

ОБОБЩЁННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ КВАЗИДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ШУМА ЛИХТЕРА

В. И. Костылев, И. П. Гресь

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 29.09.2014 г.

Аннотация. Показано, что в случае обнаружения квазидетерминированного сигнала со случайной амплитудой на фоне шума Лихтера, обобщенный энергетический обнаружитель превосходит традиционный.

Ключевые слова: случайный сигнал; коррелированный шум; энергетический обнаружитель; шум Лихтера.

Annotation. It is shown that in the case of detection of a quazideterministic signal with random amplitude in the presence of the Likhter's noise the generalized energy detector is better than traditional.

Keywords: random signal; correlated noise; energy detector; Likhter's noise.

ВВЕДЕНИЕ

Энергетическое обнаружение является оптимальным по критерию Неймана-Пирсона для дискретных стационарных гауссовских сигналов с некоррелированными отсчётами, обнаруживаемых на фоне стационарного некоррелированного дискретного гауссовского белого шума (ГБШ). В классической статье [1] предложено использовать алгоритм обнаружения по энергии для обнаружения узкополосных детерминированных сигналов неизвестной формы. При этом предполагалось, что известны полоса частот обнаруживаемого детерминированного неизвестного сигнала и спектральная плотность мощности шума. В публикациях [2–4] авторами данной статьи проведён статистический анализ энергетического алгоритма обнаружения в более сложной и, как отмечалось другими авторами печатных работ, более реалистичной сигнальной обстановке.

Статья [5] посвящена исследованию эффективности энергетического обнаружителя

в условиях более сложной радиофизической обстановки: в ряде случаев помимо внутренних шумов радиоприемных устройств, описываемых моделью белого гауссовского шума, на практике могут присутствовать импульсные атмосферные и промышленные радиопомехи. Поэтому представляется интересным найти характеристики обнаружения сигналов на фоне негауссовских шумов. Примером такого шума может быть бигауссовская модель шума Лихтера. Эта модель предполагает, что поле атмосферных помех состоит из двух компонент: слабого шумового фона и отдельных редких импульсов. При этом поскольку в импульсной компоненте сосредоточена значительная доля энергии, она оказывает существенное влияние на прием и обработку сигналов.

Вместе с тем, цифровой энергетический приёмник суммирует возведённые во вторую степень отсчёты обрабатываемого сигнала, хотя современное состояние техники позволяет сделать эту степень любой. Назовём обобщённым энергетическим приёмником, суммирующим возведённые в произвольную степень p модули отсчётов обрабатываемого сигнала. Очевидно, что такой приёмник обобщает понятие энергетического приёма, по-

© Костылев В. И., Гресь И. П., 2014

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант №13-01-00773

сколькx в частном случае $p = 2$ оба приёмника одинаковы. Можно предположить, что при полезных сигналах, отличных от гауссовского, и сложных помехах, отличающихся от ГБШ, наилучшее (в смысле того или иного критерия) значение параметра p может отличаться от 2. Для некоторых частных задач эффективность обобщённого энергетического обнаружителя анализировалась в статьях [6–9]. При этом в статье [6] моделирование было проведено некорректно; это повлекло за собой ошибочные выводы, на что было указано в статье [7]. В [9] рассмотрено обобщённое энергетическое обнаружение неизвестного детерминированного сигнала на фоне шума Лихтера.

Целью данной работы является анализ эффективности обобщённого энергетического обнаружения квазидетерминированных сигналов, имеющих случайную амплитуду, на фоне шума, описываемого моделью Лихтера.

