УДК 519.81

АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ЛИНГВИСТИЧЕСКОЙ ШКАЛЫ ПРИ ГРУППОВОМ ПРИНЯТИИ РЕШЕНИЙ

К. С. Погосян

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 29.03.2015 г.

Аннотация. Данная статья посвящена разработке алгоритмов согласования группового решения с учетом индивидуальных лингвистических шкал экспертов, позволяющих повысить эффективность экспертизы при принятии решений в сложных системах различного назначения.
Ключевые слова: лингвистическая шкала, степень нечеткости шкалы, лингвистическое пространство, согласованное групповое решение, расстояние между лингвистическими шкалами, коэффициент рассогласованности.
Annotation. This article is devoted to development of consensus group decision making algorithms based on individual linguistic scales of experts that allow to improve expertise for the case of complex systems of various purposes.
Keywords: linguistic scale, degree of fuzziness scale, linguistic space, consistent group decision, distance between the linguistic scales, inconsistency measure.

ВВЕДЕНИЕ

Наиболее перспективный подход к представлению и обработке экспертной информации связан с использованием лингвистических переменных, впервые введенных Л. Заде [1], что делает стандартные статистические методы невозможными к применению при обработке такой информации и порождает необходимость создания специальных методов, учитывающих их особенности. Актуальность выбранной темы работы обуславливается тем, что в настоящее время практически не разработаны подходы для обработки результатов экспертизы в случае, когда экспертные оценки являются лингвистическими.

Данный тип информации характеризуется значительным уровнем неопределенности, которая возрастает, если каждый эксперт использует свою лингвистическую шкалу, структура которой зависит от его компетентности в данной предметной области. В этом случае оценки, имеющие одно и то же название, могут оказаться семантически различными.

Целью данной работы является развитие подходов к обработке лингвистической информации в процедурах группового выбора в условиях, когда каждый эксперт использует индивидуальную лингвистическую шкалу.

ОБРАБОТКА ЛИНГВИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

В рамках лингвистического подхода к моделированию сложных объектов и процессов можно выделить два типа лингвистического оценивания – ординальное и кардинальное. И в том, и в другом случае инструментом оценивания является лингвистическая шкала, но во втором случае преобразование информации осуществляется на основе нечетких переменных с соответствующими функциями принадлежности. Для каждого терма лингвистической шкалы строится функция принадлежности одним из подходящих методов [2, 3].

Проблема построения лингвистической шкалы, которая наилучшим образом отражала бы нюансы описания реальных объектов в условиях неопределенности, является актуальной и важнейшей в рамках экспертного оценивания.

Поскольку в каждой конкретной задаче лингвистическую шкалу можно определить по-разному, то возникает проблема выбора оптимального множества значений лингвистической переменной. Рассмотрим следующие *критерии оптимальности*, в случае, если лингвистические шкала используется в рамках экспертного оценивания [2, 4]:

• под оптимальным понимается такое терм-множество, используя которое эксперт испытывает минимальную неопределенность при описании свойств оцениваемого объекта;

• если объект описывается группой экспертов, то под оптимальным понимается такое терм-множество, которое обеспечивает минимальную степень рассогласованности описаний.

Обработка нечеткой информации в задачах принятия решений обеспечивается применением лингвистического подхода, в рамках которого базовым является понятие лингвистической переменной [1].

Опр. 1. Лингвистическая переменная β задается кортежем

$$\langle \beta, Term, U, G, M \rangle,$$

где β – название переменной; $Term = \{t_k\}_{k=\overline{1,T}}$ – терм-множество или множество значений переменной β, причем каждое из таких значений является нечеткой переменной t_k, заданной на универсальном множестве U числовой или нечисловой природы; G – синтаксическое правило, порождающее новые названия значений лингвистической переменной β; M – семантическое правило, которое ставит в соответствие каждой нечеткой переменной ее смысл, т.е. нечеткое подмножество универсального множества U.

Опр. 2. Лингвистической шкалой S называется конечное упорядоченное множество термов $S = \{s_i\}_{i=1,..,T}$, удовлетворяющее следующим условиям:

1) если $i < j$, то s_i предшествует s_j ($s_i \prec s_j$);

2) отрицание терма определяется правилом $Neg(s_i) = s_{T-i+1}$;

3) пусть $s_i \prec s_j$, тогда объединение (дизъюнкция, связка «или») термов определяется правилом $s_i \vee s_j = \max\{s_i, s_j\} = s_j$;

4) пусть $s_i \prec s_j$, тогда пересечение (конъюнкция, связка «и») термов определяется правилом $s_i \wedge s_j = \min\{s_i, s_j\} = s_i$.

