УДК 681.3

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПОРТФЕЛЕМ ДЕБИТОРСКОЙ ЗАДОЛЖЕННОСТИ

Т. В. Азарнова, Д. А. Косенко

Воронежский государственный университет,
Воронежский государственный архитектурно-строительный университет

Поступила в редакцию 17.02.2015 г.

Аннотация. Задача эффективного управления портфелем дебиторской задолженности актуальна практически для каждого субъекта экономической деятельности, портфель, в зависимости от специфики анализируемого бизнеса, может объединять долги клиентов, контрагентов, поставщиков или партнеров. Для гибкого управления большими, неоднородными по составу элементов портфелями необходимы специальные информационные системы и технологии, реализующие инструменты статистического и интеллектуального анализа данных, функционального моделирования, исследования операций и оптимизации. Целью работы является построение оптимизационной математической модели формирования набора оптимальных стратегий работы с каждым элементом портфеля дебиторской задолженности и системы методов инициализации и настройки параметров данной модели. Предложенная в рамках исследования модель формализует процедуру выбора эффективных дифференцированных стратегий обработки элементов портфеля, оптимальных для текущего состояния портфеля и окружения (ресурсы, приоритеты, прогнозы), по типу оптимизационных моделей представляет собой многокритериальную целочисленную модель линейного программирования.
Ключевые слова: портфель дебиторской задолженности, стратегия обработки дебиторской задолженности, критерии эффективности выбора стратегий, оптимизационная математическая модель, метод ветвей и границ.
Annotation. The problem of effective management of a portfolio of receivables is actual practically for each subject of economic activity, a portfolio, in dependence on specifics of the analyzed business, can unite debts of clients, contractors, suppliers or partners. The special information systems and technologies realizing tools of the statistical and intellectual analysis of data, functional modeling, research of operations and optimization are necessary for flexible management of portfolios, big, non-uniform on structure of elements. The purpose of work is creation of optimizing mathematical model of formation of a set of optimum strategy of work with each element of a portfolio of receivables and system of methods of initialization and control of parameters of this model. The model offered within research formalizes procedure of a choice of the effective differentiated strategy of processing of elements of a portfolio, optimum for current state of a portfolio and an environment (resources, priorities, forecasts), as optimizing models represents multicriteria integer model of linear programming.
Keywords: receivables portfolio, strategy of processing of receivables, criteria of efficiency of a choice of strategy, optimizing mathematical model, method of branches and borders.

ВВЕДЕНИЕ

Обобщая результаты исследований, проведенных в различных сферах бизнеса (банки, финансовые организации, коллекторские агенства) можно сделать вывод о том, что оценка эффективности управления дебиторской задолженностью носит многокритериальный характер, отражающий выполнение законов необходимого разнообразия и быстродействия, закон синергии, закон онтогенеза, закон оптимальности, закон максимизации энергии, закон внутреннего динамического равновесия, закон самосохранения [1, 3]. С позиции закона необходимого разнообразия и быстродействия управление должно быть дифференцированным, оперативным и отвечающим текущему состоянию собственного бизнеса и анализируемых должников, управление должно отвечать на различные воздействия адекватным противодействием в нужный момент времени. Для выполнения данного закона необходимо иметь оперативную, достоверную, хорошо структурированную и сегментированную информацию о состоянии долгов, инструментальную базу обработки данной информации и базу апробированных программ действия по выработке решений. Для достижения закона синергии при управлении портфелем дебиторской задолженности необходимы: концентрация рассредоточенных ресурсов, упорядочение связей; повышение степени связности или координации действий; функциональная специализация частей и высокая степень разделения труда; возможность взаимозаменяемости элементов. Закон ортогенеза заключается в учете жизненного цикла процессов самой компании и должников. Закон оптимальности диктует необходимость подбора оптимальной степени воздействия управления на управляемый процесс. Сущность закона максимизации энергии применительно к управлению портфелем дебиторской задолженности заключается том, что управление должно способствовать поступлению информации (энергии) и использованию максимального ее количества оптимальным образом. Требуется налаживание обмена с другими системами, необходимого для обеспечения потребности в информации специальных видов. Закон внутреннего динамического равновесия понимается следующим образом: информация, структура и динамические свойства системы взаимоотношений с контрагентами взаимосвязаны настолько, что любое изменение вызывает сопутствующие количественные и качественные перемены. Любое изменение неизбежно приводит к развитию цепных реакций, идущих или в сторону нейтрализации изменения, или к формированию новой системы отношений; взаимодействие носит нелинейный характер, поэтому слабое воздействие или изменение может вызвать сильные последствия. Механизм закона самосохранения заключается в том, что функционирование системы должно поддерживаться в состоянии равновесия и устойчивости и гибко адаптироваться к внутренним и внешним изменения.

