обобщенного обнаружителя широко применялось статистическое моделирование. Анализ показал, что при обнаружении сигнала на фоне полигауссовского шума квазиоптимальное значение показателя степени p (обеспечивающее максимальную вероятность правильного обнаружения P_D при фиксированной вероятности ложной тревоги P_F) лежит в пределах от 0.5 до 1 [6–10], причем значение вероятности правильного обнаружения P_D несильно изменяется при варьировании p в пределах отрезка [0.5, 1].

В данной работе предлагается рассмотреть обобщенный энергетический обнаружитель первого порядка, т. е. обобщенный обнаружитель с показателем степени $p = 1$, как достаточно простой и в то же время эффективный. Из (2) следует, что правило вынесения решения для него задается формулой (3)

$$W_1 = \sum_{i=1}^n \frac{|y_i|}{\sigma} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} T_1. \quad (3)$$

В качестве полезного сигнала выберем случайный гауссовский сигнал с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_s^2 . Во многих задачах используется аппроксимация полезного сигнала гауссовским случайным процессом. Например, в ряде задач используют модель человеческой речи в виде случайного процесса, в других задачах может быть использована шумовая модуляция полезного сигнала, например, для решения задачи радиовысотометрии. Кроме того, гаус-

совская модель сигнала может быть использована для описания OFDM-сигнала с большим количеством поднесущих [11, 12]

В первом разделе настоящей работы рассмотрено обнаружение сигнала на фоне гауссовского шума (частный случай полигауссовской модели) с целью определить, насколько сильно проигрывает обнаружитель с $p = 1$ энергетическому (который является оптимальным для случая гауссовского полезного сигнала на фоне гауссовского шума). Во втором разделе найдены характеристики обнаружения на фоне полигауссовского шума, состоящего из двух компонент (другое название этой модели – шум Лихтера). В третьем разделе проанализированы полученные результаты и сделаны выводы о целесообразности применения обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка.

ОБНАРУЖЕНИЕ ГАУССОВСКОГО СИГНАЛА НА ФОНЕ ГАУССОВСКОГО ШУМА

Отсчеты y_i реализации случайного процесса Y определяются формулой

$$y_i = \begin{cases} x_i, & H_0, \\ s_i + x_i, & H_1, \end{cases} \quad (4)$$

где x_i – отчеты гауссовского шума с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 , s_i – отчеты полезного сигнала, представляющего собой гауссовский случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_s^2 . Отношение сигнал-шум q зададим в виде (5)

$$q = \frac{\sigma_s}{\sigma}. \quad (5)$$

Для определения таких характеристик обнаружения как вероятность ложной тревоги P_F и вероятность правильного обнаружения P_D , необходимо найти плотность вероятности решающей статистики W_1 . Случайная величина Y имеет гауссовское распределение вероятностей независимо от гипотезы H_0 или H_1 . Плотность вероятности модуля гауссовской случайной величины $|Y|$ известна [13] и задается следующей формулой:

$$f_Y(x) = \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \left[\exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2a^2}\right) + \exp\left(-\frac{(x+m)^2}{2a^2}\right) \right], \quad (6)$$

где m – параметр положения, математическое ожидание исходной нормальной случайной величины, a – параметр масштаба, среднеквадратическое отклонение нормальной случайной величины. Для нахождения плотности вероятности суммы модулей двух гауссовских случайных величин $\sum_{i=1}^2 |y_i|$ необходимо рассчитать свертку плотностей вероятности по формуле

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)f(y-x)dx, \quad (7)$$

где $f(x)$ задается выражением (6).

Воспользовавшись формулой (7), нетрудно получить плотность вероятности $g_{W_1}(x)$ суммы модулей двух гауссовских случайных величин (8)

$$g_{W_1}(x) = \frac{2}{a\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a^2}\right) \Phi\left(\frac{x}{2a}\right), \quad (8)$$

где a – среднеквадратическое отклонение исходной нормальной случайной величины,

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt - \text{интеграл вероятности.}$$

Для нахождения плотности вероятности суммы модулей четырех слагаемых необходимо снова рассчитать свертку по формуле, аналогичной (7), однако, проанализировав выражение (8), можно заключить, что сделать это весьма затруднительно, так как оно содержит специальную (неэлементарную) функцию – интеграл вероятности. Поэтому дальнейшее вычисление свертки (для 4, 8, 16 и 32 слагаемых) будем проводить численно с использованием встроенных функций MATLAB. Графики плотностей вероятностей для $n = 2, 4, 8, 16$ и 32 представлены на рис. 1.

