УДК 519.863

ОПТИМИЗАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕДУКЦИИ СЕТЕВЫХ СИСТЕМ С КЛАСТЕРНОЙ СТРУКТУРОЙ

И. Л. Каширина, Я. Е. Львович, С. О. Сорокин

Воронежский государственный университет
Воронежский институт высоких технологий
Министерство образования и науки Российской Федерации

Поступила в редакцию 21.08.2015 г.

Аннотация. В статье рассматриваются механизмы повышения эффективности сетевых систем с кластерной структурой, использующие интегральные оценки элементов системы и основанные на редукции сетевой структуры таким образом, чтобы повысить уровень минимальной оценки. Для отыскания решения задачи структурной оптимизации предлагается генетический алгоритм.
Ключевые слова: сетевая система с кластерной структурой, интегральное оценивание, структурная оптимизация, генетический алгоритм.
Annotation. The article discusses mechanisms for improving the efficiency of network systems cluster structure using the integrated evaluation of components and are based on a reduction of a network structure in such a way as to increase the minimum evaluation level. To find the solution of the problem of structural optimization genetic algorithm is proposed.
Keywords: network system with cluster structure, integral evaluation, structural optimization, genetic algorithm.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Современные формы реализации систем образования, медицинского обслуживания, торговли, сервиса характеризуются принадлежностью к общему классу сетевых систем с кластерной структурой. Под сетевой системой с кластерной структурой (s) здесь и далее понимается совокупность однородных объектов O_i с нумерацией $i=\overline{1,I}$, сгруппированных в M кластеров (с нумерацией $m=\overline{1,M}$) и объединенных в организационное целое для выполнения заданных целей и требований, определяемых единым управляющим центром. Разнообразие вариантов s_l, $l=\overline{1,L}$ кластерно-сетевого объединения объектов O_i, $i=\overline{1,I}$, приводит к разной степени выполнения каждым вариантом системы заданных целей и требований. Выбор оптимального варианта s^* связан с учетом ряда проблем, характеризующих особенности формирования эффективной сетевой системы с кластерной структурой: топологической, оценочной, трансформационной.

Топология системы s представляет собой комбинацию сетевого характера связанности между объектами и централистского с управляющим центром и учитывает кластерное упорядочение объектов. При этом централистские связи считаются сильными, а межобъектные – слабыми.

Степень выполнения заданных целей и требований каждым объектом O_i, $i=\overline{1,I}$ характеризуется вектором показателей эффективности $y_i=(y_{i1},...,y_{iJ})$ и оценивается управляющим центром в рамках информационно-мониторинговой среды сетевой системы. Кроме того уровень эффективности учитывается управляющим центром при распределении интегрального ресурса R. На основе значений показателей эффективности формируется интегральная оценка объекта O_i : $Y_i=F(y_i)$, $i=\overline{1,I}$ [1, 2].

Величина интегральной оценки Y_i используется для разбиения всей совокупности объ-

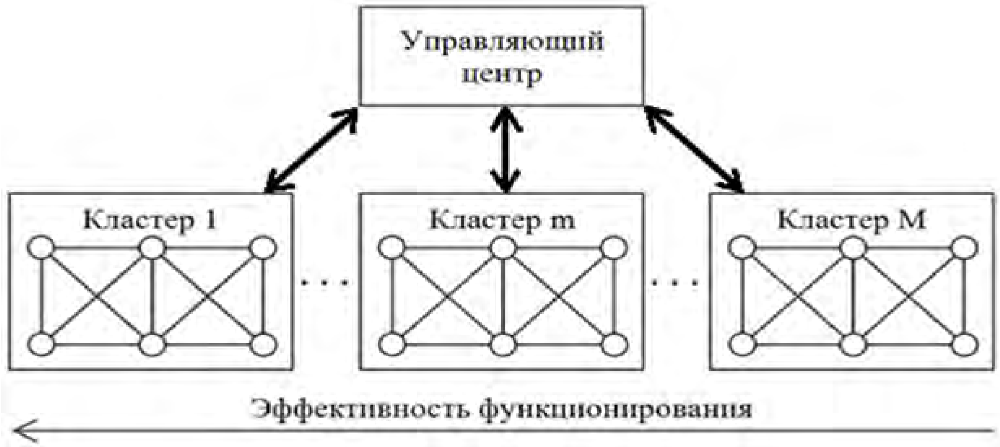

Рис. 1. Топология сетевой системы с кластерной структурой

ектов O_i $(i=\overline{1,I})$ на M кластеров. Кластерное упорядочение объектов осуществляется таким образом, что функционирование объектов $(m-1)$-го кластера является более эффективным, чем m-го, $m=\overline{1,M}$ (рис.1).

