
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА И УПРАВЛЕНИЯ

УДК 517.97:512.81:512.526

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОМАССОБМЕНОМ НА ПРОНИЦАЕМЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВЫХ РЕЖИМАХ ПОЛЁТА

Н. Г. Бильченко

*Казанский государственный энергетический университет
Университет Управления ТИСБИ*

Поступила в редакцию 04.11.2014 г.

Аннотация. Рассматриваются задачи математического моделирования оптимальной эффузионной тепловой защиты поверхностей гиперзвуковых летательных аппаратов, рассчитанных на вход в атмосферу. Учтены физико-химические процессы (диссоциация и ионизация) в ламинарном пограничном слое сжимаемого газа. Применён теоретико-групповой подход к оптимизации систем с распределёнными параметрами. В основу расчётов положен метод обобщённых интегральных соотношений А. А. Дородницына. Подробно рассмотрен случай обтекания проницаемой сферической поверхности при гиперзвуковых режимах полёта. Обсуждаются результаты вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: оптимальное управление, тепломассообмен, ламинарный пограничный слой, гиперзвуковые течения, диссоциация, ионизация.

Annotation. The problems of intended for the atmosphere entry hypersonic aircraft surfaces optimal effusion heat protection mathematical modeling are considered. The physico-chemical processes (the dissociation and the ionization) in laminar boundary layer of compressible gas are appreciated. The Groups theory approach to distributed parameters systems optimization is applied. A. A. Dorodnitsyn's method of generalized integral relations is taken as a basis of calculations. The case of permeable spherical surface in hypersonic flows is reported on in detail. Computation experiments numerical results are discussed.

Keywords: optimal control; heat and mass transfer; laminar boundary layer; hypersonic flows; dissociation; ionization.

ВВЕДЕНИЕ

Данная работа представляет собой продолжение статьи [1]. Материал данной статьи был упомянут, но не был озвучен в полном объёме на конференции (Международная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики», посвящённая 95-летию Воронежского государственного университета, проходившая 12–14 декабря 2013 г. в ВГУ; секция «Механика деформируемого твёрдого тела. Меха-

ника жидкости и газа») из-за ограниченности времени, отведённого на доклад.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛАМИНАРНЫМ ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕГО ГАЗА НА ТЕЛАХ ВРАЩЕНИЯ

Система уравнений ламинарного пограничного слоя электропроводящего газа на теле вращения при обтекании его под нулевым углом атаки, граничные условия к этой системе и сама вариационная задача приведены в п. 1.2 вышеупомянутой статьи [1].

© Бильченко Н. Г., 2015

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛАМИНАРНЫМ ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ РАВНОВЕСНО ДИССОЦИИРУЮЩЕГО ГАЗА НА ТЕЛАХ ВРАЩЕНИЯ

Система уравнений, граничные условия и вариационная задача для цилиндрического тела обсуждается в п. 2.2 статьи [1]. Для случая тела вращения в системе (2.4) надо уравнение неразрывности заменить на (1.5):

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot r \cdot u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \cdot r \cdot v) = 0.$$

Количество тепла, передаваемое в единицу времени от пограничного слоя к поверхности тела вращения с длиной образующей x_k , вычисляется по формуле

$$Q = 2\pi \int_0^{x_k} r \cdot \left(\frac{\lambda_{эф}}{(C_p)_{эф}} \frac{\partial H}{\partial y} \right)_{y=0} dx,$$

ограничение на мощность системы охлаждения имеет вид (1.7) из [1]:

$$N = 2\pi \int_0^{x_k} r \cdot a v_w^2(x) dx.$$

3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ОПТИМИЗАЦИИ ТЕПЛОМАССООБМЕНА НА ПРОНИЦАЕМЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЯХ В ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

В качестве примера приводятся результаты вычислительного эксперимента по построению оптимального управления для случая обтекания сферического носка радиуса $R = 0,1$ м гиперзвуковым потоком ($M_\infty = 10$) равновесно диссоциирующего газа при $\bar{x}_k = 1$, $\tau_w = 0,25$ и параметрах стандартной атмосферы, соответствующих высоте $H = 10\,000$ м.

На рис. 1, 2 и 3 кривая 1 соответствует случаю постоянного вдува $m_{const}(\bar{x}) \equiv 0,3$; кривая 2 оптимальному управлению $m_{opt}(\bar{x})$.