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Рассмотрим математическую модель управления портфелем дебиторской задолженности, позволяющую находить дифференцированные для различных сегментов контрагентов стратегии управления долгами, направленные на решение возникших проблем и отвечающие основным описанным выше законам в сфере управления.

Портфель дебиторской задолженности можно рассматривать как портфель рисков – рисков невозврата, несвоевременного возврата или осложненного затратами возврата долгов. Риски можно либо принять и заниматься их обработкой и снижением или передать эти риски другим специализированным структурам (продать) [2]. При передаче рисков возникает отдельная сложная задача, связанная с оценкой передаваемых рисков, в рамках данной статьи передача рисков будет рассматриваться как отдельное стратегическое направление. Под стратегией обработки рисков будем понимать детальные, описанные на уровне функционального моделирования [4] (функциональные блок-схемы стратегий) варианты (планы) работы с долгами. Описание стратегий содержит подробные временные, информационные, ресурсные аспекты их выполнения и все взаимосвязи между исполнителями. Стратегии представляют собой разветвленные структуры и обеспечивают вариативность работы с должником в зависимости от предыдущих результатов. Выбору стратегии будет предшествовать сегментация должников. Сегментация должников осуществляется на основании следующих групп параметров:

– Параметры задолженности. Например, при рассмотрении просроченных кредитов для банков, в данную группу, входят такие параметры, как: время (количество дней) просрочки; общая сумма кредита; календарная дата начала кредита; величина ежемесячного платежа.

– Социально-демографические характеристики контрагента.

– Показатели благосостояния для физических лиц или показатели финансовой устойчивости, рентабельности, деловой активности, конкурентоспособности для юридических лиц.

– Характеристики вероятности установления контакта и возможности вести переговоры. На основании данной характеристики можно определить (построить) приоритеты должников. Более высокие приоритеты получат должники с высокой вероятностью контакта. Переговоры с контрагентом позволят установить причину задолженности и найти возможный компромисс в решении сложившейся проблемы.

– Оценки вероятности возврата задолженности. Для должников с низкой вероятностью возврата необходимы специальные мероприятия требующие привлечение дополнительных ресурсов.

– Характеристики предыдущего сотрудничества и предыдущей работы по взысканию текущей задолженности.

– Показатели ценности (приоритетности) контрагента для компании (экспертная оценка).

– Показатели качества задолженности. Для оценки качества задолженности можно применять многокритериальные методы, базирующиеся на аппарате трудностей достижения цели [3] . Качество по каждому критерию рассматривается как дополнение к трудности достижения идеального значения по данному критерию. Для получения комплексной оценки качества используются специальные подходы свертки отдельных трудностей. Для плохо структурированных критериев при определении качества можно использовать методы нечеткого логического вывода, базирующиеся на системе лингвистических правил [5].

– Дополнительные параметры, отражающие специфику рассматриваемого бизнеса.

Для сегментации должников можно использовать классические методы классификации (деревья классификации, к-средних, двухвходовое объединение), деревья решений, классифицирующие нейронные сети. Предварительное применение факторного анализа или репликативных нейронных сетей позволяет создать обобщенные характеристики контрагентов для последующей классификации. В рамках предложенной математической модели для различных сегментов контрагентов будет рассматриваться своя совокупность стратегий управления.

Перейдем к формализованному описанию исследуемой многокритериальной оптимизационной модели. Целевые функции модели отражают основные критерии эффективности набора стратегий при управлении портфелем дебиторской задолженности, ограничения строятся по ресурсам и нормативам работы анализируемого бизнеса. Предполагается, что четко описан период времени, на который осуществляется выбор вариантов стратегий управления.