В рамках теории нечетких множеств были *сформулированы следующие понятия*.

Опр. 3. *Носителем терма шкалы* $s_i \in S$, выраженным посредством нечетких переменных, называется четкое множество

$$Supp(s_i) = \{u \in R \mid \mu_{s_i}(u) > 0\}.$$

Опр. 4. *Степенью нечеткости терма лингвистической шкалы* $s_i \in S$ называется величина

$$\xi(s_i) = \frac{\int\limits_{Supp(s_i)} \min\left(\mu_i(u), \max\limits_{\substack{j=\overline{1,T} \\ j \neq i}} \mu_j(u)\right) du}{\int\limits_{Supp(s_i)} \mu_i(u) du} \quad (1)$$

Опр. 5. Будем называть *лингвистическим пространством* совокупность лингвистических шкал

$$\mathbb{S} = \langle S^1, ..., S^N \rangle,$$

где $S^j = \{s_k^j\}_{k=\overline{1,n_j}}$ ($\forall\ j = \overline{1,N}$) – лингвистическая шкала с мощностью $|S^j| = n_j$, при этом каждый терм лингвистической шкалы есть нечеткая переменная $\langle s_i^j, \mu_{s_i^j}, U \rangle$.

Таким образом, лингвистическое пространство содержит набор лингвистических шкал, которые можно построить на универсальном множестве U.

Так как термы лингвистической шкалы $s_i \in S$, $i = \overline{1,T}$ являются нечеткими переменными, т. е. по сути, каждому терму ставится в соответствие функция принадлежности $\mu_{s_i} : U \to [0,1]$, то для определения близости термов лингвистической шкалы можно использовать известные функции расстояния для соответствующих нечетких множеств [2, 5].

Опр. 6. Под *расстоянием между термами лингвистической шкалы* $s_i, s_j \in S$ понимается функция $\rho : S \times S \to R^+$, такая, что

1. $\rho(s_i, s_j) \ge 0$ и $\rho(s_i, s_j) = 0 \iff s_i = s_j$, т. е. $\mu_{s_i}(u) = \mu_{s_j}(u)\ \ \forall u \in U$;

2. $\rho(s_i, s_j) = \rho(s_j, s_i)$;

3. $\rho(s_i, s_j) \le \rho(s_j, s_k) * \rho(s_k, s_j)$, где $*$ – не-

Таблица 1

Примеры функций расстояния между термами лингвистической шкалы

Название расстояния	**Тип множества** U	**Формула расстояния**
Расстояние *Хемминга*	Конечное универсальное множество U ($\lvert U\rvert = n$)	$\rho(s_i, s_j) = \sum_{k=1}^{n} \left\lvert \mu_{s_i}(u_k) - \mu_{s_j}(u_k) \right\rvert$
Расстояние *Хемминга*	Бесконечное универсальное множество $U \subseteq R^1$	$\rho(s_i, s_j) = \int_U \left\lvert \mu_{s_i}(u) - \mu_{s_j}(u) \right\rvert du$
Расстояние *Евклида*	Бесконечное универсальное множество $U \subseteq R^1$	$\rho_e(s_i, s_j) = \sqrt[2]{\int_U \left(\mu_{s_i}(u_k) - \mu_{s_j}(u_k) \right)^2 du}$
Расстояние *Минковского*	Бесконечное универсальное множество $\mathrm{U} \subseteq \mathrm{R}^1$	$\rho_m(s_i, s_j) = \sqrt[p]{\int_U \left\lvert \mu_{s_i}(u_k) - \mu_{s_j}(u_k) \right\rvert^p du}$

которая операция, связанная с функцией расстояния и обеспечивающая выполнение свойства транзитивности.

Аналогично широко распространенным функциям расстояния для нечетких множеств [1, 8] в табл. 1 предложены различные способы представления функций расстояния между термами лингвистической шкалы.

Выбор того или иного расстояния зависит от природы рассматриваемой проблемы. Для вычисления расстояния между термами лингвистической шкалы можно использовать и другие функции расстояния.