После упорядочения объектов по величине интегральной оценки [3] и их последующей кластерной структуризации создаются предпосылки для оптимизации структурной эффективности системы. Повышение структурной эффективности достигается трансформацией множества объектов O_i $(i=\overline{1,I})$ в другое множество O_{i_1} $(i_1=\overline{1,I_1})$, где $I_1<I$, при котором осуществляется слияние некоторых объектов с низкими интегральными оценками с объектами с высокими значениями интегральной оценки с целью повышения уровня нижней оценки.

ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Итак, задача состоит в редукции сетевой структуры с целью выравнивания эффективности деятельности объектов O_i $(i=\overline{1,I})$ таким образом, чтобы повысить уровень нижней оценки Y_i^M, при этом не сильно снизив общий уровень оценок.

Для решения этой задачи используется следующий интеграционный механизм: в кластерах нижнего уровня выделяется некоторое подмножество объектов O_t $(t=\overline{1,T})$ с низкими интегральными оценками Y_t $(t=\overline{1,T})$, которые могут быть поглощены объектами-лидерами O_l $(l=\overline{1,L})$ с высоким уровнем интегральной оценки Y_l $(l=\overline{1,L})$, $L=T$, $Y_l>>Y_t$. Новый объект, появившийся в результате объединения, характеризуется интегральной оценкой $Y_{lt}=f(Y_l,Y_t)<Y_l$, $(l=\overline{1,L},t=\overline{1,T})$. Формула получения интегральной оценки нового объекта, например, может иметь следующий вид: $Y_{lt}=c_1Y_l+c_2Y_t$, $c_1+c_2=1$, $c_1,c_2\ge 0$.

Этот механизм трансформируется в оптимизационную постановку: необходимо обеспечить такое поглощение каждым из объектов O_l одного из объектов O_t, чтобы повысить уровень нижней оценки и при этом чтобы Y_i^M суммарное снижение уровня интегральной оценки объектов-лидеров было минимальным. Такой постановке соответствует бикритериальная оптимизационная модель с булевыми переменными:

$$x_{lt}=\begin{cases}1, \textit{ если объект } O_l \textit{ поглощает объект } O_t,\\ 0, \textit{ в противном случае,}\end{cases}$$

целевыми функциями:

$$\sum_{l=1}^{L}\sum_{t=1}^{T}(Y_l-Y_{lt}x_{lt})\to\min \tag{1}$$

$$\min_{1\le l\le L}\left(\sum_{t=1}^{T}Y_{lt}x_{lt}\right)\to\max \tag{2}$$

и ограничениями:

$$\sum_{l=1}^{L}x_{lt}=1,\ t=\overline{1,T},\quad \sum_{t=1}^{T}x_{lt}=1,\ l=\overline{1,L},$$

$$x_{lt}\in\{0,1\},\ t=\overline{1,T},\ l=\overline{1,L}. \tag{3}$$

Отметим, что поскольку оценки Y_l в рамках данной модели являются константами, а не изменяемыми величинами, целевая функция (1) может быть переписана в виде:

$$\sum_{l=1}^{L}\sum_{t=1}^{T} Y_{lt} x_{lt} \to \max \qquad (1')$$

Для продолжения интеграционного процесса в рамках редуцированной сети с числом объектов $I_1 = I - T$ выделяется новая группа объектов-лидеров O_{l_1} $(l_1 = \overline{1, L_1})$ и формируется новое множество объектов O_{t_1} $(t_1 = \overline{1, T_1})$, $T_1 = L_1$ и задача (1')–(3) решается вновь. При продолжении процедуры редукции сети возможен вариант поглощения объектом-лидером нескольких объектов с низким уровнем эффективности.