Вероятность ложной тревоги P_F можно найти по формуле (9):

$$P_F = \int_{T_1}^{\infty} g(x | H_0) dx. \quad (9)$$

Для расчета по (9) воспользуемся численным интегрированием. Зависимость вероятности ложной тревоги от порога обнаруже-

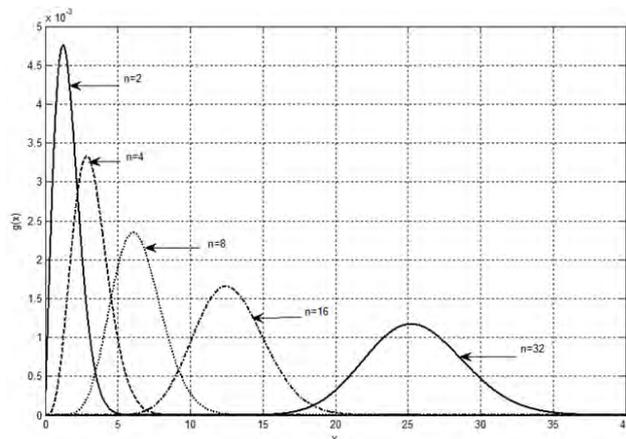


Рис. 1. Плотности вероятности решающей статистики W для различных значений объема выборки $n = 2, 4, 8, 16, 32$

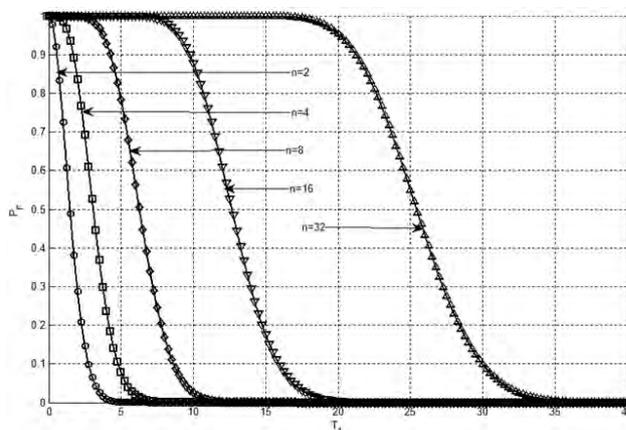


Рис. 2. Зависимость $P_D(T_1)$ для различных значений объема выборки $n = 2, 4, 8, 16, 32$. Сплошными линиями показаны зависимости, найденные по формулам, маркерами обозначены результаты моделирования

ния $P_D(T_1)$ представлена на рис. 2 сплошными линиями.

Для нахождения вероятности правильного обнаружения P_D зафиксируем вероятность ложной тревоги P_F и найдем соответствующий порог обнаружения (критерий Неймана – Пирсона), далее воспользуемся формулой (10):

$$P_D = \int_{T_1}^{\infty} g(x | H_1) dx. \quad (10)$$

Зависимость вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал-шум $P_D(q)$ при фиксированной вероятности ложной тревоги $P_F = 0.01$ представлена на рис. 3 сплошной линией.

Проверим полученные результаты с помощью статистического моделирования.

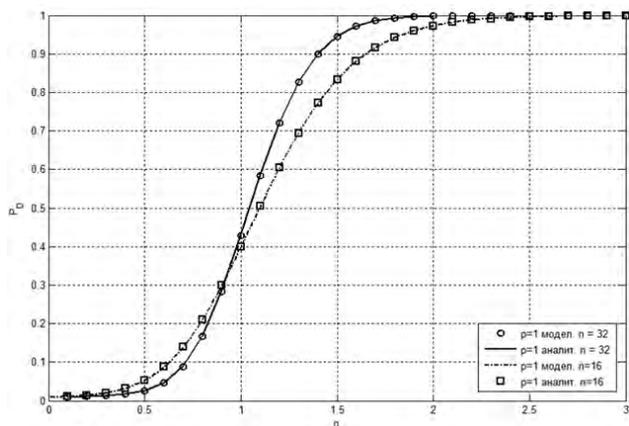


Рис. 3. Зависимость $P_D(q)$ при фиксированной $P_F = 0.01$ для $n = 16$ и $n = 32$, полученная аналитически (сплошные линии) и с помощью моделирования (маркеры)