Понятие расстояния между лингвистическими шкалами позволяет сформировать оптимальную лингвистическую шкалу для описания экспертом реальных объектов.

Опр. 7. Под *расстоянием между лингвистическими шкалами* $S^i, S^j \in \mathbb{S}$ понимается функция $d : \mathbb{S} \times \mathbb{S} \to R^+$, такая, что

1. $d\left(S^i, S^j\right) \geq 0$ и $d\left(S^i, S^j\right) = 0 \Leftrightarrow S^i = S^j$;
2. $d\left(S^i, S^j\right) = d\left(S^j, S^i\right)$;
3. $d\left(S^i, S^j\right) \leq d\left(S^i, S^k\right) * d\left(S^k, S^j\right)$, где $*$ – некоторая операция, связанная с функцией расстояния и обеспечивающая выполнение свойства транзитивности.

Имеют место следующие утверждения.

Лемма 1. Пусть $S^i, S^j \in \mathbb{S}$. Тогда

$$d\left(S^i, S^j\right) = \frac{\int\limits_{u \in U} \left\lvert \max\limits_{p=\overline{1,n_i}} \mu_p^i(u) - \max\limits_{l=\overline{1,n_j}} \mu_l^j(u) \right\rvert du}{\int\limits_{u \in U} \max\limits_{k=\overline{1,N};\, g=\overline{1,n_k}} \left\{ \mu_g^k(u) \right\} du}$$

является метрикой в $\mathbb{S}$, $d : \mathbb{S} \times \mathbb{S} \to [0,1]$.

Лемма 2. Пусть $S^i, S^j \in \mathbb{S}$, $\rho : S \times S \to R^+$ – расстояние между термами лингвистической шкалы, тогда

$$d\left(S^i, S^j\right) = \frac{\sum\limits_{k=1}^{n_{\beta_1}} \min\limits_{l=\overline{1,n_{\beta_2}}} \rho(s_k^{\beta_1}, s_l^{\beta_2})}{n_{\beta_1}},$$

является метрикой в пространстве $\mathbb{S}$, $d : \mathbb{S} \times \mathbb{S} \to [0,1]$, где $\beta_1 = \min\{i, j\}$, $\beta_2 = \max\{i, j\}$.

Доказательства данных лемм приведены в [6].

В работе [7] были предложены и подробно описаны свойства лингвистической шкалы, на основе которых для сравнения шкал сформулированы показатели, количественно ее характеризующие.

МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ЛИНГВИСТИЧЕСКОЙ ШКАЛЫ ДЛЯ ГРУППЫ ЭКСПЕРТОВ

В работе предполагается, что в рамках оценочной процедуры каждый эксперт пользуется индивидуальной лингвистической шкалой, мощность которой зависит от его способности различать градации неопределенности при формировании качественных оценок альтернатив. Проблема формирования согласованного группового решения в данном случае может быть решена путем унификации – процедуры, предполагающей переход к единой *универсальной лингвистической шкале* [2, 4], выбор которой осуществляется неоднозначно. Согласно второму критерию оптимальности, естественным требованием к универсальной шкале является минимальная рассогласованность с индивидуальными лингвистическими шкалами экспертов. В связи с этим возникает необходимость в построении оценки рассогласованности лингвистических шкал и формировании универсальной шкалы, минимально рассогласованной с индивидуальными шкалами экспертов, которая является основой для получения согласованного группового решения.

Рассмотрим задачу построения оптимальной шкалы для группы экспертов, использование которой не вызывает никаких затруднений при описании свойств оцениваемого объекта. Пусть каждый объект (вариант решения) оценивается группой экспертов $E=\left\{e_j\right\}_{j=\overline{1,m}}$, причем каждому эксперту e_j соответствует коэффициент компетентности $c_j \ \left(j=\overline{1,m}\right)$, при этом $c_j \in [0,1]$ и $\sum_{j=1}^{m} c_j = 1$. В процедуре оценивания каждый эксперт e_j использует свою индивидуальную лингвистическую шкалу $S^j=\{s_1^j,..,s_{n_j}^j\}=\{s_i^j\}_{i=\overline{1,n_j}}$, мощность и семантика термов которой определяются компетентностью эксперта в данной проблемной области. Требуется построить оптимальную лингвистическую шкалу $S^U=\{s_1^U,..,s_{n_U}^U\}$, минимально рассогласованную с индивидуальными экспертными оценками.