Рассмотрение двух целевых функций в задаче (1')–(3) оправдано по нескольким причинам. Во-первых, критерий (1') направлен на слияние худших объектов из множества O_t $(t = \overline{1, T})$ с худшими объектами из множества O_l $(l = \overline{1, L})$, а критерий (2), напротив, ориентирован на слияние худших объектов из множества O_t $(t = \overline{1, T})$ с лучшими объектами из множества O_l $(l = \overline{1, L})$. Введение двух критериев позволит найти компромиссное решение. Во-вторых, решением бикритериальной задачи является множество эффективных точек, среди которых эксперт может выбрать наиболее приемлемое с точки зрения практической реализации решение об объединении объектов.

Задача (1')–(3) является задачей дискретной бикритериальной оптимизации с линейными ограничениями. Ее можно условно отнести к классу многокритериальных задач о назначениях [5], с той особенностью, что один из критериев качества назначения является нелинейной функцией.

Для ее решения предлагается использовать генетический алгоритм (ГА). Пусть N – размер популяции ГА, T – максимальное число поколений, P_t – текущая популяция. Общая схема генетического алгоритма многокритериальной оптимизации имеет вид:

1. Формирование начальной популяции. Полагается $P_0 = \varnothing$ (начальная популяция), $t = 0$ ($t = 0, \ldots, T$) и для $i = 1, \ldots, N$ выбирается индивид i с допустимым генотипом и добавляется к множеству P_0 $(P_0 = P_0 + \{i\})$.

2. Оценка особей популяции. Для каждого индивида i в популяции вычисляется вектор целей $F(i)$, по которому с помощью некоторого метода определяется скалярное значение приспособленности $f(i)$.

3. Отбор (селекция).

4. Скрещивание.

5. Мутация.

6. Формирование новой популяции.

7. Если популяция не сошлась, то 2. Иначе – *останов*, результат решения задачи – множество всех недоминируемых индивидов, найденных в процессе выполнения алгоритма.

В литературе предлагается несколько методов, реализующих данную схему решения задач многокритериальной оптимизации и различающихся, в основном, этапом назначения приспособленности [8].

Метод VEGA (Vector Evaluated Genetic Algorithm) в качестве величины приспособленности использует значение одной из целевых функций задачи. Механизм отбора – турнирный, относительно каждого из критериев в отдельности. Благодаря этому методу популяция заполняется равными долями индивидов, отобранными по каждому из критериев. В случае двух критериев популяция будет содержать половину решений, отобранных по первому критерию, и половину решений, отобранных по второму критерию.

Метод FFGA (Fonseca and Fleming's Genetic Algorithm) использует в качестве значения приспособленности величину, обратную рангу индивида. Ранг каждого индивида определяется как число индивидов, доминирующих его в данной популяции. Механизм отбора – турнирный.

Метод NPGA (Niched Pareto Genetic Algorithm) также использует турнирный отбор, основанный на следующей идее оценки приспособленности: при сравнении двух произвольных индивидов приспособленность будет выше у того, который является недоминируемым в текущей популяции. Если же оба индивида одновременно доминируемы или недоминируемы, то из них более приспособленным назначается тот, который является более изолированным (рядом с которым меньше других индивидов популяции).

Метод SPEA (Strength Pareto Evolutionary Algorithm) использует внешнее рекордное множество S, хранящее всех недоминируемых индивидов, найденных на предшествующих этапах алгоритма. Каждый элемент рекордного множества имеет вес $w_i = n_i / N$, где N – размер популяции, а n_i – число индивидов популяции, доминируемых этим элементом. Приспособленность каждого элемента популяции вычисляется по формуле: $f = 1/(1+K)$, где K – сумма весов w_i всех элементов рекордного множества, которые доминируют текущий элемент. Механизм отбора – пропорциональный (из объединения текущей популяции P и рекордного множества S на основе значений приспособленности).