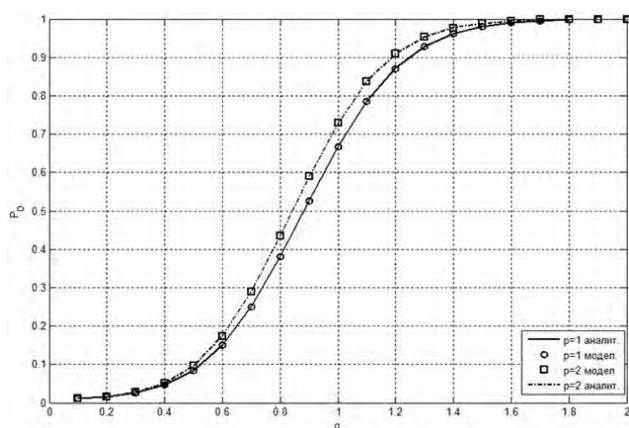


Рис. 4. Зависимости $P_D(q)$ для обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка и энергетического обнаружителя при объеме выборки $n = 32$ (полученные с помощью моделирования и аналитически)

Сгенерируем выборку шума N размером 16×10^6 и 32×10^6 и выборку полезного сигнала S такой же размерности. Найдем экспериментальные характеристики обнаружения: вероятность ложной тревоги P'_F и вероятность правильного обнаружения P'_D . Результаты моделирования представлены на рис. 2 и 3. Видно, что результаты расчета и моделирования хорошо согласуются.

Для оценки проигрыша обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка оптимальному энергетическому найдем те же характеристики обнаружения и для него. Вероятности ложной тревоги и правильного обнаружения можно найти по формулам (11) и (12) соответственно.

$$P_F = P\left(\frac{n}{2}, \frac{T_2}{2}\right), \quad (11)$$

$$P_D = P\left(\frac{n}{2}, \frac{T_2}{2q^2}\right), \quad (12)$$

где $P(a, x) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^x e^{-t} t^{a-1} dt$.

Эти же характеристики найдем и с помощью моделирования. Зависимость вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал-шум $P_D(q)$ представлена на рис. 4 в сравнении с результатами, полученными для обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка (объем выборки $n = 32$). Как и ранее, маркерами обозначены результаты, полученные с помощью моделирования, сплошной и пунктирной линией – полученные аналитически.

Введем такую характеристику как выигрыш в отношении сигнал-шум

$$G = \frac{q_{en}}{q_{lin}}, \quad (13)$$

где q_{lin} и q_{en} – отношения сигнал-шум обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка и энергетического обнаружителя, необходимые для достижения одной и той же вероятности правильного обнаружения. На рис. 5 представлена зависимость выигрыша от отношения сигнал-шум $G(q)$.

По графикам на рис. 4 и рис. 5 видно, что выигрыш энергетического обнаружителя в эффективности небольшой (менее 1.06) и может оказаться совсем незаметным в практических задачах.

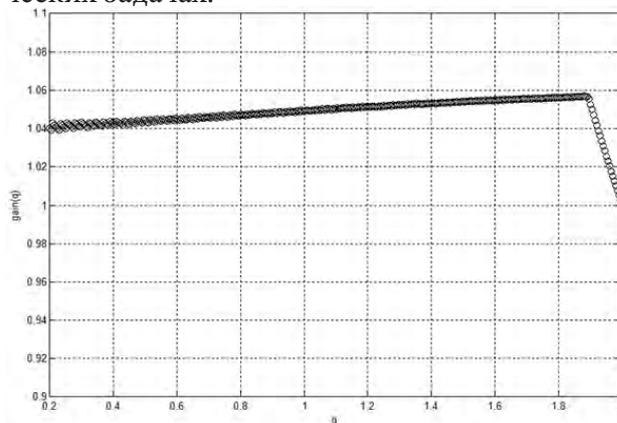


Рис. 5. Выигрыш $G(q)$ в отношении сигнал-шум энергетического обнаружителя над обобщенным энергетическим обнаружителем первого порядка

ОБНАРУЖЕНИЕ ГАУССОВСКОГО СИГНАЛА НА ФОНЕ ПОЛИГАУССОВСКОГО ШУМА

Использование полигауссовской модели для описания шума оправдано при наличии атмосферных, промышленных или взаимных помех. Атмосферный шум является одним из основных видов внешних помех для радиосистем, использующих радиоканалы в диапазоне частот от единиц герц до десятков мегагерц [14]. В работе [15] указано, что основной причиной атмосферного шума являются грозы. К тому же, шум может создаваться местными грозами либо в мировых очагах грозовой деятельности, существованием которых объясняется наличие помех даже в отсутствие местных гроз.