Для проверки свойства оптимальности вводится *коэффициент рассогласованности лингвистической шкалы* $CMLS \in [0,1]$, который позволяет определить обобщенную степень «несоответствия» данной шкалы остальным лингвистическим шкалам.

Опр. 8. Коэффициентом рассогласованности между лингвистической шкалой S^j и лингвистической шкалой S^p будем называть величину

$$CMLS_{S^j-S^p}=CMLS_{jp}=d(S^j,S^p), \qquad (2)$$

где $d(S^j,S^p)$ – расстояние между лингвистическими шкалами.

Из свойств функции расстояния следует, что

$$\forall\ j=\overline{1,m},\ p=\overline{1,m}\ \left(CMLS_{S^j-S^p}=CMLS_{S^p-S^j}\right).$$

Опр. 9. Нормированным коэффициентом рассогласованности между лингвистической шкалой S^j и лингвистической шкалой S^p будем называть величину

$$CMLS^{norm}_{S^j-S^p}=\frac{CMLS_{S^j-S^p}}{\sum_{j=1}^{m}\sum_{p=j+1}^{m} CMLS_{S^j-S^p}}. \qquad (3)$$

Опр. 10. Коэффициентом рассогласованности лингвистической шкалы S^p будем называть величину

$$CMLS_{S^p}=CMLS_p=\frac{1}{m-1}\sum_{\substack{j=1\\ p\neq j}}^{m} CMLS^{norm}_{S^j-S^p}. \qquad (4)$$

Данный коэффициент характеризует степень отличия шкалы S^p от всех остальных индивидуальных экспертных шкал. Чем меньше данный коэффициент, тем больше оснований замены термов всех лингвистических шкал термами одной шкалы S^p, т. е. шкала с минимальной степенью рассогласованности является оптимальной в рамках данной группы индивидуальных лингвистических шкал экспертов.

Коэффициент рассогласованности $CMLS_{S^p}$ обладает следующими свойствами:

1. Если $CMLS_{S^p}=0$, то лингвистическая шкала S^p максимально согласована с остальными шкалами, а это означает, что семантика термов индивидуальных лингвистических шкал совпадает или близка.

2. Если $CMLS_{S^p}=1$, то лингвистическая шкала S^p максимально отличается от остальных лингвистических шкал а, следовательно, неприменимо использование данной шкалы в процедуре унификации в качестве оптимальной лингвистической шкалы.

С помощью коэффициента рассогласованности можно формализовать критерии оптимальности для выявления шкалы, «близкой» ко всем лингвистическим шкалам. Будем считать оптимальной шкалу S^U с минимальной степенью отличия от всех индивидуальных шкал экспертов S^1, $S^2,\ldots,$ S^m, т. е.

$$CMLS_{S^U}=\min_{p=\overline{1,m}} CMLS_{S^p}.$$

Задача формирования множества термов оптимальной лингвистической шкалы S^U для группы экспертов с учетом коэффициента рассогласованности формально может быть представлена в форме следующей задачи многокритериальной оптимизации

$$\forall\ p=\overline{1,m}\ \left(CMLS_{S^p-S^U}=d\left(S^p,S^U\right)\to\min\right) \quad (5)$$

$$S^U=\left\{s_1^U,..,s_{n_U}^U\right\}= \\ =\left\{\left(u,\mu_1^U(u)\right),..,\left(u,\mu_{n_U}^U(u)\right)\right\}\in ALR^U, \quad (6)$$

где $n_U=\left\lceil\sum_{j=1}^{m}c_jn_j\right\rceil+1$ – мощность оптимальной шкалы; ALR^U – множество всевозможных термов оптимальной шкалы, зависящих от типа представления функции.

