УДК 519.863

РЕСУРСНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ СЕТЕВЫХ СИСТЕМ С КЛАСТЕРНОЙ СТРУКТУРОЙ

И. Л. Каширина, Я. Е. Львович, С. О. Сорокин

Воронежский государственный университет
Воронежский институт высоких технологий

Поступила в редакцию 05.11.2014 г.

Аннотация. В статье рассматриваются механизмы повышения эффективности сетевых систем с кластерной структурой, использующие интегральные оценки элементов системы и основанные на решении ресурсной задачи дискретной оптимизации. Для отыскания решения ресурсной задачи предлагается генетический алгоритм.
Ключевые слова: мониторинг, сетевая система, интегральное оценивание, ресурсная оптимизация, генетический алгоритм.
Annotation. The article deals with mechanisms to improve the network systems with cluster structure using integrated assessment system elements and based on the solution of the resource discrete optimization problem. For finding the solution to the resource problem is proposed genetic algorithm.
Keywords: monitoring, network system, integral evaluation, resource optimization, genetic algorithm.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Современные формы реализации систем образования, медицинского обслуживания, торговли, сервиса характеризуются принадлежностью к общему классу сетевых систем с кластерной структурой. Эффективность функционирования и развития объединенных в сеть объектов $O_i\ (i=\overline{1,I})$ характеризуется набором мониторируемых показателей $y_{ij}\ (i=\overline{1,I},\ j=\overline{1,J})$, на основе которых формируется интегральная оценка объекта $Y_i = F(y_{ij})\quad (i=\overline{1,I})$, определенная на заданном числовом интервале $[A,O]$ [2].

Величина интегральной оценки Y_i используется для разбиения всей совокупности объектов $O_i\ (i=\overline{1,I})$ на M кластеров. Каждый кластер характеризуется определенным диапазоном изменений интегральной оценки Y_i на числовом интервале $[A,O]$. Нумерация кластеров производится по следующему принципу: в кластер с номером $m=1$ входят объекты-лидеры, величина интегральной оценки Y_i^1 лучшего из которых максимальна и близка к O; кластер с номером $m=M$ составляют объекты-аутсайдеры, величина интегральной оценки Y_i^M худшего из которых минимальна и близка к A.

Задача ресурсной оптимизации эффективности сетевых систем с кластерной структурой состоит в выборе двухэтапного механизма распределения ресурсного обеспечения R: на первом этапе между кластерами, а затем между объектами оптимизированной сети. Распределение ресурса R между кластерами $R_m\quad (m=\overline{1,M})$ целесообразно осуществить по принципу обратных приоритетов [1] с учетом суммарной потребности объектов кластера и приоритета каждого кластера, установленного в системе, а внутри кластера разделить ресурс на поддерживающий R_1^m и развивающий R_2^m. Предполагается поддерживающий ресурс также распределить по принципу обратных приоритетов с учетом потребностей объекта и величины интегральной оценки эффективности. Для распределения второго вида ресурса используется оптимизационный подход, ориентированный на возможность повышения уровня эффективности объекта O_{t_m} $(t_m = \overline{1,T_m}, m = \overline{2,M})$ по j-му показателю, наиболее близкому к среднему значению этого показателя по кластеру $m=1$ объектов-лидеров. Для этого введем коэффициент близости значения j-го показателя объекта O_{t_m} $(t_m = \overline{1,T_m}, m = \overline{2,M})$ к значениям этого показателя у объектов-лидеров:

$$a_{t_m j} = \frac{y_{t_m j}}{\overline{y}_{1j}},$$

где $\overline{y}_{1j}$ – среднее значение j-го показателя для объектов 1 кластера, и булевы переменные

$$x_{t_m j} = \begin{cases} 1, & \text{если объекту } O_{t_m} \text{ выделяется} \\ & \text{развивающий ресурс для повышения} \\ & \text{эффективности по } j\text{-му показателю,} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad t_m = \overline{1,T_m},\ j = \overline{1,J}.$$

Тогда оптимизационная модель для объектов m-го кластера имеет следующий вид:

$$\sum_{t_m=1}^{T_m} \sum_{j=1}^{J} a_{t_m j} x_{t_m j} \to \max \tag{1}$$

$$\sum_{t_m=1}^{T_m} \sum_{j=1}^{J} r_{t_m j} x_{t_m j} \le R_m^2 \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{J} x_{t_m j} = 1,\ t_m = \overline{1,T_m} \tag{3}$$

$$x_{t_m j} \in \{0,1\},\ t_m = \overline{1,T_m},\ j = \overline{1,J}. \tag{4}$$

Целевая функция (1) определяет претендентов на развивающий ресурс R_m^2, максимально близких по показателям эффективности к объектам-лидерам, а ограничение (2) характеризует условие, при котором суммарная потребность в ресурсе объектов O_{t_m} для повышения уровня j-го показателя $r_{t_m j}$ не должна превышать выделенного для m-го кластера ресурса R_m^2. Ограничение (3) означает, что каждому объекту дополнительный ресурс первоначально выделяется для повышения только одного показателя.