Рассмотрим обнаружение гауссовского полезного сигнала на фоне полигауссовского шума. Полигауссовская модель шума, состоящая из двух компонент, определяется следующей формулой [16, 17]:

$$f(x) = \frac{1-\alpha}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}\right) + \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad (14)$$

где $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$, σ_1^2 и σ_2^2 – дисперсии шумовой и импульсной компонент, α – параметр, характеризующий частоту появления импульсов. Введем параметр $k = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ – отношение среднеквадратических отклонений импульсной и шумовой составляющих. Традиционное энергетическое обнаружение сигналов на фоне шума, который описывается моделью (14), рассмотрено в [18].

Отсчеты y_i определяются по формуле (4) с той лишь разницей, что x_i – отсчеты полигауссовского шума с параметрами σ_1 , σ , α . Отношение сигнал-шум определяется формулой (15)

$$q = \frac{\sigma_s}{\sqrt{(1-\alpha)\sigma_1^2 + \alpha\sigma^2}}. \quad (15)$$

При верной гипотезе H_0 распределение y_i полигауссовское. Найдем плотность вероятности Y при верной гипотезе H_1 по формуле (16)

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{pg}(x) f_g(y-x) dx, \quad (16)$$

где $f_{pg}(x)$ – плотность вероятности полигауссовской случайной величины (описывает шум x_i), задаваемая формулой (14), $f_g(x)$ – плотность вероятности гауссовской случайной величины (описывает полезный сигнал s_i). Воспользовавшись (16), получим:

$$f_Y(x | H_1) = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi(\sigma_s^2 + \sigma_1^2)}} \exp\left[\frac{-x^2}{2(\sigma_s^2 + \sigma_1^2)}\right] + \frac{1-\alpha}{\sqrt{2\pi(\sigma_s^2 + \sigma^2)}} \exp\left[\frac{-x^2}{2(\sigma_s^2 + \sigma^2)}\right]. \quad (17)$$

Из (17) видно, что плотность вероятности Y имеет полигауссовский вид с параметрами $\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_s^2}$, σ , α . Распределение модуля полигауссовской случайной величины $|Y|$ может быть записано, как

$$f(x) = 2 \left(\frac{1-\alpha}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}\right) + \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \right), x > 0. \quad (18)$$

Найдем плотность вероятности суммы модулей двух полигауссовских случайных величин при верной гипотезе H_0 , рассчитав свертку

$$g_{w_1}(x | H_0) = 2 \frac{(1-\alpha)^2}{\sigma_1 \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\sigma_1^2}\right) \Phi\left(\frac{x}{2\sigma_1}\right) + \frac{2\alpha^2}{\sigma \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\sigma^2}\right) \Phi\left(\frac{x}{2\sigma}\right) + \frac{2\sqrt{2}(1-\alpha)\alpha}{\sqrt{\pi(\sigma_1^2 + \sigma^2)}} \exp\left(-\frac{x^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma^2)}\right) \times \left(\Phi\left(\frac{x\sigma_1}{\sigma_1 \sqrt{2(\sigma_1^2 + \sigma^2)}}\right) + \Phi\left(\frac{x\sigma}{\sigma \sqrt{2(\sigma_1^2 + \sigma^2)}}\right) \right). \quad (19)$$

Чтобы получить плотность вероятности $g(x | H_1)$ при верной гипотезе H_1 необходимо в (19) σ_1 заменить на $\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_s^2}$.

Как и ранее, чтобы найти плотности вероятности сумм модулей большего количества слагаемых, численно вычислим свертки с использованием встроенных функций

MATLAB. Графики плотностей вероятностей для $n = 2, 4, 8, 16$ и 32 представлены на рис. 6.

Найдем зависимости вероятности ложной тревоги от порога обнаружения $P_F(T_1)$ (представлены на рис. 7), а также вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал-шум $P_D(q)$ (рис. 8) по формулам (9)–(10). Кроме того, проведем моделирование, как и в разделе 1. Сплошными линиями показаны зависимости, полученные аналитически, маркерами – с помощью моделирования.