Предложен алгоритм формирования оптимальной лингвистической шкалы для задачи (5)–(6) в случае, когда каждый терм s_i^j ($i=\overline{1,n_j}$) представляет нечеткое треугольное число (l_i^j,a_i^j,r_i^j), где a_i^j – модальное значение нечеткого числа, а l_i^j и r_i^j – соответственно левый и правый коэффициенты нечеткости, а в качестве функции расстояния между термами лингвистической шкалы используется расстояние Евклида. В этом случае каждый терм оптимальной лингвистической шкалы также определяется в виде нечеткого числа (l^U,a^U,r^U). Задача сводится к определению количества термов и параметров функций принадлежностей, при этом целевые функции имеют вид

$$\forall\ i=\overline{1,n_U};\ p=\overline{1,m}$$

$$\left(\sum_{k=1}^{n_p}\sqrt{\int_{x\in R}\left(\mu_i^U(l_i^U,a_i^U,r_i^U,x)-\mu_k^p(x)\right)^2dx}\to\min\right) \quad (7)$$

$$\forall\ i=\overline{1,n_U}\ \left((l_i^U,a_i^U,r_i^U)\in ALR_i^U\right), \quad (8)$$

где $n_U=\left\lceil\sum_{j=1}^{m}c_jn_j\right\rceil+1$ – мощность оптимальной шкалы; ALR_i^U – множество всевозможных термов s_i^U оптимальной шкалы S^U.

Термы оптимальной шкалы S^U с мощностью n_U получаются путем усреднения термов индивидуальных шкал экспертов. Так как термы шкал экспертов определены в виде нечетких чисел (l,a,r), то термы оптимальной шкалы предлагается определять следующим образом:

$$\forall\ i=\overline{1,n_U}$$

$$\left(ALR_i^U=\left\{\left(l_i^U(j),a_i^U(j),r_i^U(j)\right)\in R^3\middle|\ j=\overline{1,m}\right\}\right), \quad (9)$$

где $l_i^U(j)=\sum_{j=1}^{m}\frac{c_j}{col^j+1}\sum_{k=num_i^j}^{num_i^j+col^j}l_k^j$,

$$a_i^U(j)=\sum_{j=1}^{m}\frac{c_j}{col^j+1}\sum_{k=num_i^j}^{num_i^j+col^j}a_k^j,$$

$$r_i^U(j)=\sum_{j=1}^{m}\frac{c_j}{col^j+1}\sum_{k=num_i^j}^{num_i^j+col^j}r_k^j,\ \forall j=\overline{1,m}$$

$$\left(\left(num_i^j,col^j\right)\in C_i^j\right).$$

В приведенных формулах:

num_i^j – номер терма шкалы S^j j-го эксперта, с которого начинается агрегирование для i-го терма оптимальной лингвистической шкалы;

col^j – количество термов шкалы j-ого эксперта, которые участвуют в агрегирование.

Множество C_i^j значений номеров термов формируется следующим образом:

$$C_i^j=\left\{(x,0);(x,1);...;(x,y-x)\right\}, \quad (10)$$

где $x=\min\left\{n_j-\left\lfloor\frac{n_j}{n_U}\right\rfloor,i\cdot\max\left\{1,\left\lfloor\frac{n_j}{n_U}\right\rfloor\right\}\right\}$;

$$y=\max\left\{\min_{k=\overline{1,n_j}}\left\{\left|r_k^j-b_i\right|\right\},x\right\};$$

$$a_i^н=\begin{cases}a^н,\ i=1;\\ a^н+\left(i-\frac{3}{2}\right)\cdot Const,\ i=\overline{2,n_U};\end{cases}$$

$$b_i^н=\begin{cases}a^н+Const,\ i=1;\\ a^н+i\cdot Const,\ i=\overline{2,n_U};\end{cases}$$

$$a^н=\min_{p=\overline{1,m}}a_1^p,\ b^н=\max_{p=\overline{1,m}}b_{n_p}^p,\ Const=\frac{b^н-a^н}{n_U}.$$

Для вычисления коэффициента рассогласованности между лингвистическими шкалами были выведены формулы, которые представлены в [8]. Таким образом, для построения оптимальной лингвистической шкалы предлагается следующий алгоритм.

Алгоритм 1. Построение оптимальной шкалы с использованием индивидуальных лингвистических шкал:

1. Определить множества C_i^j ($\forall j=\overline{1,m}$) номеров термов по формуле (10).

2. После получения множества C_i^j определить множества ALR_i^U посредством вычисления всех нечетких чисел $\left(l_i^U(j),a_i^U(j),r_i^U(j)\right)$ ($i=\overline{1,n_U}$) по формуле (9).