Метод SPEA-2 является развитием алгоритма SPEA. Размер рекордного множества в SPEA-2 является фиксированным. Если в рекордном множестве недостаточно решений, то в него заносятся доминируемые индивиды из текущей популяции с наилучшим значением весов. Если в S слишком много индивидов, то из него исключаются все доминируемые индивиды, а также по очереди удаляются индивиды, расстояние от которых до их ближайшего соседа в популяции минимально.

При скрещивании и мутации в многокритериальном ГА могут быть использованы стандартные генетические механизмы. Для задачи (1')–(3) одним из возможных вариантов реализации оператора скрещивания является, так называемый, измененный кроссовер (рис. 2) [5].

$$P_1 = 128 \,\vdots\, \mathit{54367}$$
$$P_2 = 352 \,\vdots\, \mathit{46178}$$
$$\Downarrow$$
$$\mathit{\Pi}_1 = 128\ \ 46\,\_\,7\,\_$$
$$\Downarrow$$
$$\mathit{\Pi}_1 = 128\ \ 46375$$

Рис. 2. Измененный кроссовер

Работа этого кроссовера может быть описана следующим образом. Выбирается случайная точка сечения, затем первая часть первого родителя копируется в первого потомка. Во вторую часть этого потомка копируются гены из второй части второго родителя. Если такие гены уже встречаются в потомке, то они пропускаются, а оставшуюся часть потомка дополняют недостающие гены первого родителя, по возможности стоящие на тех же позициях – локусах хромосомы Аналогичный алгоритм используется и для формирования второго потомка (только начало берется от второго родителя).

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Для решения бикритериальной задачи (1')–(3) был разработан программный комплекс в среде *Delphi*. Программный комплекс может находить Парето-оптимальное решение задачи полным перебором возможных вариантов (в случае небольшой размерности), а также аппроксимацию Парето-оптимального множества, решая задачу методом последовательных уступок (для заданного числа итераций) или генетическим алгоритмом. Выбрав для решения задачи генетический алгоритм, пользователь может использовать все описанные выше методы реализации многокритериального ГА. На рис. 3 представлено главное окно программного комплекса.

По результатам вычислительного эксперимента методы SPEA и SPEA-2 показали по совокупности лучшие результаты по сравнению с остальными тестируемыми реализациями многокритериального ГА. Они обеспечивают разнообразие популяции и достаточно хорошую аппроксимацию множества и фронта Парето.

Кроме того, вычислительный эксперимент показал, что Парето-оптимальное множество задачи (1')–(3) в большинстве случаев имеет небольшую размерность (как правило, от 3-х до 10 решений). Это объясняется тем, что оба критерия строятся на основе одной и той же матрицы (Y_{lt}), $t = \overline{1,T}$, $l = \overline{1,L}$ и потому не являются существенно разнонаправленными. Тем не менее, в процессе вычислительного эксперимента практически не возникало ситуаций, когда множество Парето содержит единственную точку. На рис 4. приведена типичная иллюстрация фронта Парето, найденного при решении задачи (1')–(3). Значения матрицы (Y_{lt}), $t = \overline{1,T}$, $l = \overline{1,L}$ заполнялись случайными числами.

На рис. 5. приведены значения критериев задачи, соответствующие точкам, изображенным рис. 4.