В работах [6–9] рассмотрен обобщённый энергетический обнаружитель, отличающийся от традиционного энергетического обнаружителя тем, что квадратор заменён в нём на блок, возводящий модуль отсчёта обрабатываемой реализации в произвольную положительную степень p . Следовательно, обобщённый энергетический обнаружитель описывается следующим правилом вынесения решения:

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{|y_k|}{\sqrt{D}} \right)^p \begin{matrix} > T, & H_1 \\ < T, & H_0 \end{matrix} \quad (1)$$

где y_k – отсчёты обрабатываемого сигнала, D – дисперсия шума, T – пороговый уровень, n – объём выборки обрабатываемого сигнала, H_1 и H_0 – гипотезы о наличии и отсутствии полезного сигнала, соответственно. Очевидно, что при $p = 2$ обобщённый энергетический обнаружитель превращается в традиционный энергетический обнаружитель. Для упрощения последующего анализа предположим, что дисперсия шума равна единице.

Известно [1–5], что как в случае обнаружения неизвестного детерминированного сигнала, так и в случае обнаружения сигнала со случайной амплитудой, эффективность обнаружения не зависит от формы обнаруживаемого сигнала; значение имеет только энергия последнего. Однако характеристики обобщённого энергетического обнаружителя не являются инвариантными к форме обнаруживаемого сигнала, поэтому конкретизируем вид обнаруживаемого сигнала: в качестве полезного сигнала будем рассматривать сигнал, реализации которого, соответствующие разным значениям амплитуды, показаны

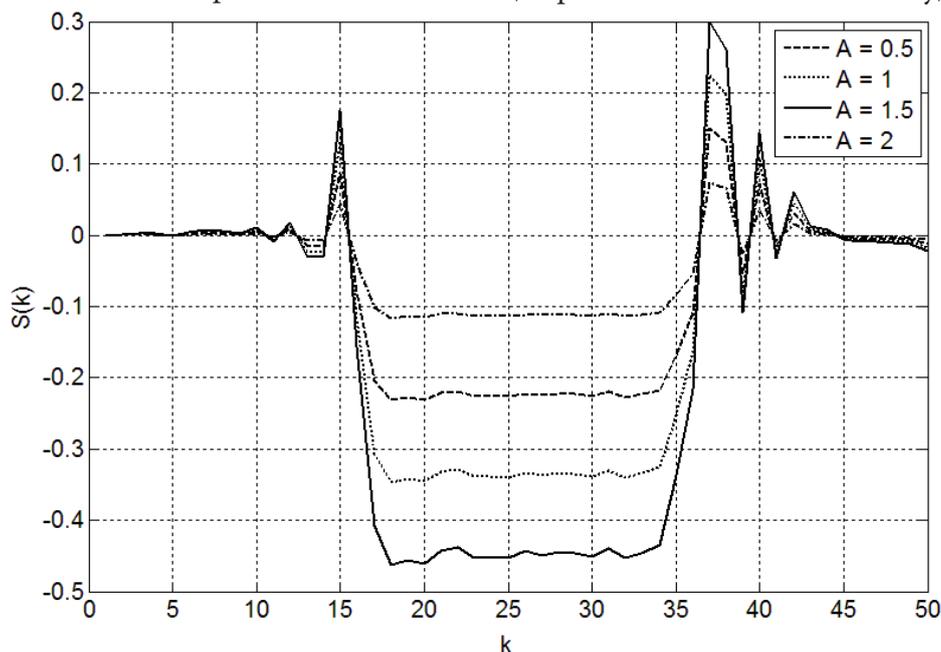


Рис. 1. Реализации обнаруживаемого сигнала при различных значениях амплитуды A

на рис. 1. Тем самым мы фактически зафиксируем объём обрабатываемой выборки, а именно, будем полагать в дальнейшем, что $n = 50$.

Будем характеризовать эффективность обобщённого энергетического обнаружителя с помощью вероятности правильного обнаружения P_D . Определим зависимость этой вероятности от параметра обобщённого энергетического обнаружителя, т.е. найдём зависимость $P_D(p)$ по формуле

$$\overline{P_D}(p) = \int_0^{\infty} P_D(p|A)W(A)dA. \quad (2)$$

Здесь $W(A)$ – плотность вероятности случайной амплитуды сигнала, $P_D(p|A)$ – вероятность правильного обнаружения детерминированного сигнала с амплитудой A .