Таблица 2

Индивидуальные шкалы экспертов

Эксперт	Индивидуальная шкала	Определение термов
e_1	$S^1=\{s_i^1\}_{i=\overline{1,3}}$	$s_1^1\to(l_1^1,a_1^1,r_1^1)=\left(0,0,0.4\right)$ $s_2^1=\left(0,0.4,0.7\right)$, $s_3^1=\left(0.4,0.7,1\right)$.
e_2	$S^2=\{s_i^2\}_{i=\overline{1,5}}$	$s_1^2=(0,0,0.2)$, $s_2^2=(0.1,0.3,0.5)$, $s_3^2=(0.2,0.5,0.8)$, $s_4^2=\left(0.6,0.8,1\right)$, $s_5^2=\left(0.8,1,1\right)$.

3. Найти термы оптимальной шкалы путем решения оптимизационной задачи (7)–(8).

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Пусть необходимо построить оптимальную лингвистическую шкалу для двух экспертов $E=\{e_1,e_2\}$ с компетентностями $c_1=c_2=1/2$. Индивидуальные лингвистические шкалы экспертов заданы в табл. 2.

Заметим, что количество термов для оптимальной шкалы

$$n_U=\left\lceil\frac{1}{2}\left(3+5\right)\right\rceil+1=5.$$

Оптимизационная задача имеет вид:

$$\forall\ i=\overline{1,5};\ j=\overline{1,2}$$

$$\left(\sum_{k=1}^{n_j}\sqrt{\int_{x\in R}\left(\mu_i^U(l_i^U,a_i^U,r_i^U,x)-\mu_k^j(x)\right)^2dx}\to\min\right)$$

$$\forall\ \ i=\overline{1,5}\ \ \left(\left(l_i^U,a_i^U,r_i^U\right)\in ALR_i^U\right),$$

Найдем множество C_i^j номеров термов $\forall i=\overline{1,5},\ \forall j=\overline{1,2}$:

$$C_1^1=\left\{(1,0)\right\},C_2^1=\left\{(2,0)\right\},C_3^1=\left\{(3,0)\right\},$$

$$C_4^1=\left\{(3,0)\right\},C_5^1=\left\{(3,0)\right\},$$

$$C_1^2=\left\{(1,0)\right\},C_2^2=\left\{(2,0)\right\},C_3^2=\left\{(3,0)\right\},$$

$$C_4^2=\left\{(4,0)\right\},C_5^2=\left\{(4,0);(4,1)\right\}.$$

Определим в виде треугольных нечетких чисел термы оптимальной лингвистической шкалы S^U:

$$ALR_i^U=\left\{\left(l_i^U(j),a_i^U(j),r_i^U(j)\right)\right\},\ i=\overline{1,5},$$

где $$l_i^U(j)=\sum_{j=1}^{2}\frac{c_j}{col^j+1}\sum_{k=num_i^j}^{num_i^j+col^j}l_k^j,$$

$$a_i^U(j)=\sum_{j=1}^{2}\frac{c_j}{col^j+1}\sum_{k=num_i^j}^{num_i^j+col^j}a_k^j,$$

$$r_i^U(j)=\sum_{j=1}^{2}\frac{c_j}{col^j+1}\sum_{k=num_i^j}^{num_i^j+col^j}r_k^j,$$

$$\forall j=\overline{1,2}:\ \left(num_i^j,col^j\right)\in C_i^j.$$

Найдем терм s_5^U оптимальной шкалы, решая задачи вида:

$$\sum_{k=1}^{3}\int_{x\in R}\left(\mu_5^U(l_5^U,a_5^U,r_5^U,x)-\mu_k^1(x)\right)^2dx\to\min$$

$$\sum_{k=1}^{5}\int_{x\in R}\left(\mu_5^U(l_5^U,a_5^U,r_5^U,x)-\mu_k^2(x)\right)^2dx\to\min$$

$$\left(l_5^U(j),a_5^U(j),r_5^U(j)\right)\in ALR_5^U,\ \ j=\overline{1,2},$$

где $ALR_5^U=\left\{(l_5^U,a_5^U,r_5^U)\right\}$,

$$a_5^U=\sum_{j=1}^{2}\frac{c_j}{col^j+1}\sum_{k=num_1^j}^{num_1^j+col^j}a_k^j,$$

$$l_5^U=\sum_{j=1}^{2}\frac{c_j}{col^j+1}\sum_{k=num_1^j}^{num_1^j+col^j}l_k^j,$$

$$r_5^U=\sum_{j=1}^{2}\frac{c_j}{col^j+1}\sum_{k=num_1^j}^{num_1^j+col^j}r_k^j,$$

$$\forall j=\overline{1,2}\ \left((num_5^j,col^j)\in C_5^j\right):\ C_5^1=\left\{(3,0)\right\};$$

$$C_5^2=\left\{(4,0);(4,1)\right\}$$

Для данного множества, получаем следующие варианты:

