УДК 621.395

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ В УСЛОВИЯХ ЛОЖНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

А. Ю. Иванков, А. А. Сирота

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 15.09.2014 г.

Аннотация. Проведён синтез и анализа алгоритмов построения сверхразрешения изображений в условиях возникновения на изображениях локальных областей закрытия случайной формы. В основе алгоритмов лежат методы оптимальной фильтрации в блочной форме. Представлены результаты работы алгоритмов в различных условиях.
Ключевые слова: обработка изображений, сверхразрешение, фильтр Калмана.
Annotation. Synthesis and analysis of super resolution image reconstruction algorithms in conditions of appearing local occlusion areas with random shape are carried out. Algorithms are based on optimal filtration methods in block form. The results of the algorithms in different conditions are represented.
Keywords: image processing, superresolution, Kalman filtering.

ВВЕДЕНИЕ

Для эффективной работы многих систем обработки информации требуются изображения с высоким разрешением (ВР), которые обеспечивают требуемый уровень детализации сцен (например, для успешной работы алгоритмов распознавания образов). В системах анализа изображений получаемые графические данные нередко подвержены влиянию различных ограничений и воздействию аддитивных и аппликативных помех (затенение объектов, возникновение пораженных участков изображений и аномальных наблюдений). Существуют способы уменьшить воздействие мешающих факторов за счет накопления информации путем обработки нескольких изображений интересующей сцены. Алгоритмы сверхразрешения (СР) [1–5] позволяют воспроизвести одно изображение с высоким разрешением из серии изображений с низким разрешением (НР) при наличии между изображениями НР дробных пиксельных смещений (не кратных одному пикселю НР). Но подобные алгоритмы не учитывают влияния аномальных воздействий и, прежде всего, наличия аппликативных помех в процессе получения наблюдений.

Одним из фундаментальных теоретических методов синтеза систем, работающих в условиях помеховой обстановки, является марковская теория оптимальной фильтрации [6–10]. Распространение данной теории на случай независимого поступления аномальных наблюдений на вход алгоритмов рекуррентной фильтрации продемонстрировано в работах [10, 11]. В этом плане эффективным подходом построения сверхразрешения изображений, позволяющим получить оптимальную оценку изображения интересующего объекта по совокупности наблюдений НР, представляется использование алгоритмов калмановского типа [3–11]. Однако применительно к задаче сверхразрешения главной проблемой при реализации фильтра Калмана является большая размерность обрабатываемых матриц, вычисляемых и обращаемых в процессе реализуемой обработки, что приводит к перерасходу используемых вычислительных ресурсов и возникновению случаев расходимости. Одним из способов сокращения объёма вычислений является блочная обработка изображений в процессе фильтрации [4, 5], что далее рассматривается в данной работе. Далее будут рассмотрены алгоритмы, основанные на модели, учитывающей изменение пространства состояний и наблюдений, связанных с возникновением различного рода аномальных воздействий, что позволит осуществлять обработку изображений в условиях ложных наблюдений. Будут представлены результаты как для фильтра Калмана в классической форме, так и для блочного алгоритма фильтрации.

Модель изображения. Рассмотрим случайный процесс $\boldsymbol{X}=\{\boldsymbol{x}_k\}$ в дискретном времени, который можно считать последовательностью случайных векторов $\boldsymbol{x}_k$, где номер $k=\overline{1,K}$ интерпретируется как дискретное время. Последовательность $\boldsymbol{x}_k$ представляет серию анализируемых изображений объекта с ВР, размером $L\times L$. Для удобства последующего анализа каждое изображение представлено как одномерный вектор, полученный после развертки исходной матрицы изображения по столбцам. Модель состояний анализируемой сцены удовлетворяет следующему уравнению:

$$\boldsymbol{x}_{k+1}=\boldsymbol{F}_k\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{G}_k\boldsymbol{u}_k, \qquad (1)$$

где $\boldsymbol{x}_{k+1}$ изображение ВР, полученное из предыдущего изображения $\boldsymbol{x}_k$ за счёт перемещения камеры и/или объекта в процессе получения изображений; $\boldsymbol{F}_k$ – матрица сдвига размером $L^2\times L^2$, характеризующая геометрические взаимные деформации (смещения) изображений; $\boldsymbol{u}_k$ – гауссовский шум ($\mathrm{M}[\boldsymbol{u}_k]=0;\ \mathrm{M}[\boldsymbol{u}_k\boldsymbol{u}_k^T]=\boldsymbol{Q}_k=\sigma_k^{(Q)2}\boldsymbol{I}$), $\boldsymbol{G}_k=\boldsymbol{I}$.

Наблюдению доступен процесс $\boldsymbol{Y}=\{\boldsymbol{y}_k\}$, связанный с процессом $\{\boldsymbol{x}_k\}$ некоторым оператором связи (оператором децимации) $\boldsymbol{H}_k$, характеризующим измерительно-регистрирующую систему. Последовательность $\boldsymbol{y}_k$ является серией изображений НР, имеющих размер $M\times M$ пикселей $(L>M)$. Модель наблюдений имеет вид

$$\boldsymbol{y}_k=\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{v}_k, \qquad (2)$$

где $\boldsymbol{y}_k$ – изображение НР; $\boldsymbol{x}_k$ – изображение ВР, из которого производится $\boldsymbol{y}_k$; $\boldsymbol{H}_k$ – матрица децимации размером $M^2\times L^2$; $\boldsymbol{v}_k$ – вектор аддитивного гауссовского шума ($\mathrm{M}[\boldsymbol{v}_k]=0;\ \mathrm{M}[\boldsymbol{v}_k\boldsymbol{v}_k^T]=\boldsymbol{R}_k=\sigma_k^{(R)2}\boldsymbol{I}$)

Задача восстановления заключается в определении возможно более близких по выбранному критерию оценок значений не наблюдаемого процесса $\boldsymbol{X}=\{\boldsymbol{x}_k\}$ по полученной совокупности наблюдений $\boldsymbol{Y}=\{\boldsymbol{y}_k\}$. Под восстановлением параметров процесса понимается оценивание их при заданной модели наблюдений.