Оценим выигрыш обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка над энергетическим обнаружителем. С помощью моделирования найдем зависимости вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал шум $P_D(q)$ при $p = 2$, поместим найденную зависимость на одном рисунке с аналогичной кривой для обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка (рис. 9). Для большей наглядности построим кривую выигрыша обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка над энергетическим обнаружителем от отношения сигнал-шум $G(q)$ (рис. 10). Выигрыш определим так же как в разделе 1.

При построении кривых на рис. 8–10 были выбраны следующие параметры шума: $k = 100$ и $\alpha = 0.0015$. Из графиков на рис. 9–10 видно, что в данных условиях обобщенный энергетический обнаружителя первого порядка существенно превосходит энергетический обнаружитель в эффективности, так при $q = 2$ выигрыш в отношении сигнал-шум более, чем в 2 раза.

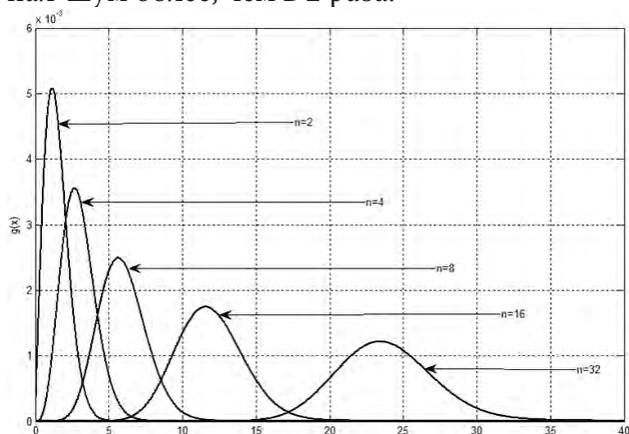


Рис. 6. Плотности вероятности решающей статистики W_1 для различных значений объема выборки $n = 2, 4, 8, 16, 32$

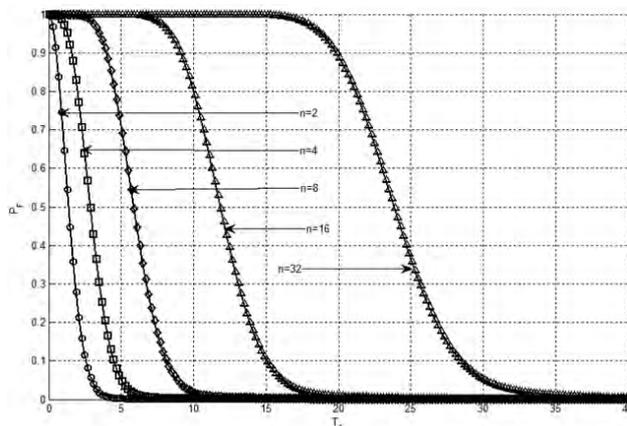


Рис. 7. Зависимости $P_F(T_1)$ для различных значений объема выборки $n = 2, 4, 8, 16, 32$ (полученные с помощью моделирования и аналитически)

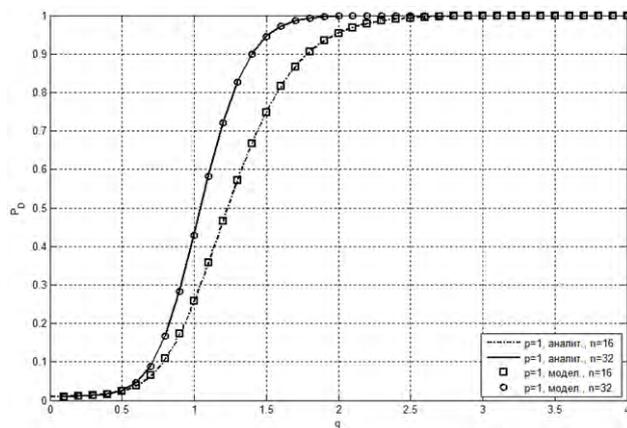


Рис. 8. Зависимости $P_D(q)$ при фиксированной вероятности ложной тревоги $P_F = 0.01$ (полученные аналитически и с помощью моделирования)