1. $\left[\begin{array}{l}num_5^1=3,col^1=0\\ num_5^2=4,col^2=1\end{array}\right.$:

$$a_5^U(1)=\sum_{j=1}^{2}\frac{0.5}{col^j+1}\sum_{k=num_5^j}^{num_5^j+col^j}a_k^j=$$

$$=\frac{0.5}{1}\sum_{k=3}^{3}a_k^1+\frac{0.5}{2}\sum_{k=4}^{5}a_k^2=$$

$$=0.5(0.7+\frac{1}{2}(0.8+1))=0.8$$

$$l_5^U(1)=\sum_{j=1}^{2}\frac{0.5}{col^j+1}\sum_{k=num_5^j}^{num_5^j+col^j} l_k^j=0.55$$

$$r_5^U(1)=\sum_{j=1}^{2}\frac{0.5}{col^j+1}\sum_{k=num_5^j}^{num_5^j+col^j} r_k^j=1$$

2. $\begin{bmatrix} num_5^1=3, col^1=0 \\ num_5^2=4, col^2=0 \end{bmatrix}$:

$$a_5^U(2)=\sum_{j=1}^{2}\frac{0.5}{col^j+1}\sum_{k=num_5^j}^{num_5^j+col^j} a_k^j=$$

$$=\frac{0.5}{1}\sum_{k=3}^{3} a_k^1+\frac{0.5}{1}\sum_{k=4}^{4} a_k^2=$$

$$=0.5(0.7+0.8)=0.75$$

$$l_5^U(2)=\sum_{j=1}^{2}\frac{0.5}{col^j+1}\sum_{k=num_5^j}^{num_5^j+col^j} l_k^j=$$

$$=\frac{0.5}{1}\sum_{k=3}^{3} l_k^1+\frac{0.5}{1}\sum_{k=4}^{4} l_k^2=$$

$$=0.5(0.4+0.6)=0.5,$$

$$r_5^U(2)=\sum_{j=1}^{2}\frac{0.5}{col^j+1}\sum_{k=num_5^j}^{num_5^j+col^j} r_k^j=$$

$$=\frac{0.5}{1}\sum_{k=3}^{3} r_k^1+\frac{0.5}{1}\sum_{k=4}^{4} r_k^2=0.5(1+1)=1.$$

Таким образом, допустимое множество решений полученной задачи имеет вид

$$ALR_5^U=\left\{(l_5^U,a_5^U,r_5^U)\right\}=$$

$$=\left\{(0.55,0.8,1);(0.5,0.75,1)\right\}.$$

Решая многокритериальную задачу методом, основанным на свертке критериев, получаем оптимальное решение, которое определяет терм s_5^U в виде нечеткого треугольного числа:

$$(l_5^U,a_5^U,r_5^U)^*=(0.55,0.8,1).$$

Аналогично были найдены остальные термы оптимальной шкалы:

$$S^U=\left\{s_1^U;..;s_5^U\right\}=\{(0,0,0.3);(0.05,0.35,0.6);$$

$$(0.3,0.6,0.9);(0.5,0.75,1);(0.55,0.8,1)\}$$

На рис. 1 представлены функции принадлежности термов оптимальной лингвистической шкалы для группы экспертов $E=\{e_1,e_2\}$.

В табл. 3 и 4 приведены коэффициенты рассогласованности между каждой парой шкал и коэффициенты рассогласованности лингвистических шкал с применением леммы 1.

Таблица 3

Значения коэффициентов рассогласованности между шкалами экспертов

$CMLS_{S^j-S^p}$	S^1	S^2	S^U
S^1	–	0.303	0.166
S^2	0.303	–	0.228
S^U	0.166	0.228	–

Таблица 4

Значения коэффициентов рассогласованности шкал

	S^1	S^2	S^U
$CMLS_{S^p}$	0.336	0.381	0.283

Результаты показывают, что оптимальной среди трех шкал является шкала S^U, т. е. данная шкала максимально близка к индивидуальным экспертным шкалам S^1 и S^2.