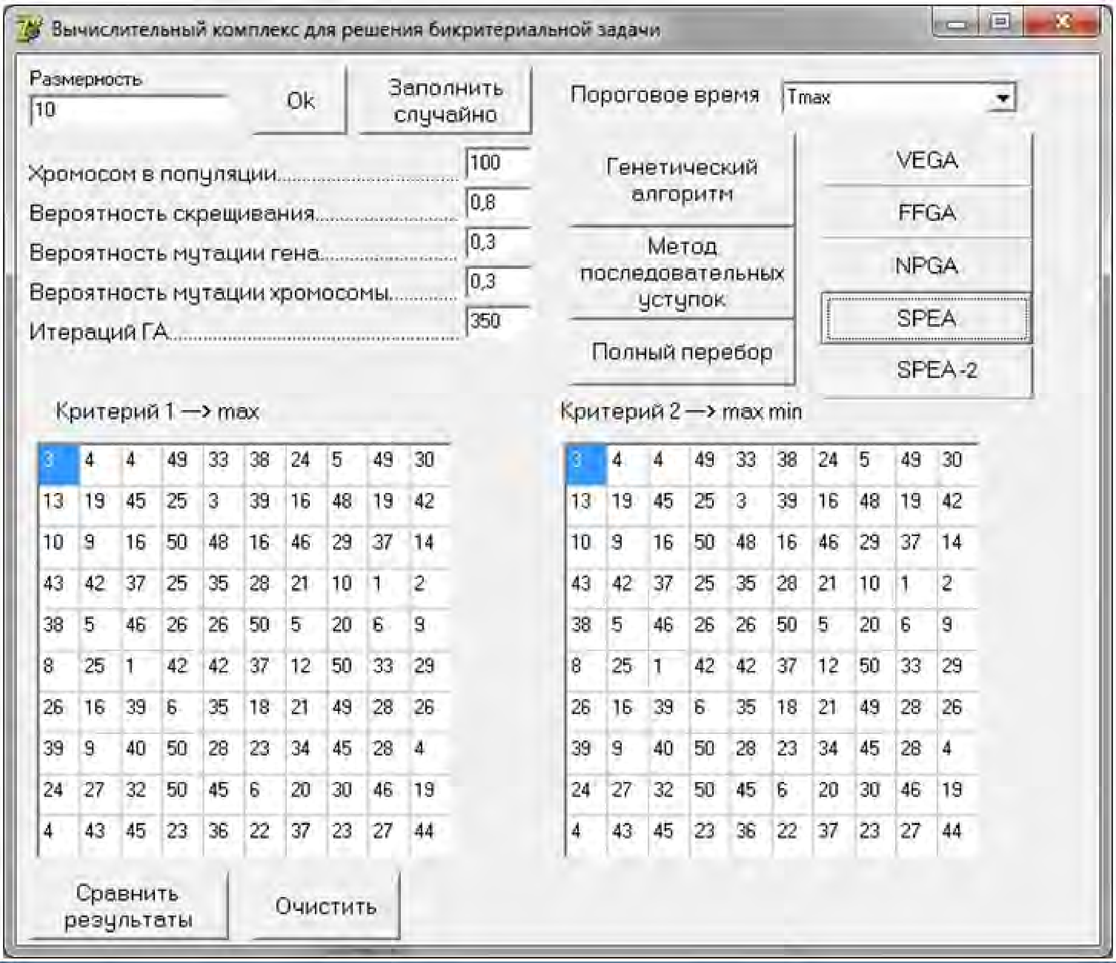

Рис. 3. Программный комплекс для решения задачи (1')–(3)

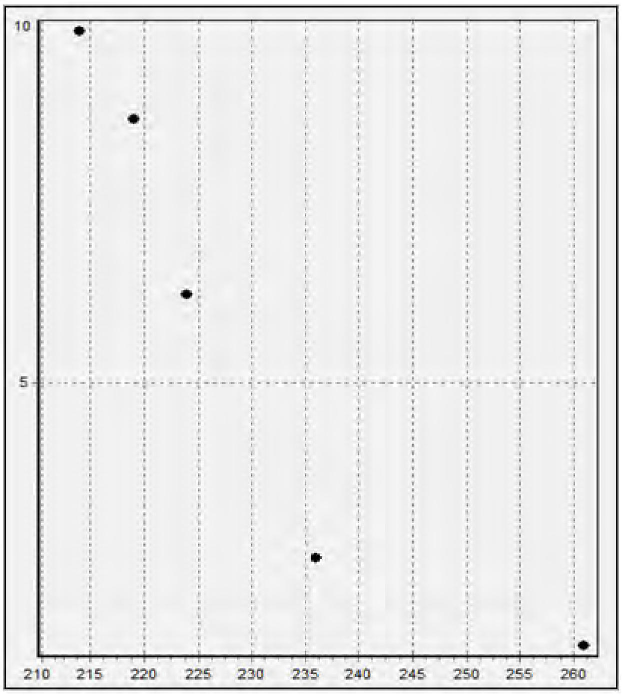

Рис. 4. Фронт Парето в задаче (1')–(3)