Следует отметить, что матрицы $\boldsymbol{H}_k$, $\boldsymbol{F}_k$, $\boldsymbol{G}_k$, $\boldsymbol{R}_k$ и $\boldsymbol{Q}_k$, определяющие систему пространства состояний, считаются известными. В данной работе предполагается глобальный характер смещений между соседними изображениями, что означает одинаковую величину смещений для всех пикселей одного изображения (соответствует перемещению камеры относительно сцены).

Матрица сдвига $\boldsymbol{F}_k$ имеет структуру, обусловленную ядром фильтра для интерполяции изображения $\boldsymbol{\lambda}_k=\left\|\lambda_{p,q}^{(k)}\right\|$, в результате свертки с которым исходного изображения получается смещённое изображение:

$$\boldsymbol{F}_k=\left\|f_{r,t}^{(k)}\right\|;\ \boldsymbol{\lambda}_k=\left\|\lambda_{p,q}^{(k)}\right\|;$$

$$f_{r,t}^{(k)}=\begin{cases}\lambda_{p,q}^{(k)},\\ \quad r=(j-1)L+i,\ t=(j+n)L+i+m,\\ \quad 0<i+m\le L,\ 0<j+n<L;\\ 0,\ r\ne(j-1)L+i,\ t\ne(j+n)L+i+m,\\ \quad 0<i+m\le L,\ 0<j+n<L,\end{cases} \qquad (3)$$

где $i=\overline{1,L}$, $j=\overline{1,L}$, $p=\overline{1,N_\lambda}$, $q=\overline{1,N_\lambda}$, $m=p-(N_\lambda+1)/2$, $n=q-(N_\lambda+3)/2$; матрица фильтра $\boldsymbol{\lambda}_k$ имеет размер $N_\lambda\times N_\lambda$, N_λ – нечётное число.

Матрица децимации $\boldsymbol{H}_k$ имеет похожую структуру. В случае если $L/M=\mu$ и μ целое число, то:

$$\boldsymbol{H}_k=\left\|h_{r,t}^{(k)}\right\|;\ \boldsymbol{\theta}_k=\left\|\theta_{p,q}^{(k)}\right\|;$$

$$h_{r,t}^{(k)}=\begin{cases}\theta_{p,q}^{(k)},\\ \quad r=(j-1)M+i,\ t=(\bar{j}+n)L+\bar{i}+m,\\ \quad 0<\bar{i}+m\le L,\ 0<\bar{j}+n<L;\\ 0,\ r\ne(j-1)M+i,\ t\ne(\bar{j}+n)L+\bar{i}+m,\\ \quad 0<\bar{i}+m\le L,\ 0<\bar{j}+n<L,\end{cases} \qquad (4)$$

где $i=\overline{1,M}$; $j=\overline{1,M}$; $p=\overline{1,N_\theta}$; $q=\overline{1,N_\theta}$; $m=p-(N_\theta+1)/2$; $n=q-(N_\theta+3)/2$; $\bar{i}=\lceil(i-0.5)\cdot\mu\rceil$; $\bar{j}=\lceil(j-0.5)\cdot\mu\rceil$. Оператор $\lceil\cdot\rceil$ означает округление до ближайшего целого в большую сторону. Ядро фильтра $\boldsymbol{\theta}_k$ размером $N_\theta \times N_\theta$ (N_θ – нечётное число) характеризует функцию рассеяния точки (ФРТ) датчика камеры. В $\boldsymbol{\theta}_k$ так же следует учитывать весовые коэффициенты интерполяции соседних пикселей в случае, если μ не является целым.

При возникновении аномальных измерений в процессе наблюдения, модель наблюдений (2) перестаёт соответствовать реальной ситуации, что приводит к резкому снижению эффективности калмановской фильтрации. Существо аномальных эффектов в моделях наблюдений состоит в том, что в последовательности $\boldsymbol{y}_k$ отдельные компоненты изображений НР в заранее неизвестные моменты времени выпадают из рассмотрения, причём сам факт пропуска может быть зафиксирован наблюдающей стороной лишь с некоторой вероятностью. В данной работе рассматривается случай, в котором при «пропадании» отдельных компонентов полезных наблюдений, происходит их замещение ложными наблюдениями, не несущими полезной информации об анализируемых объектах, например в ситуации закрытия на снимках оцениваемого объекта посторонним объектом. При этом отсутствует возможность однозначно определить, является ли объект посторонним или нет.