Введем следующие обозначения:

m – количество сегментов должников;

$k = 1,...,m$ – порядковый номер сегмента;

M – количество договоров в портфеле дебиторской задолженности;

$j = 1,\dots,M$ – порядковые номера договоров портфеля дебиторской задолженности. Договора разбиты на сегменты, не ограничивая общности, будем считать, $j = 1,...,R_1$ – порядковые номера договоров первого сегмент $i = R_1 + 1,...,R_2$ – порядковые номера договоров второго сегмента, …, $i = R_{m-1}+1,...,R_m$ – порядковые номера договоров m-го сегмента $(M = R_m)$;

N – количество стратегий работы с договорами дебиторской задолженности;

$i = 1,\ldots,N$ – порядковые номера стратегий на плановый период. Стратегии разделены на несколько сегментов в соответствии с сегментацией контрагентов. Одна и та же стратегия может попасть в несколько сегментов, в каждом сегменте она имеет свой уникальный номер: $i = 1,...,K_1$ – порядковые номера стратегий первого сегмент $i = K_1+1,...,K_2$ – порядковые номера стратегий второго сегмента, …, $i = K_{m-1}+1,...,K_m$ – порядковые номера стратегий m-го сегмента $(N = K_m)$;

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если стратегия } i \\ \quad \text{будет применена} \\ \quad \text{к договору } j \\ 0, \text{ в противном случае} \end{cases},$$

$$i = 1,...,N;\ j = 1,...,M$$

– переменные модели;

L – количество ограниченных ресурсов (время работы экспертов и определенных категорий сотрудников, деньги, коммуникации и т. д.), используемых для реализации стратегий;

u_{ij}^l – затраты l-го ограниченного ресурса на реализацию i-й стратегии для j-го договора;

U^l – верхнее ограничение по l-му ресурсу на период планирования;

p_{ij} – прогнозируемая величина взыскания по j-му договору портфеля дебиторской задолженности при применении i-й стратегии (оценивается экспертно на основе теории ожидаемой полезности);

z_j^p – величина просроченного долга для j-го договора в портфеле, включая начисленные пени, штрафы и т. д.;

z_j – общая величина долга для j-го договора в портфеле;

z_j^v – выплаченный долг по договору;

c_{ij} – суммарные затраты на реализацию i-й стратегии для j-го договора в планируемый период;

H_j – общие затраты по работе с j-м должником за весь период просрочки;

β_{ij} – мера возможности получения статуса безнадежного долга (сохранения, если он уже имел такой статус) после применения i-й стратегии для j-го должника, оценивается экспертным путем;

h_{ij} – мера возможности применения мошеннических схем при применении i-й стратегии для j-го должника, оценивается экспертным путем;

μ_{ij} – ранг приоритетности i-й стратегии (в рамках соответствующего сегмента стратегий) для j-го должника на данный период планирования;

δ_{ij} – экспертная мера предпочтительности i-й стратегии для j-го должника на данный период планирования по сравнению с передачей (продажей) долга (договора) специализированной компании;

l_{ij} – вероятность ухудшения отношений с контрагентом (с владельцем j-го договора) при применении i-й стратегии, оценивается на базе ретроспективной информации;

s_j – ценность j-го договора (контрагента) для компании с позиции руководства компании.

Остановимся на некоторых инструментах формирования перечисленных выше величин.

Для определения прогнозируемых величин возврата p_{ij} просроченной задолженности строятся деревья решений, отражающие возможные благоприятные и неблагоприятные ситуации развития событий в анализируемом периоде планирования при применении i-й стратегии, и на основе теории ожидаемой полезности вычисляются средние ожидаемые значение p_{ij}.

Экспертные меры δ_{ij} приоритетности i-й стратегии для j-го должника по сравнению с передачей (продажей) долга (договора) специализированной компании вычисляются методом анализа иерархий Саати [6]. Пример используемой иерархии приведен на рис. 1. На последнем уровне иерархии предполагается две альтернативы: альтернатива 1 – применение i-й стратегии, альтернатива

2 – передача риска специализированной компании. В результате применения метода анализа иерархий получаются веса предпочтительности альтернатив: σ_1, σ_2, $\sigma_1 + \sigma_2 = 1$, по которым величина δ_{ij} вычисляется как $\delta_{ij} = \dfrac{\sigma_1}{\sigma_2}$.