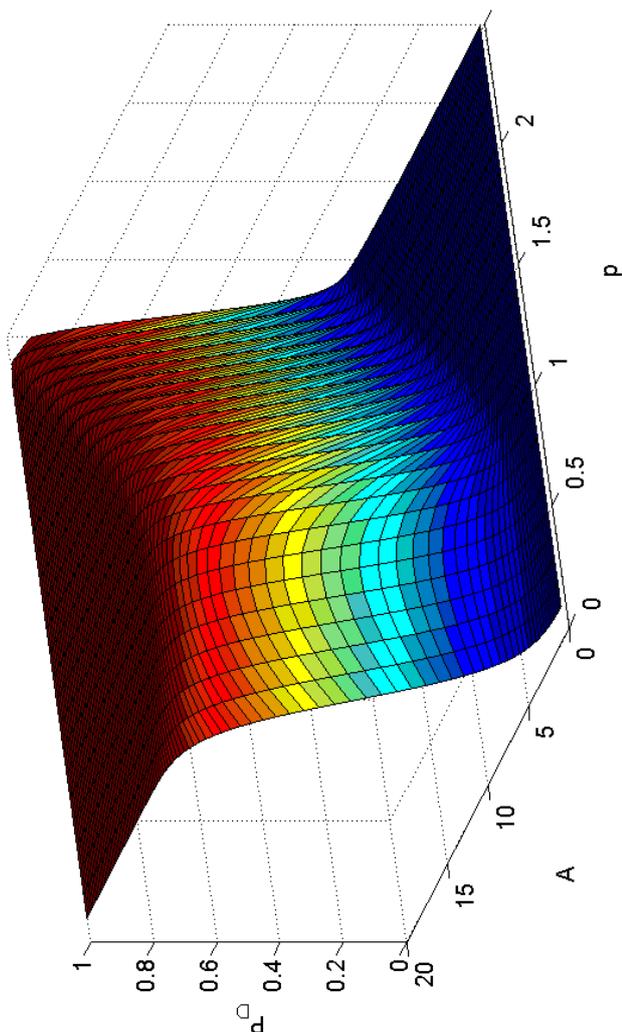


Рис. 2. Зависимость вероятности P_D правильного обнаружения от амплитуды сигнала A и показателя степени p

Согласно критерию Неймана-Пирсона величина порога T в формуле (1) определяется вероятностью ложной тревоги. Выберем последнюю равной 0,01. Тогда вероятность $P_D(p|A)$ может быть найдена с помощью статистического моделирования. Зависимость вероятности правильного обнаружения P_D от амплитуды A сигнала и показателя степени p , используемого в обобщённом энергетическом обнаружителе, представлена на рис. 2. А зависимость вероятности правильного обнаружения P_D от амплитуды A при фиксированных показателях степени p – на рис. 3.

Для расчета средней вероятности правильного обнаружения $\overline{P_D}(p)$ по формуле (2) представляется целесообразным аппроксимировать вероятность $P_D(p|A)$ как функцию амплитуды A некоторой непрерывной функцией. Анализ показал, что наиболее точная аппроксимация обеспечивается полигауссовской функцией восьмого порядка, а именно:

$$P_D(p|A) = \sum_{i=1}^8 a_i(p) \exp \left\{ - \left[\frac{A - b_i(p)}{c_i(p)} \right]^2 \right\}. \quad (3)$$

В качестве критерия точности аппроксимации (3) использовались такие характеристики как среднеквадратичная ошибка (RMSE) и сумма квадратов ошибки (SSE).

Были найдены коэффициенты a_i , b_i и c_i для набора значений параметра p от 0.1 до 2.5 с шагом 0.1.