Модель наблюдений, ориентированная на ситуацию, в которой ложные наблюдения появляются одновременно не во всех компонентах вектора $\boldsymbol{y}_k$, а лишь в отдельных его элементах, имеет вид [11]

$$\boldsymbol{y}_k = \boldsymbol{A}_k\left(\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{v}_k\right) + \boldsymbol{B}_k\left(\tilde{\boldsymbol{z}}_{k|k-1} + \boldsymbol{w}_k\right),$$

$$\boldsymbol{A}_k = \begin{bmatrix} a_{k1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & a_{kM^2} \end{bmatrix},\ \boldsymbol{B}_k = \begin{bmatrix} b_{k1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & b_{kM^2} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\boldsymbol{A}_k + \boldsymbol{B}_k = \boldsymbol{I}, \quad k = \overline{1,K},$$

где $\boldsymbol{I}$ – единичная матрица; $\boldsymbol{A}_k$, $\boldsymbol{B}_k$ – диагональные матрицы со случайными ненаблюдаемыми элементами a_{kl}, b_{kl}, принимающими значения ноль или единица в случае получения от l-го датчика $\left(l = \overline{1,M^2}\right)$ полезной $\left(a_{kl} = 1\right)$ или ложной $\left(b_{kl} = 1\right)$ компоненты результирующего изображения НР; $\tilde{\boldsymbol{z}}_{k|k-1}$ – вектор экстраполированной на момент времени t_k оценки ложного наблюдения; $\boldsymbol{v}_k$ – вектор аддитивного гауссовского шума с параметрами $\mathrm{M}\left[\boldsymbol{v}_k\right] = 0$, $\mathrm{M}\left[\boldsymbol{v}_k\boldsymbol{v}_k^{\mathrm{T}}\right] = \boldsymbol{R}_k$; $\boldsymbol{w}_k$ вектор, описывающий отклонение возникающих ложных наблюдений относительно вектора $\tilde{\boldsymbol{z}}_{k|k-1}$, в общем случае, не являющийся гауссовским, с параметрами $\mathrm{M}\left[\boldsymbol{w}_k\right] = 0$, $\mathrm{M}\left[\boldsymbol{w}_k\boldsymbol{w}_k^{\mathrm{T}}\right] = \boldsymbol{S}_k$. Далее предполагается, что элементы матриц $\boldsymbol{A}_k$ и $\boldsymbol{B}_k$ не коррелированны с элементами матриц $\boldsymbol{v}_k\boldsymbol{v}_k^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{u}_k\boldsymbol{u}_k^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{w}_k\boldsymbol{w}_k^{\mathrm{T}}$. Для дальнейшего синтеза оптимального фильтра потребуется задание матриц математического ожидания $\boldsymbol{P}_{Ak} = \mathrm{M}\left[\boldsymbol{A}_k\right]$, $\boldsymbol{P}_{Bk} = \mathrm{M}\left[\boldsymbol{B}_k\right]$, $\boldsymbol{P}_{Ak} + \boldsymbol{P}_{Bk} = \boldsymbol{I}$. Диагональные элементы этих матриц содержат вероятности единичных значений $p_{akl} = \mathrm{M}\left[a_{kl}\right]$, $p_{bkl} = \mathrm{M}\left[b_{kl}\right]$, $l = \overline{1,M^2}$.

Оптимальный линейный фильтр. Синтез оптимального в классе линейных фильтра опирается на теорему о нормальной корреляции и лемму о возможности распространения результатов теоремы на случай негауссовского характера распределения входящих в уравнения состояний и наблюдений случайных величин. При этом оптимальная (в классе линейных) оценка $\tilde{\boldsymbol{x}}_{k+1|k}$ изображения $\boldsymbol{x}_{k+1}$ определяется выражениями [11]

$$\begin{gathered}
\tilde{\boldsymbol{x}}_{k+1|k} = \boldsymbol{F}_k\left[\tilde{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} + \tilde{\boldsymbol{W}}_k\left(\boldsymbol{y}_k - \tilde{\boldsymbol{y}}_{k|k-1}\right)\right], \\
\tilde{\boldsymbol{y}}_{k|k-1} = \boldsymbol{P}_{Ak}\boldsymbol{H}_k\tilde{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} + \boldsymbol{P}_{Bk}\tilde{\boldsymbol{z}}_{k|k-1}, \\
\tilde{\boldsymbol{W}}_k = \tilde{\boldsymbol{V}}_k\tilde{\boldsymbol{U}}_k^{-1},\ \tilde{\boldsymbol{V}}_k = \mathrm{M}\left[\boldsymbol{\varepsilon}_k\tilde{\boldsymbol{v}}_k^{\mathrm{T}}\right], \\
\tilde{\boldsymbol{U}}_k = \mathrm{M}\left[\tilde{\boldsymbol{v}}_k\tilde{\boldsymbol{v}}_k^{\mathrm{T}}\right] = \sum_{e=1}^{4}\tilde{\boldsymbol{U}}_k^{(e)}, \\
\boldsymbol{P}_{k+1|k} = \mathrm{M}\left[\boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}\boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}^{\mathrm{T}}\right] = \\
= \boldsymbol{F}_k\left[\boldsymbol{P}_{k|k-1} - \tilde{\boldsymbol{V}}_k\tilde{\boldsymbol{U}}_k^{-1}\tilde{\boldsymbol{V}}_k^{\mathrm{T}}\right]\boldsymbol{F}_k^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{G}_k\boldsymbol{Q}_k\boldsymbol{G}_k^{\mathrm{T}}, \\
\boldsymbol{\varepsilon}_k = \boldsymbol{x}_k - \tilde{\boldsymbol{x}}_{k|k-1},\ \tilde{\boldsymbol{v}}_k = \boldsymbol{y}_k - \tilde{\boldsymbol{y}}_{k|k-1},\ \tilde{\boldsymbol{x}}_{1|0} = \boldsymbol{x}_{1|0}.
\end{gathered} \quad (6)$$