Вычисление рангов μ_{ij} приоритетности i-й стратегии для j-го должника осуществляется на основании процедуры ранжирования стратегий соответствующего сегмента группой экспертов. Каждый эксперт представляет свой вариант ранжирования стратегий. Для полученных вариантов ранжирования вычисляется коэффициент конкордации Кендалла, проверяется гипотеза о согласованности мнений экспертов, если мнения экспертов согласованы, то вычисляется групповое ранжирование [6]. Если мнения экспертов несогласованны, то для каждой пары экспертов вычисляется коэффициент корреляции Спирмена, на основании данных коэффициентов формируется согласованная группа экспертов и определяется групповое ранжирование.

Перейдем к описанию целевых функций и ограничений модели. Модель содержит следующие ограничения:

1. ресурсные ограничения на планируемый период:

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ij}u_{ij}^{l} \le U^{l}, \quad l = 1,\ldots,L;$$

2. ограничение на среднюю долю просроченных платежей в общей задолженности по отдельным договорам портфеля:

$$\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ij}\left(\frac{z_j^{p} - p_{ij}}{z_j - p_{ij}}\right) * 100 \le d;$$

3. ограничения на количество стратегий, применяемых к j-му договору в период планирования (если j-й договор принадлежит k-му сегменту, то к нему применяются только стратегии данного сегмента):

$$\sum_{i=1}^{K_1} x_{ij} \le 1 \quad \forall j = \overline{1,\ldots,R_1},$$

$$\sum_{i=K_1+1}^{K_2} x_{ij} \le 1 \quad \forall j = \overline{R_1+1,\ldots,R_2},$$

$$\ldots$$

$$\sum_{i=K_{m-1}+1}^{K_m} x_{ij} \le 1 \quad \forall j = \overline{R_{m-1}+1,\ldots,R_m}.$$

К каждому должнику в анализируемый период времени может быть применено не более одной стратегии, в качестве альтернативы может рассматриваться передача (продажа) риска.

Модель предусматривает шесть целевых критериев:

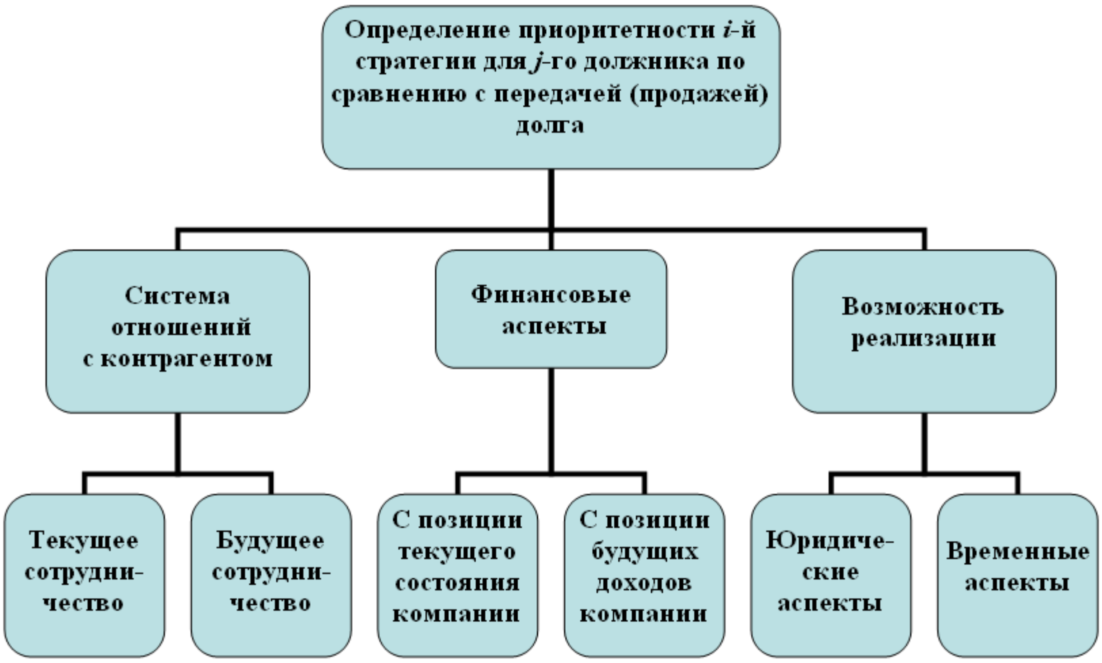

Рис. 1. Иерархия для вычисления δ_{ij}

1. максимизация суммы возврата (с учетом прогноза на период планирования) просроченной задолженности для каждого договора за вычетом уже понесенных и прогнозируемых затрат на взыскание:

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ij}(p_{ij}+z_j^v-c_{ij}-H_j)\to \max,$$

2. максимизация сохранения согласованного мнения экспертов о приоритетности стратегий:

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} \mu_{ij}x_{ij}\to \max,$$

3. максимизация экспертной оценки приоритетности реализации стратегий по сравнению с передачей рисков специализированным компаниям:

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ij}\delta_{ij}\to \max,$$

4. минимизация возможности возникновения мошеннических (со стороны контрагента) схем при реализации стратегий:

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ij}h_{ij}\to \min,$$

5. стремление подбирать стратегии так, чтобы исключить ситуации перехода долгов в разряд безнадежных:

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ij}\beta_{ij}\to \min,$$

6. максимизация сохранения партнерских отношений с ценными контрагентами:

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ij}l_{ij}s_j\to \min.$$

В соответствии с введенными ограничениями и целевыми функциями многокритериальная оптимизационная модель управления портфелем просроченной задолженности банка примет вид:

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ij}(p_{ij}+z_j^v-c_{ij}-H_j)\to \max$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ij}\delta_{ij}\to \max$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ij}h_{ij}\to \min$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ij}\mu_{ij}\to \max$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ij}\beta_{ij}\to \min$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ij}l_{ij}s_j\to \min$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ij}u_i^l\le U^l,\quad l=1,\dots,L,$$

$$\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} x_{ij}\left(\frac{z_j^p-p_{ij}}{z_j-p_{ij}}\right)*100\le d,$$

$$\sum_{i=1}^{K_1} x_{ij}\le 1\quad \forall j=\overline{1,\dots,R_1},$$

$$\sum_{i=K_1+1}^{K_2} x_{ij}\le 1\quad \forall j=\overline{R_1+1,\dots,R_2},$$

$$\dots$$

$$\sum_{i=K_{m-1}+1}^{K_m} x_{ij}\le 1\quad \forall j=\overline{R_{m-1}+1,\dots,R_m}.$$

Предложенная модель представляет собой многокритериальную задачу целочисленного линейного программирования. В результате решения данной задачи требуется получить компромиссное (по совокупности критериев решение), представленное в виде целочисленной матрицы

$$X=\begin{pmatrix} x_{11}\dots x_{1M}\\ \dots\dots\dots\dots \\ x_{M1}\dots.x_{NM}\end{pmatrix},$$

имеющей блочную (соответствующую сегментации) структуру.

Для решения многокритериальной задачи используется подход, связанный с переходом от многокритериальной к однокритериальной задаче с компромиссным критерием. Построение компромиссного (сверточного) критерия

$$F(x)=\eta_1\varphi_1(x)+\eta_2\varphi_2(x)+\dots.+\eta_6\varphi_6(x)\to \max$$

$$x\in D_x$$

($\varphi_1(x),\varphi_2(x),\dots,\varphi_6(x)$ – сокращенные обозначения частных критериев, D_x – обозначение допустимой области, $\eta_1,\dots,\eta_6$ - весовые коэффициенты частных критериев) осуществляется методом STEM – анализа [6].

STEM – анализ использует следующую механическую процедуру для вычисления весовых коэффициентов критериев $\eta_1,\dots,\eta_6$. Методом ветвей и границ решается задача линейного программирования на минимум и на максимум отдельно с каждым критерием, при этом будут получены верхние и нижние значения $\overline{\varphi}_1, \underline{\varphi}_1,\ \overline{\varphi}_2, \underline{\varphi}_2,\ \ldots,\ \overline{\varphi}_6, \underline{\varphi}_6$, исходные критерии преобразуются по правилу $F_1(X) = \dfrac{\varphi_1(X) - \underline{\varphi}_1}{\overline{\varphi}_1 - \underline{\varphi}_1}$, $F_2(X) = \dfrac{\varphi_2(X) - \underline{\varphi}_2}{\overline{\varphi}_2 - \underline{\varphi}_2}$, $\ldots$ $F_6(X) = \dfrac{\varphi_6(X) - \underline{\varphi}_6}{\overline{\varphi}_6 - \underline{\varphi}_6}$. Затем решается задача на максимум с i-м критерием F_i, полученное решение подставляется по порядку в остальные критерии, вычисленные значения заполняют i-ю строку таблицы