На рис. 4 представлены вероятности правильного обнаружения P_D , полученные с помощью моделирования и их аппроксимации формулой (3). Значения параметров RMSE и SSE для показателей степени $p = 1$, $p = 1,5$ и $p = 2$ не превышают 0,001 – это объясняет хорошее согласование моделирования и аппроксимации, наблюдаемое на рис. 4.

Предположим теперь, что случайная амплитуда обнаруживаемого сигнала имеет распределение Накагами и плотность вероятности её имеет вид:

$$W(A) = \frac{2}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\omega} \right)^\mu A^{2\mu-1} \exp \left(- \frac{\mu}{\omega} A^2 \right). \quad (4)$$

Здесь $\Gamma()$ – гамма-функция, μ и ω – параметры распределения. Для некоторых кон-

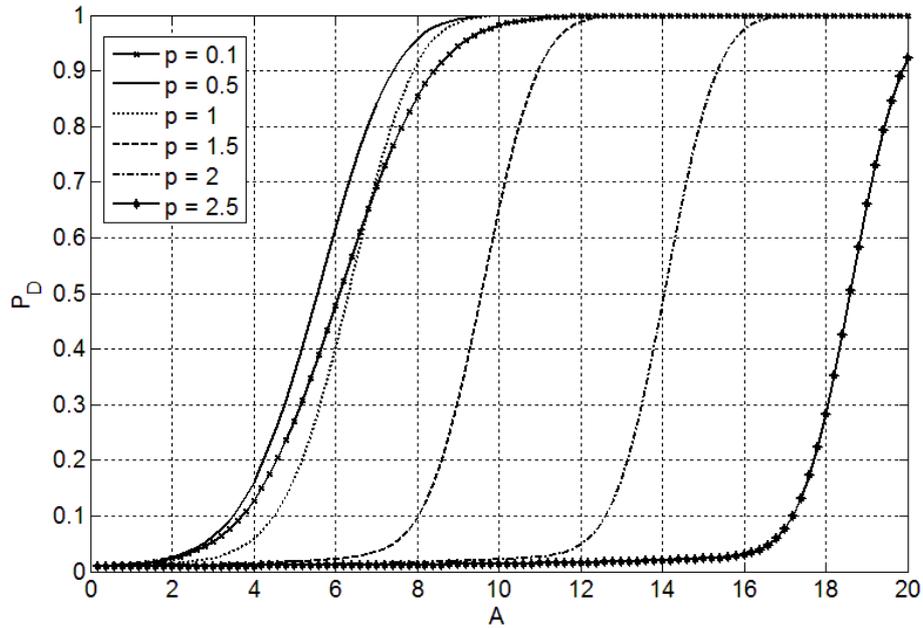


Рис. 3. Зависимость вероятности правильного обнаружения P_D от амплитуды A при фиксированных значениях показателя степени p