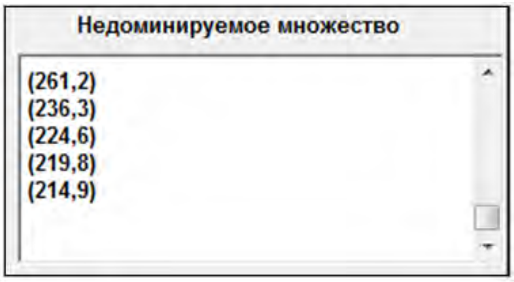

Рис. 5. Значения критериев (1') и (2) в парето-оптимальных точках

Видно, что найденные решения имеют существенные отличия. Так, например, возможен вариант, когда суммарное значение интегральных показателей объектов сетевой структуры после объединения будет 261, но при этом худший показатель будет равен 2. В другом варианте объединения суммарное значение всех интегральных показателей объектов сетевой структуры после объединения станет всего лишь 214, но при этом показатель худшего объекта составит 9 единиц (что, возможно, позволит избавить сеть от аутсайдеров, не удовлетворяющих заданным требованиям). Окончательное решение о выборе варианта редукции сети должен принимать руководитель-эксперт, учитывая при этом взаимное расположение объектов сетевой структуры и практическую возможность соответствующего объединения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Азарнова Т. В.* Технологии моделирования сложных стохастических систем с сетевой топологией/ Т. В. Азарнова, В. В. Ухлова // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сборник трудов Международной конференции. – Воронеж, 2011. – С. 5–8.

2. *Каширина И. Л.* Ресурсная оптимизация эффективности сетевых систем с кластерной структурой/ И. Л. Каширина, Я. Е. Львович, С. О. Сорокин // Вестник Воронежского ун-та. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2015. – № 1. – С. 39–43.

3. *Каширина И. Л.* Интегральное оценивание эффективности сетевых систем с кластерной структурой/ И. Л. Каширина, Я. Е. Львович, С. О. Сорокин // Экономика и менеджмент систем управления. – 2015. – Т. 15, № 1.3. – С. 330–337.

4. *Каширина И. Л.* Эволюционное моделирование. Учебное пособие для вузов / Воронеж, 2011.

5. *Ларичев О. И.* Теория и методы принятия решений. – М. : Логос, 2002. – 392 с.

6. *Львович Я. Е.* Многоальтернативная оптимизация: теория и приложения / Я. Е. Львович. – Воронеж : Кварта, 2006. – 428 с.

7. *Львович Я. Е.* Генетический алгоритм решения многокритериальной задачи повышения надежности резервирования / Я. Е. Львович, И. Л. Каширина, А. А. Тузиков // Информационные технологии. – 2012. – № 6. – С. 56–60.

8. *Thiele L.* Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2000. – pp. 257–271.

Каширина И. Л. – доктор технических наук, доцент кафедры математических методов исследования операций факультета ПММ Воронежского государственного университета.
Тел.: 8-903-653-92-93
E-mail: kash.irina@mail.ru

Kashirina I. L. – doctor of technical Sciences, associate Professor, Voronezh state University.
Tel.: 8-903-653-92-93
E-mail: kash.irina@mail.ru

Львович Я. Е. – доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, президент Воронежского института высоких технологий.
Тел.: (473) 272-73-63
E-mail: office@vivt.ru

Lvovich Y. E. – doctor of technical Sciences, Professor, President, Voronezh Institute of High Technologies.
Tel.: (473) 272-73-63
E-mail: office@vivt.ru

Сорокин С. О. – заместитель директора департамента государственной политики в сфере высшего образования Министерства образования и науки Российской федерации.
Тел.: (495) 629-36-17
E-mail: sorokin-so@mon.gov.ru

Sorokin S. O. – Deputy Director of the Department of State policy in the field of higher education, Ministry of education and science of the Russian Federation.
Tel.: (495) 629-36-17
E-mail: sorokin-so@mon.gov.ru