Элементы матриц $\tilde{\boldsymbol{V}}_k = \left\|V_{klm}\right\|$ и $\tilde{\boldsymbol{U}}_k^{(n)} = \left\|U_{klm}^{(n)}\right\|$, $l = \overline{1,M^2}$, $m = \overline{1,M^2}$, $n = \overline{1,4}$, имеют следующий вид

$$V_{klm} = p_{akm}\,\mathrm{M}\left[\varepsilon_{kl}\mu_{km}\right],\ \tilde{\boldsymbol{V}}_k = \boldsymbol{P}_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{Ak} = \left\|V_{klm}\right\|,$$

$$U_k^{(1)} = p_{akl}p_{akm}r_{klm}^{(1)},\ r_{klm}^{(1)} = \mathrm{M}\left[\mu_{kl}\mu_{km}\right],$$

$$\left\|r_{klm}^{(1)}\right\| = \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}},$$

$$U_k^{(2)} = p_{aklm}r_{klm}^{(2)},\ r_{klm}^{(2)} = \mathrm{M}\left[v_{kl}v_{km}\right],\ \left\|r_{klm}^{(2)}\right\| = \boldsymbol{R}_k,$$

$$U_k^{(3)} = \left(p_{aklm} - p_{akl}p_{akm}\right) r_{klm}^{(3)}, \ \ r_{klm}^{(3)} = \mathrm{M}\left[\chi_{kl}\chi_{km}\right],$$
$$\left\| r_{klm}^{(3)} \right\| = \boldsymbol{P}_{zk}, \qquad (7)$$
$$U_k^{(4)} = p_{bklm} r_{klm}^{(4)}, \ \ r_{klm}^{(4)} = \mathrm{M}\left[w_{kl}w_{km}\right], \ \ \left\| r_{klm}^{(4)} \right\| = \boldsymbol{S}_k,$$
$$p_{aklm} = \mathrm{P}\left(a_{kl} = 1, a_{km} = 1\right),$$
$$p_{bklm} = \mathrm{P}\left(b_{kl} = 1, b_{km} = 1\right),$$
$$\boldsymbol{\mu}_{kl} = \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{x}_k - \boldsymbol{H}_k \tilde{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}, \ \ \boldsymbol{\chi}_{kl} = \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{x}_k - \tilde{z}_{k|k-1}.$$

При наличии полной коррелированности всех компонент наблюдений, то есть при $p_{akl} = \underline{p_{akm}} = p_{aklm} = p_{ak}$, $p_{bkl} = p_{bkm} = p_{bklm} = p_{bk}$, $l, m = 1, M^2$, выражения для матриц $\tilde{\boldsymbol{V}}_k$, $\tilde{\boldsymbol{U}}_k$ имеют вид [11]

$$\tilde{\boldsymbol{V}}_k = p_{ak} \boldsymbol{P}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}},$$
$$\tilde{\boldsymbol{U}}_k = p_{ak}^2 \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{P}_{k|k-1} \boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} + p_{ak} \boldsymbol{R}_k + p_{ak} p_{bk} \boldsymbol{P}_{zk} + p_{bk} \boldsymbol{S}_k. \qquad (8)$$

Главным преимуществом подобного фильтра является присутствие в выражении для весовой матрицы $\tilde{\boldsymbol{W}}_k$ безусловных матриц математического ожидания $\boldsymbol{P}_{Ak}$ и $\boldsymbol{P}_{Bk}$, что делает возможным предварительное вычисление матриц $\tilde{\boldsymbol{W}}_k$ для дальнейшего применения их в процедуре оценивания изображения ВР.

Проблема краевых эффектов. При наличии сложной структуры матриц сдвига и децимации в процессе оценивания изображения ВР $\boldsymbol{x}_k$ область, по которой вычисляются значения крайних точек изображения, может выходить за границы самого изображения, что приводит к возникновению краевых эффектов – перепадов яркости на краях изображения и накоплению ошибки в процессе обработки серии изображений. На рис. 1 сплошной линией представлен график ошибки восстановления $E(i)$ между центральной строкой исходного изображения ВР $\boldsymbol{x}_K$ и соответствующей строкой его оценки на последнем шаге $\tilde{\boldsymbol{x}}_{K|K}$, определяемой по формуле

$$E(i) = \frac{1}{L}\sqrt{\left(x_i^{(K)} - \tilde{x}_i^{(K|K)}\right)^2},$$
$$i = \left(\mathrm{round}\left(\frac{L}{2}\right) - 1\right)L + 1, \mathrm{round}\left(\frac{L}{2}\right)L,$$

где $x_i^{(K)}$ и $\tilde{x}_i^{(K)}$ i-тые пиксели векторов исходного ВР изображения и его оценки соответственно.