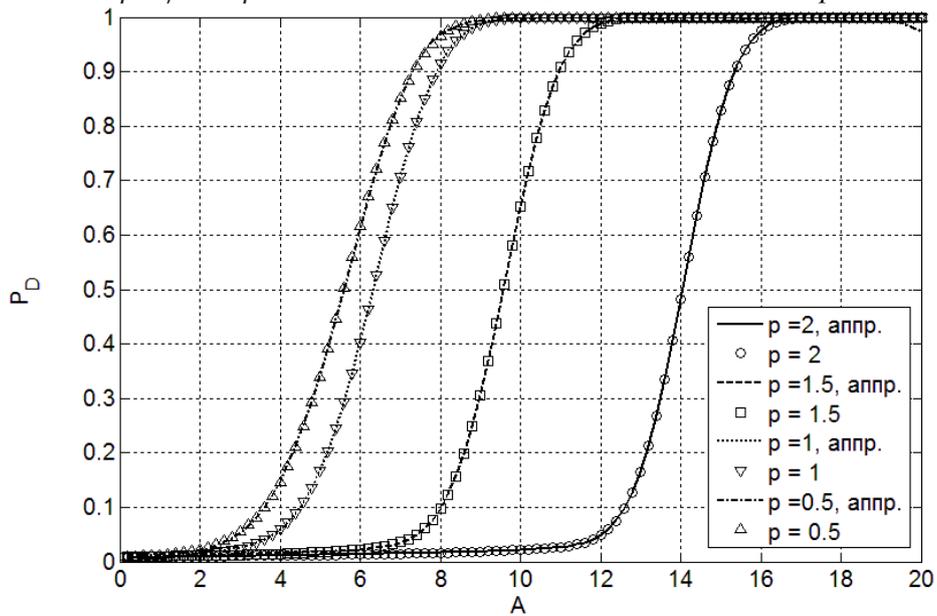


Рис. 4. Вероятности правильного обнаружения P_D , полученные с помощью моделирования и их аппроксимации $P_D(p|A)$ полигауссовской функцией

кретных значений параметров графики плотности распределения Накагами представлены на рис. 5.

Подставив (3) и (4) в формулу (2), можно получить выражение

$$\overline{P_D}(p) = \frac{2}{\Gamma(\omega)} \left(\frac{\mu}{\omega}\right)^\omega \int_0^\infty A^{2\mu-1} \exp\left(-\frac{\mu}{\omega} A^2\right) \times \times \sum_{i=1}^8 a_i(p) \exp\left\{-\left[\frac{A-b_i(p)}{c_i(p)}\right]^2\right\} dA. \quad (5)$$

Вычислив интеграл (5), можно построить графики зависимостей средней вероятности правильного обнаружения от показателя степени, $P_D(p)$, для разных параметров μ и ω . На рис. 6 представлена такая зависимость при тех же значениях параметров распределения амплитуды, что и на рис. 5, а именно, $\mu = 30$, $\omega = 30$; $\mu = 45$, $\omega = 35$; $\mu = 60$, $\omega = 40$. Рассчитать и построить аналогичные кривые для других значений параметров μ и ω не представляет принципиальной сложности.

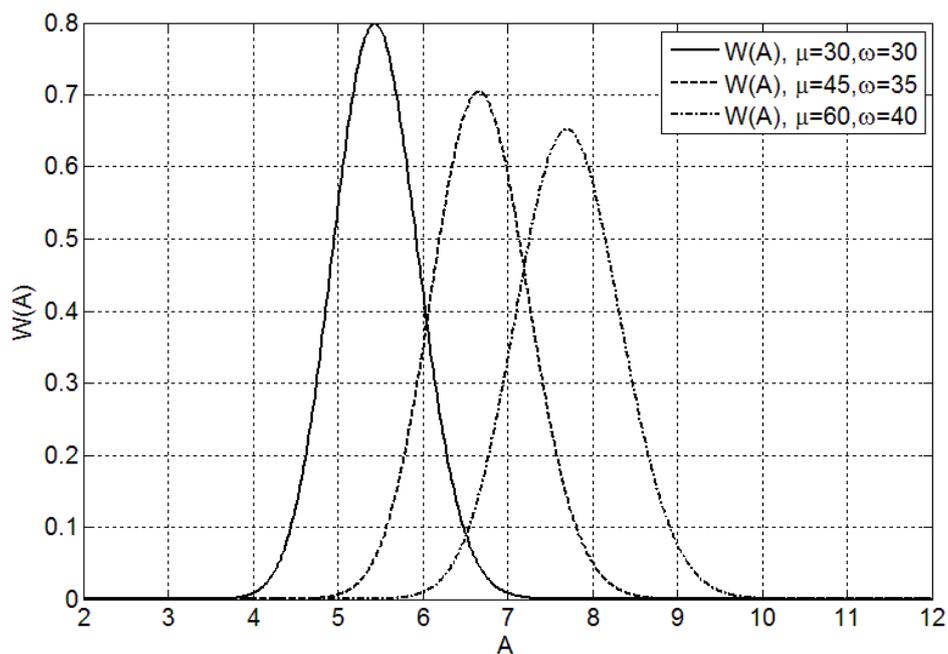


Рис. 5. Плотность вероятности распределения Накагами при $\mu = 30, \omega = 30$; $\mu = 45, \omega = 35$ и $\mu = 60, \omega = 40$