Очевидно, что задача (1)–(4) разрешима только в том случае, если $\sum_{t_m=1}^{T_m} \min_{j=\overline{1,J}} r_{t_m j} \le R_m^2$. Кроме того, задача имеет смысл только в том случае, если $R_m^2 < \sum_{t_m=1}^{T_m} \max_{j=\overline{1,J}} r_{t_m j}$, иначе ее решение тривиально: $x_{t_m k} = 1$, если $k = \arg\max_{1 \le j \le J} a_{t_m j}$; $x_{t_m j} = 0$ для $j \ne k$.

Отметим, что задача (1)–(4) близка по смыслу к общей постановке блочной задачи о рюкзаке (Multiple-choice Knapsack Problem – MCKP)[5]. В этой задаче дано m классов $N_1, N_2, \ldots N_m$ предметов, которые надо упаковать в рюкзак емкостью W. Каждый предмет j класса N_i имеет ценность p_{ij} и вес w_{ij}. Задача заключается в том, чтобы выбрать ровно один предмет из каждого класса таким образом, что суммарная ценность предметов была максимальна и вес рюкзака не превышал W. Таким образом, задача MCKP может быть сформулирована в виде:

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j \in N_i} p_{ij} x_{ij} \to \max \tag{5}$$

$$\sum_{j \in N_i} x_{ij} = 1,\ i = \overline{1,m} \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j \in N_i} w_{ij} x_{ij} \le W \tag{7}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\};\ i = m;\ j \in N_i. \tag{8}$$

Особенность задачи (1)–(4) заключается в том, что в ней все классы N_i содержат одинаковые элементы (показатели эффективности), тогда как в задаче (5)–(8) классы N_i являются непересекающимися и состоят из различных объектов.

Блочная задача о рюкзаке является NP-сложной. Несмотря на довольно высокую практическую значимость MCKP (она возникает, например, при планировании инвестиций, проектировании информационных систем, оптимальном резервировании элементов сложных систем [3,4] планировании работ серверов и т.д.) количество подходов к ее решению, описанных в литературе, остается сравнительно небольшим. Тем не менее, существует несколько точных методов для решения блочной задачи. Например, в работе [6] используется метод ветвей и границ, причем в качестве оценочной используется непрерывный аналог исходной постановки, т.е. задача MCKP в которой ограничение (8) заменяется на:

$$0 \le x_{ij} \le 1;\quad i = \overline{1,m};\ j \in N_i. \tag{9}$$

В работе [6] для решения непрерывной оценочной задачи предлагается алгоритм Дайера, вычислительная сложность которого имеет порядок всего лишь $O(n)$ итераций. При этом доказано, что вектор оптимального решения оценочной задачи содержит не более двух дробных координат. (Очевидно, что если результатом решения оценочной задачи станет полностью целочисленный вектор, то он же является оптимальным решением соответствующей целочисленной задачи).

Однако, в случае большой размерности исходной постановки, точные методы решения NP- полных задач становятся практически неприменимыми.

В данной работе для решения задачи (1)–(4) предлагается приближенный метод, основанный на идее генетических алгоритмов.

Прежде всего отметим, что если в исходной постановке задачи (1)–(4) существуют номера l и k такие, что $a_{t_m l} \le a_{t_m k}$ и $r_{t_m l} \ge r_{t_m k}$, то вариант $t_m l$ доминируется вариантом $t_m k$, а, следовательно, переменная $x_{t_m l}$ в оптимальном решении примет значение 0 (так как объект O_{t_m} при меньшем количестве ресурсов может сильнее повысить показатель k, чем показатель l).

На рис. 1 изображены (в качестве примера) все возможные варианты повышения одного показателя эффективности для объекта O_{t_m} для всех $j = \overline{1, J}$ (по оси абсцисс откладывается потребность в ресурсе $r_{t_m j}$ для повышения уровня j-го показателя, по оси ординат – величина соответствующего повышения). Черным цветом выделены недоминируемые варианты, один из которых должен быть выбран в результате решения задачи.