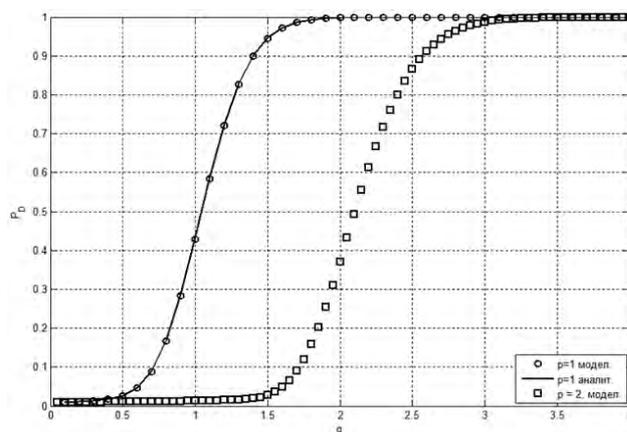


Рис. 9. Зависимости $P_D(q)$ для обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка и энергетического обнаружителя и объема выборки $n = 32$

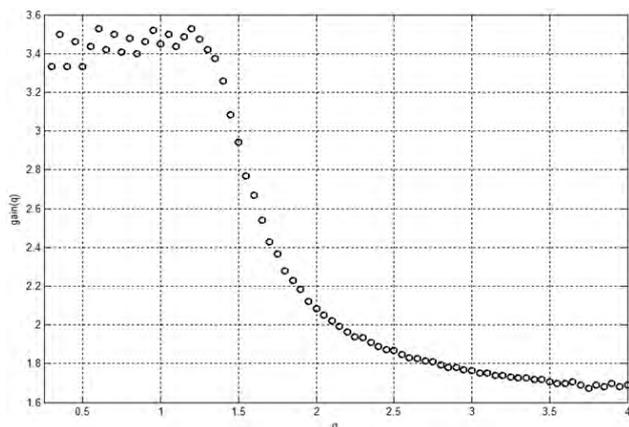


Рис. 10. Выигрыш в отношении сигнал-шум $G(q)$ обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка над энергетическим обнаружителем

АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

Из полученных результатов следует, что обобщенный энергетический обнаружитель первого порядка слабо проигрывая энергетическому обнаружителю при обнаружении на фоне гауссовского шума, значительно его превосходит в случае обнаружения на фоне полигауссовского шума. Представляется интересным найти такие параметры полигауссовской модели, при которых применение обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка становится целесообразным (т.е. его эффективность становится по крайней мере не хуже, чем у энергетического обнаружителя). Найдем $P_D(q)$ при различных отношениях среднеквадратических отклонений импульсной и шумовой компонент $k = 10, 20, 30$ и 100 (изображена на рис. 11–12)

По кривым на рис. 11 видно, что уже при $k = 10$, $\alpha = 0.0015$ кривые для обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка и энергетического обнаружителя практически совпадают. С ростом k , производительность энергетического обнаружителя заметно снижается (кривые для $k = 20$ и 30 на рис. 11 и для $k = 100$ на рис. 12, $\alpha = 0.0015$), в то время как производительность обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка остается практически неизменной. На рис. 12 для сравнения представлены кривые для $k = 0$ (гауссовский шум) и $k = 100$.

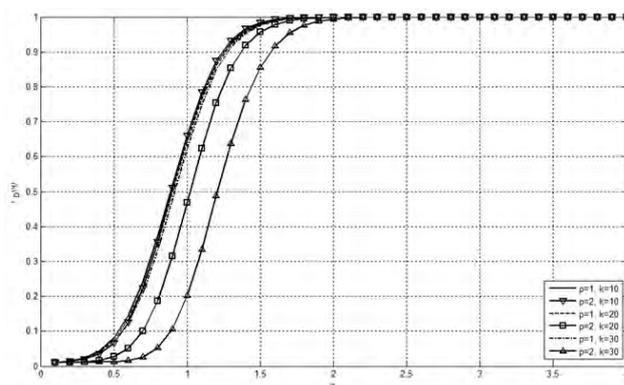


Рис. 11. Зависимости $P_D(q)$ для энергетического обнаружителя и обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка при различных k (параметр шума)