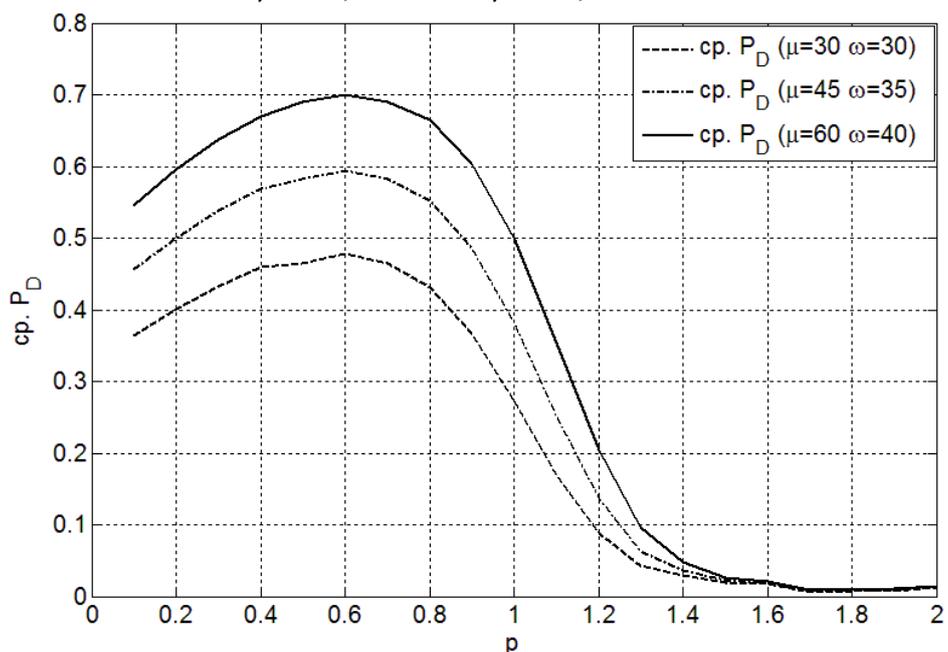


Рис. 6. Зависимость средней вероятности правильного обнаружения от показателя степени при $\mu = 30, \omega = 30$; $\mu = 45, \omega = 35$; $\mu = 60, \omega = 40$

Из хода кривых на рис. 6 видно, что оптимальное значение параметра p отнюдь не равно 2. Это означает, что в рассмотренном примере обобщённый энергетический обнаружитель может дать существенный выигрыш по сравнению с традиционным энергетическим обнаружителем.

Предположим теперь, что случайная амплитуда сигнала имеет распределение Райса и её плотность вероятности имеет следующий вид:

$$W(A) = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2 + \nu^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{A\nu}{\sigma^2}\right), \quad (6)$$

где σ и ν – параметры распределения, I_0 – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Для некоторых частных значений параметров графики плотности распределения Райса, рассчитанные по формуле (6), приведены на рис. 7.