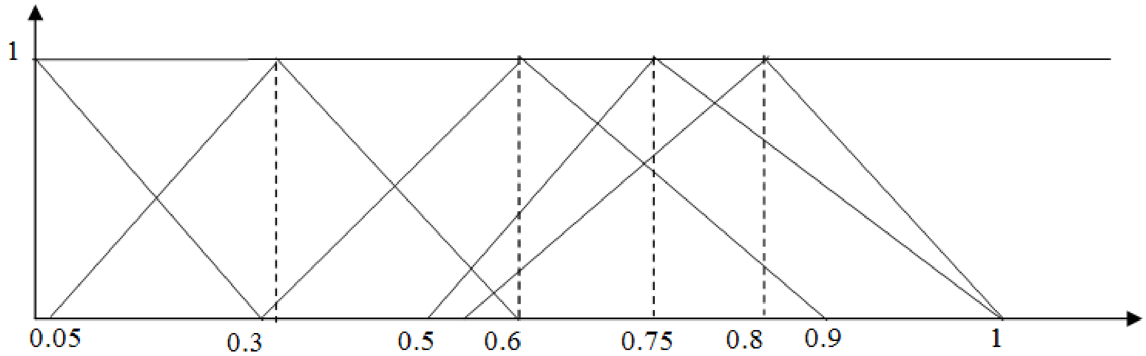

Рис. 1. Функции принадлежностей термов оптимальной лингвистической шкалы S^U

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена лингвистическая модель представления информации. Для проверки свойства оптимальности введено понятие коэффициента рассогласованности лингвистической шкалы, что позволяет определить обобщенную степень «несоответствия» данной шкалы и остальных лингвистических шкал из некоторого множества. С учетом данного критерия предложен алгоритм формирования оптимальной лингвистической шкалы, имеющей минимальную степень рассогласованности с заданными лингвистическими шкалами экспертов.

В работе предложен алгоритм формирования оптимальной лингвистической шкалы в случае, когда каждый терм представлен нечетким треугольным числом, а в качестве функции расстояния между термами лингвистической шкалы используется евклидово расстояние. В этом случае каждый терм оптимальной лингвистической шкалы также определяется в виде нечеткого числа и задача сводится к определению количества термов и параметров функций принадлежностей.

Развиваемая теоретическая база и результаты, полученные на основе вычислительного эксперимента, создают основу для разработки экспертных систем, в частности, систем поддержки принятия решений, ориентированных на обработку экспертной информации, представленной на основе лингвистической модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Заде Л. А.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. А. Заде. – М. : Мир, 1976. – 168с.

2. *Леденева Т. М.* Обработка нечеткой информации / Т. М. Леденева – Воронеж : Воронежский государственный университет, 2006. – 233с.

3. *Пегат А.* Нечеткое моделирование и управление / А. Пегат – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. – 798 с.

4. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / А. Н. Аверкин, И. З. Батыршин и др.; под ред. Д. А. Поспелова. – М. : Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1986. – 312 с.

5. Рыжов А. П. Элементы теории нечетких множеств и ее приложений / А. П. Рыжов – М. : Диалог – МГУ, 2003. – 81с.

6. *Погосян К. С.* Расстояние между лингвистическими шкалами / К. С. Погосян // Современные информационные технологии и IT-образование: Сб. трудов VII Международной конференции. – М. : ИНТУИТ. РУ, 2012.– С. 714–724.

7. *Погосян К. С.* Количественные характеристики лингвистической шкалы / К. С. Погосян // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сборник трудов Международной конференции. – Воронеж, 2012 – Ч. 2. – С. 223–228.

8. *Погосян К. С.* Алгоритм построения оптимальной лингвистической шкалы в рамках экспертного оценивания / К. С. Погосян // Системы управления и информационные технологии. – Москва-Воронеж : Научная книга, 2011. – № 3.1(45). – С. 180–185.

Погосян Кристине Самвеловна – преподаватель кафедры вычислительной математики и прикладных информационных технологий факультета прикладной математики, информатики и механики, Воронежский государственный университет.
Тел.: 8-920-437-67-76
E-mail: pogosyan_k_s@mail.ru

Pogosyan Kristine Samvelovna – Lecturer at the department of computational mathematics and applied information technology department of Applied mathematics, informatics and mechanics, Voronezh State University
Tel.: 8-920-437-67-76
E-mail: pogosyan_k_s@mail.ru