Были проведены вычислительные эксперименты для различных значений мощности системы охлаждения, протяжённости участка вдува, безразмерной температуры поверхно-

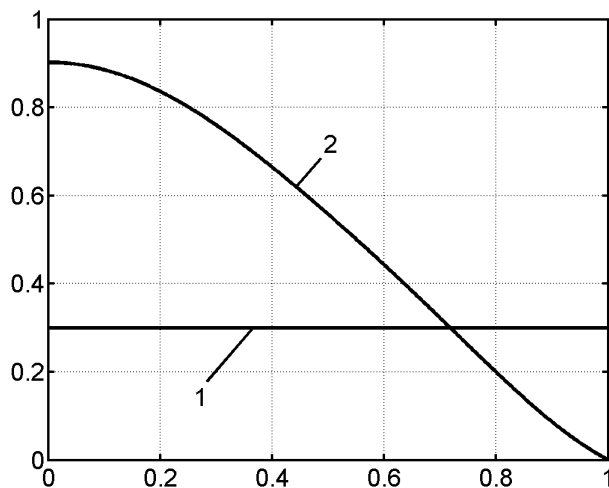


Рис. 1. Зависимость оптимальной скорости вдува от координаты

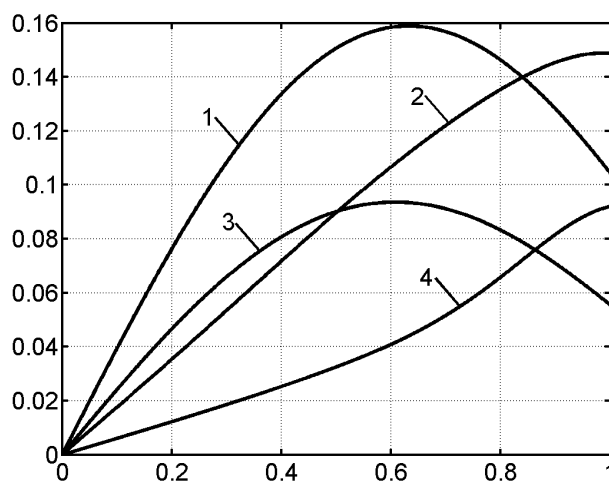


Рис. 2. Зависимость безразмерного локального теплового потока от координаты с учётом (кривые 1 и 2) и без учёта (кривые 3 и 4) эффекта диссоциации

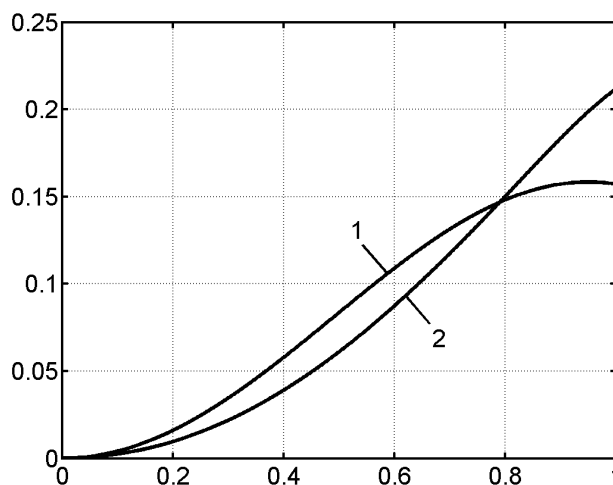


Рис. 3. Зависимость касательного напряжения трения от координаты

сти, напряжённости магнитного поля (в случае ионизированного газа), геометрических размеров летательного аппарата, высоты и скорости полёта.

Результаты проведённых вычислительных экспериментов полностью подтверждают выводы, сделанные в [1] для цилиндрических поверхностей. В частности:

1) с уменьшением температурного фактора τ_w выигрыш в значении интегрального теплового потока увеличивается (см. табл. 1);

2) с увеличением мощности системы охлаждения (при фиксированном температурном факторе) увеличивается выигрыш в значении функционала (см. табл. 1);

3) влияние эффекта диссоциации воздуха проявляется в существенном снижении выигрыша в значении интегрального теплового потока по сравнению с результатами, полученными по модели обтекания сферы потоком совершенного газа (см. рис. 2 и табл. 2).