	F_1	F_2	$\ldots$	F_6
F_1	1	F_1^2	$\ldots$	F_1^6
F_2	F_2^1	1	$\ldots$	F_2^6
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
F_6	F_6^1	F_6^2	$\ldots$	1

Весовые коэффициенты критериев $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m$ находятся из соотношений $\dfrac{\eta_1}{\eta_2} = \dfrac{1-a_1}{1-a_2}$, $\dfrac{\eta_1}{\eta_3} = \dfrac{1-a_1}{1-a_3}$, ..., $\dfrac{\eta_5}{\eta_6} = \dfrac{1-a_5}{1-a_6}$, где $a_1, a_2, \ldots, a_6$ – средние значения столбцов таблицы.

Однокритериальная задача с комплексным критерием $F = \eta_1 F_1 + \ldots + \eta_6 F_6$ решается методом ветвей и границ. Полученное решение подставляется в исходные критерии $\varphi_1(x),\ \varphi_2(x),\ \ldots, \varphi_6(x)$, если все установленные лицом принимающим решения требования по исходным критериям выполнены, то решение закончено, если нет, то по критерию, который не удовлетворяет требованиям, добавляется ограничение вида $\varphi_k(X) \geq M$ и процедура решения повторяется с меньшим количеством критериев и большим количеством ограничений. Процедура заканчивается или по несовместности задачи или при достижении удовлетворительных значений по всем критериям.

При решении описанных выше однокритериальных задач целочисленного программирования используется общая схема метода ветвей границ. Остановимся на некоторых аспектах методах ветвей и границ применительно к рассматриваемой структуре целочисленных задач

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} A_{ij}x_{ij} \to \max$$

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{N}\sum\limits_{j=1}^{M} u_{ij}^{l} x_{ij} \leq U^{l}, \quad l = 1,\ldots,L \\ \sum\limits_{i=1}^{N}\sum\limits_{j=1}^{M} \alpha_{ij} x_{ij} \leq d \\ \sum\limits_{i=1}^{K_1} x_{ij} \leq 1,\ \forall j = 1,\ldots,R_1 \\ \sum\limits_{i=K_1+1}^{K_2} x_{ij} \leq 1,\ \forall j = R_1+1,\ldots,R_2 \\ \ldots \\ \sum\limits_{i=K_{m-1}+1}^{K_m} x_{ij} \leq 1,\ \forall j = R_{m-1}+1,\ldots,R_m \\ x_{ij} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \end{cases}$$

1. процедура ветвление на каждом шаге осуществляется по значениям соответствующей переменной x_{ij} (с учетом блочности системы ограничений)
2. при вычислении оценок ветвей в задаче инициализируются известные на данной ветви значения переменных x_{ij}, для остальных переменных отменяется требование целочисленности, и по полученной частной задачи линейного программирования строится двойственная задача, которая имеет следующую структуру:

$$U^1Y_1 + U^2Y_2 + \ldots + U^LY_L + \sum_{j=1}^{R_1} W_j +$$
$$+ \sum_{j=R_1+1}^{R_2} W_j + \ldots + \sum_{j=R_{m-1}+1}^{R_m} W_j \to \min$$

$$\begin{cases} \sum_{l=1}^{L} u_{11}^{l} + \alpha_{11} Y_{L+1} + W_1 \ge A_{11} \\ b\sum_{l=1}^{L} u_{12}^{l} + \alpha_{12} Y_{L+1} + W_2 \ge A_{12} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \sum_{l=1}^{L} u_{1R_1}^{l} + \alpha_{1R_1} Y_{L+1} + W_{R_1} \ge A_{1R_1} \\ \sum_{l=1}^{L} u_{1R_1+1}^{l} + \alpha_{1R_1+1} Y_{L+1} \ge A_{1R_1+1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \sum_{l=1}^{L} u_{1M}^{l} + \alpha_{1M} Y_{L+1} \ge A_{1M} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \sum_{l=1}^{L} u_{N1}^{l} + \alpha_{N1} Y_{L+1} \ge A_{N1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \sum_{l=1}^{L} u_{NR_{m-1}}^{l} + \alpha_{NR_{m-1}} Y_{L+1} \ge A_{1R_{m-1}} \\ \sum_{l=1}^{L} u_{NR_{m-1}+1}^{l} + \alpha_{NR_{m-1}+1} Y_{L+1} + W_{R_{m-1}+1} \ge A_{NR_{m-1}} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \sum_{l=1}^{L} u_{NR_m}^{l} + \alpha_{NR_m} Y_{L+1} + W_{R_m} \ge A_{NR_{m1}} \end{cases}$$