На графике видно, что ошибка резко возрастает на краях изображения. Решением данной проблемы [4, 5] является расширение области изображения (то есть вектора состояний) и соответствующее расширение всех матриц. Конкретно, предполагается расширение по краям исходного изображения ВР на величину

$$\Delta s = \frac{N_\lambda + N_\theta}{2} - 1 + \Delta s_l \mu, \ \ \mu = \frac{L}{M},$$

где N_λ, N_θ размеры масок фильтров $\boldsymbol{\lambda}_k$ и $\boldsymbol{\theta}_k$, определяющих структуры матриц $\boldsymbol{F}_k$ и $\boldsymbol{H}_k$ соответственно; Δs_l величина, на которую расширяется изображение НР $(\Delta s_l = 1)$.

Таким образом, расширенное изображение ВР имеет размер $\left[L^{(e)} \times L^{(e)}\right]$, $L^{(e)} = L + 2\Delta s$, изображение НР расширяется до размера $\left[M^{(e)} \times M^{(e)}\right]$, $M^{(e)} = M + 2\Delta s_l$. Матрицы, участвующие в обработке расширяются соответственно: $\boldsymbol{P}_{k|k}$, $\boldsymbol{P}_{k|k-1}$, $\boldsymbol{F}_k$ и $\boldsymbol{Q}_k$ имеют размер $\left[L^{(e)2} \times L^{(e)2}\right]$, $\boldsymbol{H}_k$ $\left[M^{(e)2} \times L^{(e)2}\right]$ и т.д. Значение новых элементов, за счёт которых происходит расширение вектора состояний,

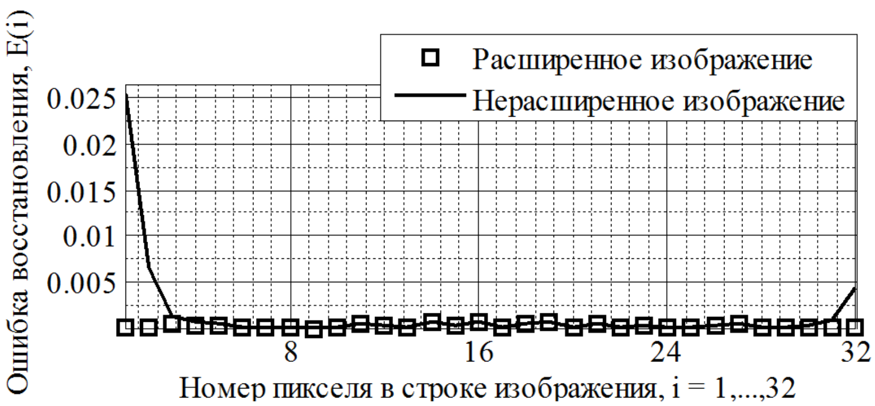

Рис. 1. График ошибок восстановления центральной строкой расширенного и нерасширенного изображения

определяется средним значением его элементов в начальный момент времени. В результате искусственного расширения изображения и «вырезания» его центральной части (размером $\left[L \times L\right]$) в конце обработки, удаётся избежать влияния краевых эффектов, что показано на рис. 1, где квадратными точками представлен график ошибки строки исходного и восстановленного изображения ВР с использованием расширения. Ошибка на краях строки изображения не возрастает.

Оптимальный линейный фильтр в блочной форме. Используя приём расширения векторов состояний системы, можно осуществить переход к описанию блочной формы моделей состояний и наблюдений. Организация блочной обработки основана на работе [4] и предполагает разбиение изображений на B перекрывающихся блоков по вертикали и горизонтали. Размер блока НР $\left[s_{bl}^{(e)} \times s_{bl}^{(e)}\right]$ ($s_{bl}^{(e)} = s_{bl} + 2\Delta s_l$, где $Bs_{bl} = M$; Δs_l ширина области перекрытия), размер блока ВР соответственно $\left[s_b^{(e)} \times s_b^{(e)}\right]$ ($s_b^{(e)} = s_b + 2\Delta s$, где $s_b = \mu s_{bl}$, $Bs_b = L$). В результате имеем возможность работать с B^2 цепочками блоков, как с отдельными изображениями, что позволяет распараллелить процесс обработки, проводя вычисления для каждой цепочки блоков параллельно. В итоге получается оценка ВР для каждой цепочки, из которой вырезается центральная часть размера $\left[s_b \times s_b\right]$ и помещается на результирующее изображение размера $\left[L \times L\right]$ на место соответствующего блока. Этот процесс показан на рис. 2.