С учётом (6) выражение (2) преобразуется в

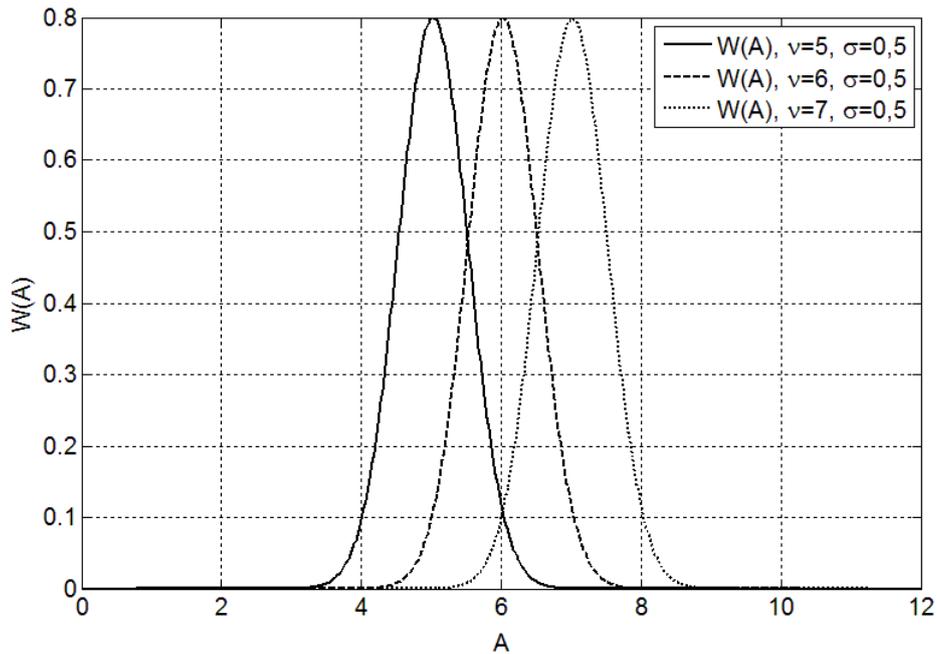


Рис. 7. Плотность вероятности распределения Райса при $\sigma = 0,5$, $\nu = 5$; $\sigma = 0,5$, $\nu = 6$ и $\sigma = 0,5$, $\nu = 7$

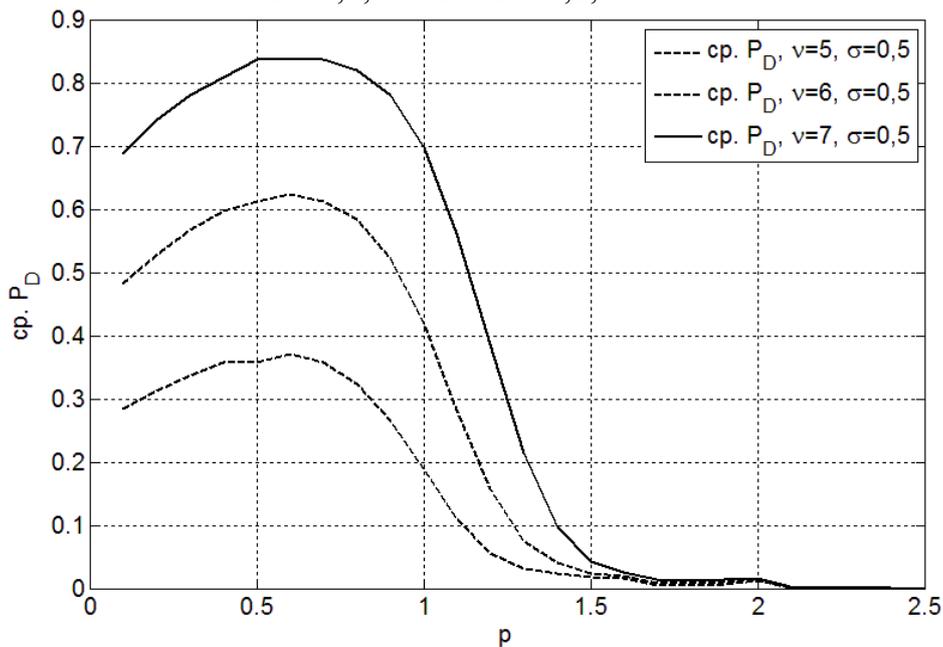


Рис. 8. Зависимость средней вероятности правильного обнаружения от показателя степени при $\sigma = 0,5$, $\nu = 5$; $\sigma = 0,5$, $\nu = 6$ и $\sigma = 0,5$, $\nu = 7$

$$\bar{P}_D(p) = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^\infty A \exp\left(-\frac{A^2 + \nu^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{A\nu}{\sigma^2}\right) \times \exp\left\{-\left[\frac{A - b_i(p)}{c_i(p)}\right]^2\right\} dA. \quad (7)$$

На рис. 8 представлена зависимость средней вероятности правильного обнаружения от показателя степени для случая распределе-

ния Райса. Как и в случае рис. 6, кривые, приведённые на рис. 8, достигают своих максимальных значений при значениях параметра p , далёких от $p = 2$.