$$Y_1, Y_2, \ldots, Y_{L+1}, W_1, \ldots, W_{R_m} \ge 0$$

Приведенная структура двойственной задачи позволяет найти несколько частных решений, по которым можно получить оценку целевой функции исходной задачи. В качестве допустимых решений двойственной задачи рассматриваются решения вида $(Y_1, 0, 0, \ldots, 0)$, $(0, Y_2, 0, 0, \ldots, 0)$, …, $(0, 0, 0, 0, \ldots, W_{R_m})$, удовлетворяющие системе ограничений. На каждом из решений вычисляется значение целевой функции и находится решение с минимальным значением целевой функции двойственной задачи. Найденное минимальное значение является оценкой исходной частной задачи.

Наряду с методом ветвей и границ для решения полученной многокритериальной задачи можно применять многокритериальные генетические алгоритмы, которые позволяют строить аппроксимацию Парето-оптимального множества [7].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для реализации предложенного в рамках исследования математического моделирования разработано соответствующее алгоритмическое и программное обеспечение, позволяющее осуществлять все этапы расчетов по модели: *этап обработки статистической и экспертной информации для определения параметров модели, включающий*: расчеты по методу деревья решений и методу анализа иерархий, обработку результатов группового ранжирования, определения качества долгов с использованием аппарата трудностей достижения целей, *этап определения весовых коэффициентов комплексного критерия эффективности методом STEM – анализа, этап нахождения целочисленного решения методом ветвей и границ и комплексной оценки эффективности найденного решения*. Проведенные экспериментальные вычисления показывают эффективность использования предложенных инструментов в управления портфелем дебиторской задолженности. Сформированный аппарат моделирования может стать элементом (блоком) ядра системы поддержки принятия решений в автоматизированных системах управления дебиторской задолженностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пьянов О. В.* Комплексная оценка сложной системы на основе теории конфликтов / О. В. Пьянов // Вестник Воронежского государств. университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии, 2014. – № 1. – С. 34–39.

2. Азарнова Т. В. Применение нечетких экспертных технологий для оценки хозяйственного риска / Т. Н. Гоголева, А. Г. Гоголева // Эффективность функционирования государственного и частного секторов экономики России: проблемы и пути их решения:

матер. Всерос. научно-практ. конф. / [под ред. Т. Н. Гоголевой, В. Г. Ключищевой]. – Воронеж : ИПЦ «Научная книга», 2013. – С. 5–13.

3. *Азарнова Т. В.* Нечеткие технологии комплексной оценки качества услуг / Т. В. Азарнова, С. А. Баркалов, Р. Ю. Беляев // Системы управления и информационные технологии: науч.-техн. журнал. – М., 2008. №1.2 (31). – С. 285–288.

4. *Дубейковский В. И.* Практика функционального моделирования с AllFusion Process Modeler 4.1. Где? Зачем? Как? – М. : ДИАЛОГ-МИФИ, 2004.

5. *Борисов А. Н.* Обработка нечеткой информации в системах принятия решений / А. Н.Борисов, А. В. Алексеев, Г. В. Меркурьева. – М. : Радио и связь, 1989.

6. *Ларичев О. И.* Теория и методы принятия решений / О. И. Ларичев. – М. : Логос, 2000.

7. *Каширина И. Л.* Генетический алгоритм решения многокритериальной задачи о назначениях при нечетких коэффициентах целевой функции / И. Л. Каширина, Б. А. Семенов // Вестник Воронежского ун-та. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2006. – № 1. – С. 102–106.

Азарнова Татьяна Васильевна – д.т.н., доцент, заведующая кафедрой Математических методов исследования операций Воронежского государственного университета.

Косенко Дмитрий Олегович – аспирант Воронежского государственного архитектурно-строительного университета.

Azarnova Tatiana Vasilyevna – Doctor of Technical Science, docent, chairman of department of the mathematical methods of operations research Voronezh state university.

Kosenko Dmitriy Olegovich – the graduate student of the Voronezh state architectural and construction university.