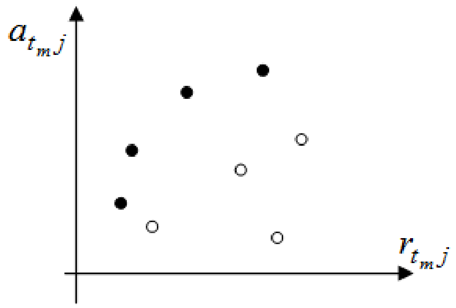

Рис. 1. Множество вариантов повышения одного из показателей эффективности для объекта O_{t_m}

Обозначим через N_{t_m} подмножество индексов показателей j, которым соответствуют недоминируемые варианты $t_m j$ повышения уровня эффективности объекта O_{t_m}. Упорядочим элементы каждого множества N_{t_m} в порядке убывания $a_{t_m j}$. (Например, если $N_{t_m} = (3,1,5)$ – это значит, что $a_{t_m 3} \ge a_{t_m 1} \ge a_{t_m 5}$). При этом элементы множеств N_{t_m} также автоматически станут упорядочены в порядке убывания $r_{t_m j}$ (В силу наличия в N_{t_m} только недоминируемых вариантов, если $a_{t_m l} \ge a_{t_m k}$, то и $r_{t_m l} \ge r_{t_m k}$).

ГЕНЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ

1-й этап. *Представление данных.*

Хромосома, представляющая неизвестную матрицу X, задается с помощью строкового кодирования. Суть кодирования заключается в следующем: экземпляр популяции – это целочисленная строка длины T_m, в которой на месте t_m $(t_m = \overline{1, T_m})$ стоит $j \in N_{t_m}$, если $x_{t_m j} = 1$. Таким образом решение

$$X = \begin{pmatrix} 1\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\ 0\,0\,1\,0\,1\,0\,0 \\ 0\,0\,0\,1\,0\,1\,0 \\ 0\,1\,0\,0\,0\,0\,1 \end{pmatrix}$$

(фенотип) будет записано как строка вида: $S = (1,4,2,3,2,3,4)$ (генотип).

2-й этап. *Генерация начальной популяции.*

Первая популяция создаётся из L различных строк длиной T_m, причем на место t_m $(t_m = \overline{1, T_m})$ в каждой строке ставится случайное значение из множества N_{t_m}. Дополнительно (с целью улучшения генетического материала) в первую популяцию можно ввести строку, в которой на месте t_m стоит k, если $k = \arg\max\limits_{j \in N_{t_m}} a_{t_m j}$ (наиболее эффективный вариант, но нарушающий ресурсное ограничение), а также строку, в которой на месте t_m стоит k, если $k = \arg\min\limits_{j \in N_{t_m}} r_{t_m j}$ (наименее затратный вариант, но не самый эффективный).

3-й этап. *Оценка особей популяции по критерию приспособленности.*

В качестве критерия приспособленности используется целевая функция:

$$f = \sum_{t_m = 1}^{T_m} \sum_{j \in N_{t_m}} a_{t_m j} x_{t_m j}.$$

4-й этап. *Отбор(селекция).*

В качестве процедуры селекции будем использовать стандартные механизмы пропорционального или турнирного отбора, и чем выше у индивида оценка приспособленности, тем вероятнее она попадет в родители следующего поколения.

5-й этап. *Скрещивание и мутация.*

Для создания новых особей-потомков может использоваться любой из классических операторов скрещивания (одноточечный, двухточечный, равномерный кроссовер), а в процедуре мутации случайно выбранный k-й элемент строки заменяется на другой случайный элемент из множества N_k.

6-й этап. *Исправление недопустимых решений.*

Ввиду наличия ограничения (2) решения-потомки могут оказаться недопустимыми, поэтому необходима дополнительная процедура исправления недопустимых решений. Эта процедура имеет следующий вид.

Предположим, матрица X, соответствующая строке S, нарушает ограничение (2). Определяем для каждого элемента s_{t_m} $(t_m = \overline{1, T_m})$ строки S порядковый номер в множестве N_{t_m} (например, если $N_{t_m} = (3,1,5)$, а в строке S на месте t_m стоит 5, то этот элемент имеет номер 3). Далее в строке S заменяем некоторый элемент s_k, так, чтобы уменьшить требования к ресурсу, то есть берем в множестве N_k вместо s_k следующий по порядку элемент. Очевидно, в качестве s_k нельзя выбирать элементы, которые имеют максимальный порядковый номер в множестве N_k (и, соответственно, минимальные требования к ресурсу для повышения k-го показателя). Предлагается для замены выбрать элемент s_k $(k = \overline{1, T_m})$, которому соответствует минимальное отношение $\dfrac{a_{kl} - a_{k(l+1)}}{r_{kl} - r_{k(l+1)}}$ (то есть определяется замена, которая обеспечит минимальную потерю эффективности на единицу уменьшения требований к ресурсам). Здесь l – порядковый номер s_k в множестве N_k.