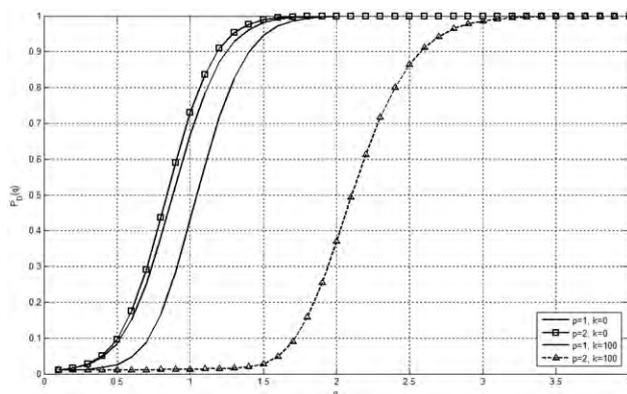


Рис. 12. Сравнение зависимостей $P_D(q)$ для энергетического обнаружителя и обобщенного энергетического обнаружителя первого порядка для гауссовской и полигауссовской ($k = 100$) моделей шума

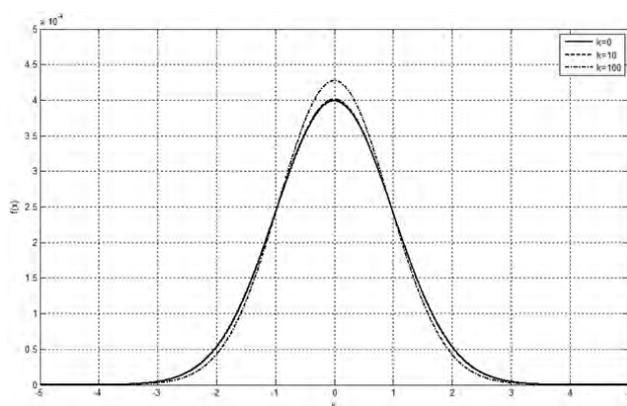


Рис. 13. Плотности вероятности гауссовского ($k = 0$) шума и полигауссовского для $k = 10$ и $k = 100$, $\alpha = 0.0015$

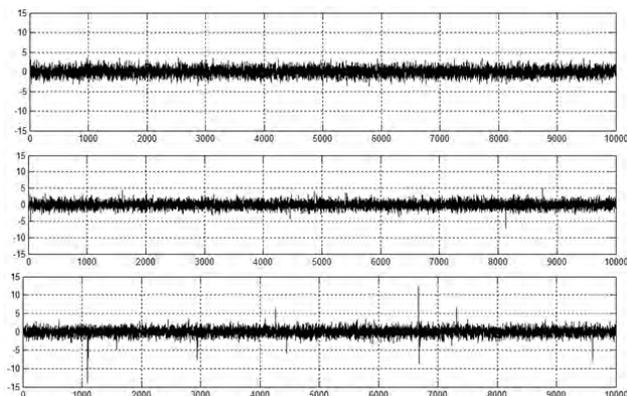


Рис. 14. Выборки полигауссовского шума для параметров $k = 0$, $k = 10$ и $k = 100$, $\alpha = 0.0015$

Таким образом, можно сделать вывод о том, что при наличии даже слабых атмосферных, промышленных либо иных помех, описываемых полигауссовским законом, обобщенный энергетический обнаружитель первого порядка оказывается эффективнее традиционного энергетического обнаружителя, кроме того, при наличии только гауссовского шума обобщенный энергетический обнаружитель первого порядка практически не уступает в эффективности энергетическому обнаружителю. На рис. 13 представлены плотности вероятности гауссовского ($k = 0$) шума и полигауссовского для $k = 10$ и $k = 100$, $\alpha = 0.0015$. Видно, что кривые для $k = 0$ и $k = 10$ практически неразличимы, а кривая для $k = 100$ хоть и заметно отличается, имеет очень похожую форму. На рис. 14 показаны выборки шума для тех же значений параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Urkowitz H.* Energy Detection of Unknown Deterministic signals // *Proc. IEEE.* – 1967. – vol. 55. – pp. 523 – 531.
2. *Atapattu S.* Energy Detection for Spectrum Sensing in Cognitive Radio // *Springer.* – 2013. – 83 p.
3. *Chen Y.* Improved Energy Detector for Random Signals in Gaussian Noise –, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Feb., 2010. – v. 9, p. 558–563.
4. *Костылев В. И.* Обобщенное энергетическое обнаружение случайного гауссовско-

го сигнала в гауссовском коррелированном шуме / В. И. Костылев, И. П. Гресь // *Вестник Воронежского института МВД России.* – Воронеж, 2013. – № 2. – С. 136–144.