Уравнения для обработки каждого блока оценки принимают вид

$$\begin{aligned}
&\tilde{\boldsymbol{x}}_{k+1|k}^{p,q} = \boldsymbol{F}_k^{p,q}\left[\tilde{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}^{p,q} + \tilde{\boldsymbol{W}}_k^{p,q}\left(\boldsymbol{y}_k^{p,q} - \tilde{\boldsymbol{y}}_{k|k-1}^{p,q}\right)\right],\\
&\tilde{\boldsymbol{W}}_k^{p,q} = \tilde{\boldsymbol{V}}_k^{p,q}\tilde{\boldsymbol{U}}_k^{p,q\,-1},\\
&\tilde{\boldsymbol{y}}_{k|k-1}^{p,q} = \boldsymbol{P}_{Ak}^{p,q}\boldsymbol{H}_k^{p,q}\tilde{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}^{p,q} + \boldsymbol{P}_{Bk}^{p,q}\tilde{\boldsymbol{z}}_{k|k-1}^{p,q},\\
&\tilde{\boldsymbol{V}}_k^{p,q} = \boldsymbol{P}_{k|k-1}^{p,q}\boldsymbol{H}_k^{p,q\,\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{Ak}^{p,q},\\
&\boldsymbol{P}_{k+1|k}^{p,q} = \boldsymbol{F}_k^{p,q}\left[\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{p,q} - \tilde{\boldsymbol{V}}_k^{p,q}\tilde{\boldsymbol{U}}_k^{p,q\,-1}\tilde{\boldsymbol{V}}_k^{p,q\,\mathrm{T}}\right]\boldsymbol{F}_k^{p,q\,\mathrm{T}} + \\
&\quad + \boldsymbol{G}_k^{p,q}\boldsymbol{Q}_k^{p,q}\boldsymbol{G}_k^{p,q\,\mathrm{T}},\\
&\tilde{\boldsymbol{U}}_k^{p,q} = \sum_{e=1}^{4}\tilde{\boldsymbol{U}}_k^{p,q\,(e)},\quad \tilde{\boldsymbol{x}}_{1|0} = \boldsymbol{x}_{1|0}.
\end{aligned} \tag{9}$$

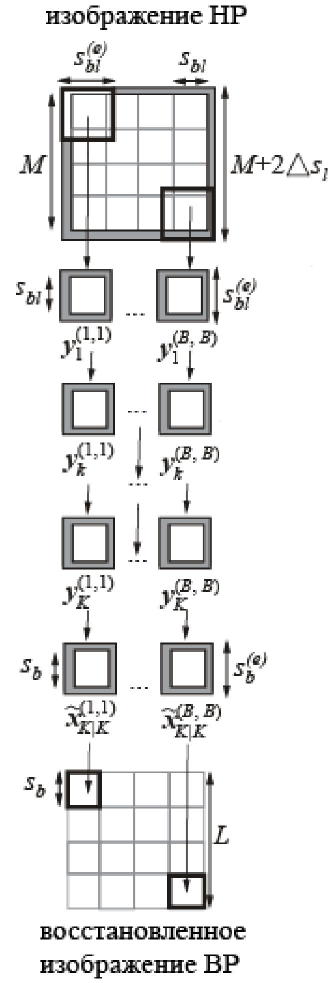

Рис. 2. Блочная обработка последовательности НР-изображений

Элементы матриц $\tilde{\boldsymbol{U}}_k^{p,q(n)} = \left\| U_{klm}^{(p,q)(n)} \right\|$, $l = \overline{1, s_{bl}^{(e)2}}$, $m = \overline{1, s_{bl}^{(e)2}}$, $n = \overline{1,4}$, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
&U_{klm}^{(p,q)(1)} = p_{akl}^{(p,q)} p_{akm}^{(p,q)} r_{klm}^{(p,q)(1)},\\
&\left\| r_{klm}^{(p,q)(1)} \right\| = \boldsymbol{H}_k^{p,q}\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{p,q}\boldsymbol{H}_k^{p,q\,\mathrm{T}},\\
&U_{klm}^{(p,q)(2)} = p_{aklm}^{(p,q)} r_{klm}^{(p,q)(2)},\quad \left\| r_{klm}^{(p,q)(2)} \right\| = \boldsymbol{R}_k^{p,q},\\
&U_{klm}^{(p,q)(3)} = \left(p_{aklm}^{(p,q)} - p_{akl}^{(p,q)} p_{akm}^{(p,q)}\right) r_{klm}^{(p,q)(3)},\\
&\left\| r_{klm}^{(p,q)(3)} \right\| = \boldsymbol{P}_{zk}^{p,q},\\
&U_{klm}^{(p,q)(4)} = p_{bklm}^{(p,q)} r_{klm}^{(p,q)(4)},\quad \left\| r_{klm}^{(p,q)(4)} \right\| = \boldsymbol{S}_k^{p,q},\\
&p_{aklm}^{(p,q)} = \mathrm{P}\left(a_{kl}^{(p,q)} = 1, a_{km}^{(p,q)} = 1\right),\\
&p_{bklm}^{(p,q)} = \mathrm{P}\left(b_{kl}^{(p,q)} = 1, b_{km}^{(p,q)} = 1\right).
\end{aligned} \tag{10}$$

При $p_{akl}^{(p,q)} = p_{akm}^{(p,q)} = p_{aklm}^{(p,q)} = p_{ak}$, $p_{bkl}^{(p,q)} = p_{bkm}^{(p,q)} = p_{bklm}^{(p,q)} = p_{bk}$, $l, m = \overline{1, s_{bl}^{(e)2}}$, выражения для матриц $\tilde{\boldsymbol{V}}_k$, $\tilde{\boldsymbol{U}}_k$ имеют вид

$$\begin{gathered}\tilde{V}_k^{p,q} = p_{ak} \boldsymbol{P}_{k|k-1}^{p,q} \boldsymbol{H}_k^{p,q\,\mathrm{T}}, \\ \tilde{\boldsymbol{U}}_k^{p,q} = p_{ak}^2 \boldsymbol{H}_k^{p,q} \boldsymbol{P}_{k|k-1}^{p,q} \boldsymbol{H}_k^{p,q\,\mathrm{T}} + p_{ak} \boldsymbol{R}_k^{p,q} + \\ + p_{ak} p_{bk} \boldsymbol{P}_{zk}^{p,q} + p_{bk} \boldsymbol{S}_k^{p,q}. \end{gathered} \tag{11}$$

Матрицы, участвующие в обработке расширяются соответственно: $\boldsymbol{P}_{k|k}^{p,q}$, $\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{p,q}$, $\boldsymbol{F}_k^{p,q}$ и $\boldsymbol{Q}_k^{p,q}$ имеют размер $\left[s_b^{(e)2} \times s_b^{(e)2}\right]$, $\boldsymbol{H}_k^{p,q}$ $\left[s_{bl}^{(e)2} \times s_b^{(e)2}\right]$, и т.д. Значение новых элементов, за счёт которых происходит расширение блоков вектора состояний, определяется средним значением его элементов в начальный момент времени.