Аналогичные результаты были получены и для случая релейской амплитуды.

Таким образом, в случае обнаружения квазидетерминированного сигнала со случайной амплитудой на фоне шума Лихтера,

обобщенный энергетический обнаружитель значительно превосходит традиционный. Наилучшее значение показателя степени p , в смысле наибольшей средней вероятности правильного обнаружения, лежит в пределах от 0,5 до 0,7 и зависит от вида закона распределения амплитуды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Urkowitz H.* Energy Detection of Unknown Deterministic signals // Proc. IEEE. – 1967. – vol. 55. – pp. 523–531.

2. *Костылев В. И.* Характеристики энергетического обнаружения квазидетерминированных радиосигналов // Известия ВУЗов. Радиофизика. – 2000. – Т. 43, № 10. – С. 926–932.

3. *Kostylev V. I.* Energy Detection of a Signal with Random Amplitude // Proc. IEEE Int. Conf. on Communication: ICC'02, 28 Apr. – 2 May 2002. N.Y.: IEEE. – 2002. – vol. 3. – P. 1606–1610.

4. *Костылев В. И.* Характеристики энергетического обнаружения квазидетерминированных радиосигналов с нерэлеевским распределением флуктуаций амплитуды // Известия ВУЗов. Радиофизика. – 2002. – Т. 45, № 5. – С. 450–457.

5. *Костылев В. И.* Характеристики энергетического обнаружения неизвестных радиосигналов на фоне шума Лихтера [Текст] / В. И. Костылев, М. П. Сличенко // Известия ВУЗов. Радиофизика. – 2008. – т. 51, № 10. – С. 889–898.

6. *Chen Y.* Improved Energy Detector for Random Signals in Gaussian Noise –, IEEE Transactions on Wireless Communications, Feb., 2010. – v. 9, p. 558–563.

7. *Костылев В. И., Гресь И. П.* Обобщенное энергетическое обнаружение случайного гауссовского сигнала в гауссовском коррелированном шуме // Вестник ВИ МВД РФ. – 2013.

8. *Eghbali Y., Hassani H., Koohian A., Ahmadian-Attari M.* Improved Energy Detector for Wideband Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks // Radioengineering, 2014. – V. 23. – N. 1, – P. 430.

9. *Костылев В. И.* Обобщенное энергетическое обнаружение неизвестных детерминированных сигналов на фоне шума Лихтера / В. И. Костылев, И. П. Гресь // Вестник Воронежского государственного университета. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – Воронеж, 2014. – № 3.

Костылев Владимир Иванович – заведующий кафедрой технической кибернетики и автоматического регулирования, доктор физико-математических наук, профессор, Воронежский государственный университет.
Тел.: (920) 453-17-72
E-mail: kostylev@amm.vsu.ru

Kostylev Vladimir Ivanovich – Head of the Department of Technical Cybernetics and Automatic Control, Doctor of physical and mathematical sciences, professor, Voronezh State University.
Tel.: (920) 453-17-72

Гресь Иван Павлович – преподаватель кафедры технической кибернетики и автоматического регулирования, магистр, Воронежский государственный университет.
Тел.: (920) 453-17-72
E-mail: ivan_gres@mail.ru

Gres Ivan Pavlovich – Tutor of the Department of Technical Cybernetics and Automatic Control, Master, Voronezh State University.
Tel.: (920) 453-17-72.