5. *Костылев В. И.* Улучшенный энергетический обнаружитель случайных гауссовых сигналов в коррелированном гауссовом шуме / В. И. Костылев, И. П. Гресь // *Радиолокация, навигация, связь : XIX Международная научно-техническая конференция*, г. Воронеж, 16–18 апр. 2013 г. – Воронеж, 2013. – Т. 3. – С. 2114–2124.

6. *Костылев В. И.* Определение характеристик обобщенного энергетического обнаружителя с помощью статистического моделирования / В. И. Костылев, И. П. Гресь // *Информатика : проблемы, методология, технологии : материалы 14 Международной научно-методической конференции*, 6–8 февраля 2014 г., г. Воронеж. – Воронеж, 2014. – Т. 2. – С. 116–120.

7. *Костылев В. И.* Обобщенное энергетическое обнаружение детерминированного сигнала на фоне шума Лихтера / В. И. Костылев, И. П. Гресь // *Радиолокация, навигация, связь : XX Международная научно-техническая конференция*, г. Воронеж, 15–17 апр. 2014 г. – Воронеж, 2014. – Т. 1. – С. 72–81.

8. *Костылев В. И.* Обобщенное энергетическое обнаружение неизвестных детерминированных сигналов на фоне шума Лихтера / В. И. Костылев, И. П. Гресь // *Вестник Воронеж. гос. ун-та. Серия: Системный анализ и информационные технологии.* – 2014. – № 3. – С. 73–80.

9. *Костылев В. И.* Обобщенное энергетическое обнаружение квазидетерминированных сигналов на фоне шума Лихтера / В. И. Костылев, И. П. Гресь // *Вестник Воронеж. гос. ун-та. Серия: Системный анализ и информационные технологии.* – 2014. – № 4. – С. 32–38.

10. *Костылев В. И.* Статистическое моделирование в оценке влияния формы сигнала на характеристики обобщенного энергетического обнаружителя / В. И. Костылев, И. П. Гресь // *Информатика : проблемы, методология, технологии : материалы 15 Международной научно-методической конференции*,

12–13 февраля 2015 г., г. Воронеж : в 4 т. – Воронеж, 2015. – Т. 2. – С. 145–150.

11. *Taherpour A., Nasiri-Kenari M., and Gazor S.* “Multiple antenna spectrum sensing in cognitive radios,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 9, no. 2, pp. 814–823, Feb. 2010.

12. *Wei S., Goeckel D., and Kelly P.* “Convergence of the complex envelope of bandlimited OFDM signals,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 56, no. 10, pp. 4893–4904, Oct. 2010.

13. *Вадзинский Р. Н.* Справочник по вероятностным распределениям / Р. Н. Вадзинский. – СПб. : Наука, 2001. – 294 с.

14. *Шайдулов Г. Я.* Основы теории и проектирования радиотехнических систем: Курс лекций – Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2007. – 292 с.

15. *Кабанов В. В.* Модель амплитудных распределений вероятностей атмосферного радишума // *Радиотехника и электроника.* – 1987. – Т. 32, № 8. – С. 1603–1610.

16. Обнаружение радиосигналов / [П. С. Акимов, Ф. Ф. Евстратов, С. И. Захаров и др.] ; под ред. А. А. Колосова. – М. : Радио и связь, 1989. – 287 с.

17. *Лихтер Я. И.* О некоторых статистических свойствах атмосферных радиопомех // *Радиотехника и электроника.* – 1956. – Т. 1, № 10. – С. 1295–1302.

18. *Костылев В. И.* Характеристики энергетического обнаружения неизвестных радиосигналов на фоне шума Лихтера / В. И. Костылев, М. П. Сличенко // *Вестник Воронеж. гос. ун-та. Серия: Физика. Математика.* – 2006. – № 2. – С. 78–84.

Костылев Владимир Иванович – заведующий кафедрой технической кибернетики и автоматического регулирования, доктор физико-математических наук, профессор, Воронежский государственный университет. E-mail: kostylev@amm.vsu.ru

Kostylev Vladimir Ivanovich – Head of the Department of Technical Cybernetics and Automatic Control, Doctor of physical and mathematical sciences, professor, Voronezh State University. E-mail: kostylev@amm.vsu.ru

Гресь Иван Павлович – преподаватель кафедры технической кибернетики и автоматического регулирования, магистр, Воронежский государственный университет. E-mail: ivan_gres@mail.ru

Gres Ivan Pavlovich – Tutor of the Department of Technical Cybernetics and Automatic Control, Master, Voronezh State University. E-mail: ivan_gres@mail.ru