Описание эксперимента. На рис. 3 показана средняя строка матрицы ковариации ошибки восстановления $\boldsymbol{P}_{K|K} = \mathrm{M}\left[\left(\boldsymbol{x}_c - \tilde{\boldsymbol{x}}_c\right)\left(\boldsymbol{x}_c - \tilde{\boldsymbol{x}}_c\right)^{\mathrm{T}}\right]$, рассчитанной теоретически по формулам (6)–(8) (на рис. 3 представлена сплошной линией), и её экспериментальной оценки (на рис. 3 представлена штриховой линией),

$$\boldsymbol{P}^{(T)} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \left[\left(\boldsymbol{x}_c^{(t)} - \tilde{\boldsymbol{x}}_c^{(t)}\right)\left(\boldsymbol{x}_c^{(t)} - \tilde{\boldsymbol{x}}_c^{(t)}\right)^{\mathrm{T}}\right], \quad T = 10000,$$

где $\boldsymbol{x}_c^{(t)}$, $\tilde{\boldsymbol{x}}_c^{(t)}$ развёрнутые в вектора центральные фрагменты исходного изображения ВР $\boldsymbol{x}_K$ и его оценки $\tilde{\boldsymbol{x}}_{K|K}$ по $K = 25$ изображениям НР, полученные в ходе t-той реализации эксперимента. Так же на рис. 3 продемонстрированы средние строки теоретической матрицы ковариации ошибки восстановления блочного алгоритма (на рис. 3 показана квадратными точками) и её экспериментальная оценка (представленная пунктирной линией).

В ходе каждой реализации генерируется $[L \times L]$, $(L = 32)$ случайное поле, из которого производятся $[M \times M]$ изображения, с разрешением, пониженным в 4 раза $(M = 8)$. Вероятности ложных наблюдений в данном случае равны нулю $\boldsymbol{A}_k = \boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{P}_{Ak} = \boldsymbol{I}$, $k = \overline{1, K}$. По завершении имитационного моделирования вычисляются матрицы ковариации ошибок восстановления для центральной части изображений, размером $[8 \times 8]$.

Как видно на рис. 3, алгоритм оптимальной фильтрации в классической и блочной форме показывают полное соответствие теоретической и практической оценок ковариации ошибки восстановления, что говорит об адекватности сформулированных моделей.

Для дальнейшего исследования алгоритмов в условиях ложных наблюдений требуется ввести модель формирования совокупности локальных пораженных участков. В [12] автором предложено локализацию этих участков определять заданием реализации дискретного случайного поля. Определим последовательность $\boldsymbol{\eta}_k$, каждый элемент которой является бинарным случайным полем, определяющим расположение локальных областей закрытия на изображении НР $\boldsymbol{y}_k$. Элементы случайного поля $\boldsymbol{\eta}_k$ принимают значения 1 или 0 в случае, соответственно, отсутствия или наличия неоднородности в данной точке. Далее рассматриваются два случая.

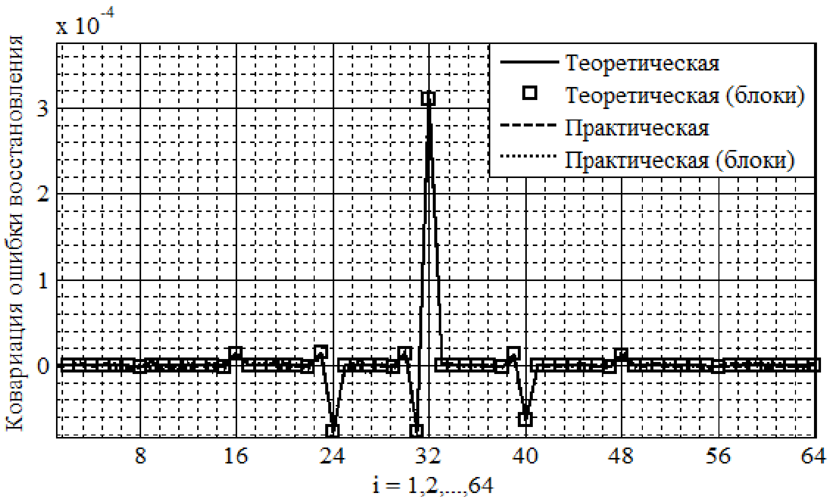

Рис. 3. Экспериментальные оценки строк матриц ковариации ошибки восстановления фрагмента изображения в сравнении с их теоретическими зависимостями

1. Ложные наблюдения возникают случайно и некоррелировано, что соответствует ситуации воздействия на наблюдаемое изображение импульсного шума;

2. Ложные наблюдения появляются случайно в виде пятен, или локальных областей закрытия (ЛОЗ).