Например, пусть текущее значение s_1 соответствует варианту ($a_{1l} = 3,\ \ r_{1l} = 5$), а следующий по порядку в множестве в множестве N_1 вариант это ($a_{1(l+1)} = 2,\ \ r_{1(l+1)} = 3$), а текущее значение s_2 соответствует варианту ($a_{2k} = 4,\ \ r_{2k} = 8$), следующий вариант в N_2: ($a_{2(k+1)} = 3,\ \ r_{2(k+1)} = 7$). В этом случае нам выгоднее заменить элемент s_1, так как при одинаковой потере эффективности (на единицу) мы сэкономим в два раза больше ресурса.

Такая замена позволит уменьшить левую часть ограничения (2). Она может проводиться несколько раз до тех пор, пока это ограничение не будет выполнено.

7-й этап. *Критерий прекращения работы.*

В качестве рекорда лучшая допустимая точка, найденная за все время работы алгоритма. Как критерий остановки вычислений используется следующая проверка: если за последние 100 поколений рекордная точка не изменилась, то дальнейшая работа алгоритма прекращается.

ЭКСПЕРИМЕНТ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В табл. 1 приведены результаты тестирования предлагаемого генетического алгоритма решения задачи (1)–(4). Проверка его эффективности осуществлялась на задачах сравнительно небольшой размерности, поскольку главной целью эксперимента было понять, применим ли разработанный алгоритм к решению такого рода задач, для чего необходимо было сравнить решение, найденное алгоритмом, с оптимальным решением данной задачи. В таблице 1 представлена размерность задачи, и среднее отношение приближенного решения к точному для 10-ти тестовых задач каждой размерности.

Таблица 1

Размерность задачи	Отношение приближенного решения к точному
30	0,985
50	0,951
70	0,932
90	0,911

Оптимальное решение искалось с помощью метода ветвей и границ, при этом на поиск решения точного решения каждой задачи размерности 90 было потрачено в среднем около часа. Приближенный метод решения с помощью генетического алгоритма, напротив, является довольно быстрым, время, затрачиваемое данным алгоритмом на поиск решения, растет с увеличением размерности задачи как $O(T_m * J)$. По результатам вычислительного эксперимента можно отметить, что при решении тестовых задач предложенным методом обеспечивается достаточно хорошая точность. Для тех тестовых задач, в которых было известно оптимальное решение, отношение найденного приближенного решения к оптимальному, в среднем, превышало 0.9.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бурков В. Н.* Теория активных систем: состояние и перспективы / Бурков В. Н., Новиков Д. А. – М. : Синтег, 1999. – 128 с.

2. *Львович Я. Е.* Многоальтернативная оптимизация: теория и приложения / Я. Е. Львович. – Воронеж : Кварта, 2006. – 428 с.

3. *Львович Я. Е.* Генетический алгоритм решения многокритериальной задачи повышения надежности резервирования / Львович Я. Е., Каширина И. Л., Тузиков А. А. // Информационные технологии. 2012. – № 6. – С. 56–60.

4. *Каширина И. Л.* Генетический алгоритм решения многокритериальной задачи о назначениях при нечетких коэффициентах целевой функции / И. Л. Каширина, Б. А. Семенов // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2006. – № 1. – С. 102–106.

5. *Левин М. Ш.* Эвристический алгоритм для многокритериальной блочной задачи о рюкзаке / М. Ш. Левин, А. В. Сафонов // Искусственный интеллект и принятие решений, 2009. – № 4. – С. 53–64.

6. *Dyer M. E., Kayal N., Walker J., A Branch and Bound.* Algorithm for Solving the Multiple-Choice Knapsack Problem // Journal of Computational and Applied Mathe-matics, 1984. – № 11. – P. 231–249.

Каширина И. Л. – доктор технических наук, доцент кафедры математических методов исследования операций факультета ПММ Воронежского государственного университета.
Тел.: 8-903-653-92-93
E-mail: kash.irina@mail.ru

Kashirina I. L. – doctor of technical Sciences, associate Professor, Voronezh state University.
Tel.: 8-903-653-92-93
E-mail: kash.irina@mail.ru

Львович Я. Е. – доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, президент Воронежского института высоких технологий.
Тел.: (473) 272-73-63, E-mail: office@vivt.ru

Lvovich Y. E. – doctor of technical Sciences, Professor, President, Voronezh Institute of High Technologies.
Tel.: (473) 272-73-63
E-mail: office@vivt.ru

Сорокин С. О. – начальник отдела департамента государственной политики в сфере высшего образования Министерства образования и науки Российской федерации.
Тел.: (495) 629-36-17
E-mail: sorokin-so@mon.gov.ru

Sorokin S. O. – head of the Department of state policy in the sphere of higher education, Ministry of education and science of the Russian Federation.
Tel.: (495) 629-36-17
E-mail: sorokin-so@mon.gov.ru