Таблица 1

	$\tau_w = 0,25$	$\tau_w = 0,50$	$\tau_w = 0,75$
$m \equiv 0,1$	6,23 %	5,41 %	5,07 %
$m \equiv 0,2$	14,75 %	12,32 %	11,29 %
$m \equiv 0,3$	26,16 %	21,02 %	18,84 %

Таблица 2

M_∞	7	8	9	10	20	40
$\Delta Q_{сов}, \%$	43,23	43,48	43,65	43,78		
$\Delta Q_{дисс}, \%$	25,78	25,95	26,07	26,16	26,43	26,50

Следует особо отметить, что для тел вращения вклад электромагнитного поля в снижение суммарного теплового потока не велик по сравнению с массообменным способом теплозащиты (см. рис. 4), зато использование электромагнитного способа управления пограничным слоем позволяет существенно (по сравнению с цилиндрическими телами тех же радиусов) снизить значение суммарной силы ньютоновского трения (см. рис. 5).

Кроме того, при увеличении радиуса тела вращения (при фиксированном значении магнитного поля) выигрыш в значении теплового потока возрастает не сильно, тогда как сила трения значительно снижается (см. табл. 3).

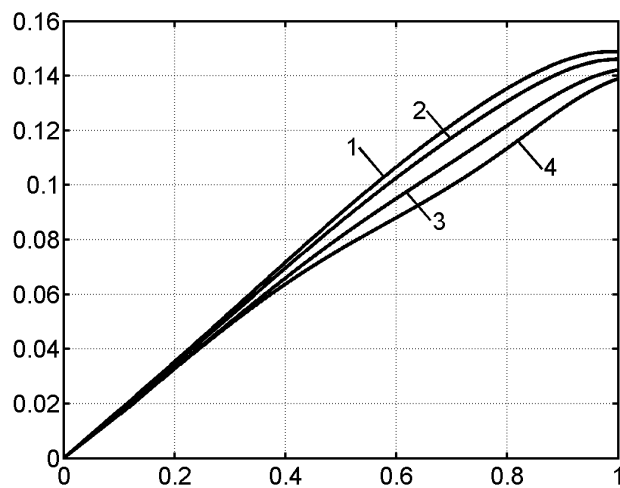


Рис. 4. Зависимость безразмерного локального теплового потока от координаты для $\sigma B_0^2 \in \{0; 10^4; 3 \cdot 10^4; 5 \cdot 10^4\}$ [Тл/Ом·м] при $M_\infty = 10$

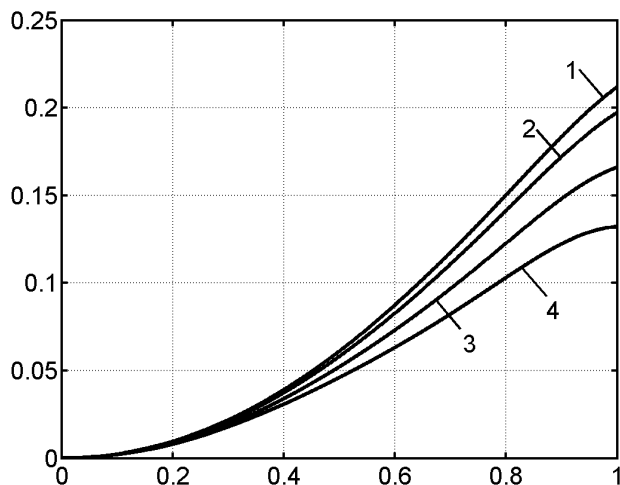


Рис. 5. Зависимость касательного напряжения трения от координаты для $\sigma B_0^2 \in \{0; 10^4; 3 \cdot 10^4; 5 \cdot 10^4\}$ [Тл/Ом·м] при $M_\infty = 10$

Таблица 3

$R, \text{ м}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$\Delta Q, \%$	26,96	27,72	28,38	28,93	29,32	29,53
$\Delta F_{тр}, \%$	6,20	7,16	8,30	9,65	11,24	13,08

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ результатов расчётов подтверждает вывод о необходимости учёта эффектов диссоциации и ионизации при оптимизации тепломассообмена на сферических поверхностях летательных аппаратов при гиперзвуковых режимах полёта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бильченко Н. Г.* Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полёта / *Н. Г. Бильченко* // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. – 2015. – № 1. – С. 83–94.

Бильченко Наталья Григорьевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры Инженерной экологии и рационального природопользования Института электроэнергетики и электроники Казанского государственного энергетического университета и доцент кафедры Математики факультета Информационных технологий университета управления ТИСБИ.

Тел.: +7-905-319-18-42

E-mail: bilchnat@gmail.com

Bilchenko N. G. – Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor of Department of Engineering Ecology and Rational Nature Use of Institute of Electroenergetics and Electronics of Kazan State Power Engineering University and Associate Professor of Department of Mathematics of Information Technologies Faculty of Management University TISBI.

Tel.: +7-905-319-18-42

E-mail: bilchnat@gmail.com