Модель ЛОЗ представлена в виде пуассоновского потока пятен со случайной площадью и формой [12], так как позволяет путем несложной перестройки ее параметров изменять периодичность расположения, размеры и конфигурацию пропусков. В первом случае (импульсный шум) ЛОЗ имеют фиксированную площадь, равную единице. При этом $\boldsymbol{B}_k$ является диагональной матрицей, элементы диагонали которой равны элементам $\boldsymbol{\eta}_k$. Предполагается равновероятное возникновения неоднородности в каждой точке изображения, то есть $\boldsymbol{P}_{Bk} = p_{bk}\boldsymbol{I}$, $k = \overline{1, K}$.

В эксперименте используется модель шума «соль и перец», предполагается, что в случае возникновения неоднородности, пиксель изображения НР принимает с равной вероятностью значение 0 или 1. Таким образом, $\tilde{z}_{k|k-1} = 0.5$; $\boldsymbol{S}_k = 0.25 \cdot \boldsymbol{I}$; $\boldsymbol{P}_{zk} = \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{P}_{1|0} \boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}$; $k = \overline{1, K}$. Значения элементов матриц, участвующих в блочной обработке, соответствует вышеуказанным величинам. Обработка выполняется по формулам (6), (8) в классической форме, и по формулам (9), (11) в блочной форме.

Экспериментальные и теоретические оценки строки матрицы ковариации по 10000 реализаций экспериментов при $p_{bk} = 0.05$ представлены на рис. 4. В данном случае присутствует небольшое отклонение практических оценок матриц от их теоретических зависимостей.

Для рассмотрения второго случая (ложные наблюдения появляются случайно в форме ЛОЗ), требуется определить вероятности p_{aklm} и p_{bklm}, которые характеризуют площадь ЛОЗ, а затем применить формулы (6), (7) и, соответственно, (9), (10) для блочной обработки (рис. 5). Значения p_{aklm} и p_{bklm} могут быть вычислены теоретически [12] или на основе имитационного моделирования:

$$p_{bklm} = \frac{\sum_{i=1}^{M^{(e)}} \sum_{j=1}^{M^{(e)}} \left[\eta^{(t)}_{(j-1)M^{(e)}+i} - \bar{\eta}^{(t)}\right] \cdot \left[\eta^{(t)}_{(j-m-1)M^{(e)}+i-l} - \bar{\eta}^{(t)}\right]}{\sum_{i=1}^{M^{(e)}} \sum_{j=1}^{M^{(e)}} \left[\eta^{(t)}_{(j-1)M^{(e)}+i} - \bar{\eta}^{(t)}\right]^2},$$

$$p_{aklm} = \frac{\sum_{i=1}^{M^{(e)}} \sum_{j=1}^{M^{(e)}} \left[\eta^{neg(t)}_{(j-1)M^{(e)}+i} - \bar{\eta}^{neg(t)}\right] \cdot \left[\eta^{neg(t)}_{(j-m-1)M^{(e)}+i-l} - \bar{\eta}^{neg(t)}\right]}{\sum_{i=1}^{M^{(e)}} \sum_{j=1}^{M^{(e)}} \left[\eta^{neg(t)}_{(j-1)M^{(e)}+i} - \bar{\eta}^{neg(t)}\right]^2},$$

где $\eta^{(t)}_{(j-1)M^{(e)}+i}$ значение элемента t-той реализации случайного поля, используемого для проведения оценки, в точках (i, j) (при вертикальной развёртке), $i = \overline{1, M^{(e)}}$, $j = \overline{1, M^{(e)}}$; $\bar{\eta}^{(t)}$ выборочное среднее по участку размером $M^{(e)} \times M^{(e)}$ элементов; $\boldsymbol{\eta}_t^{neg} = 1 - \boldsymbol{\eta}_t$.

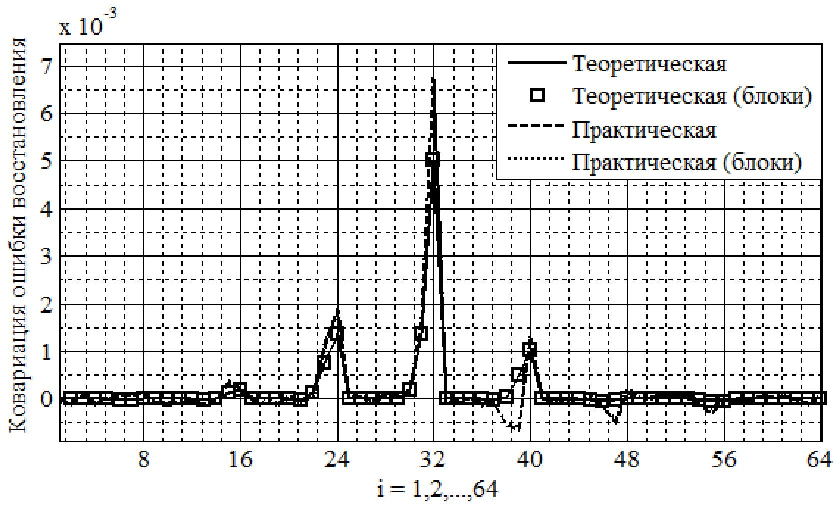

Рис. 4. Экспериментальные оценки строк матриц ковариации ошибки восстановления фрагмента изображения в сравнении с их теоретическими зависимостями в условиях шума «соль и перец»

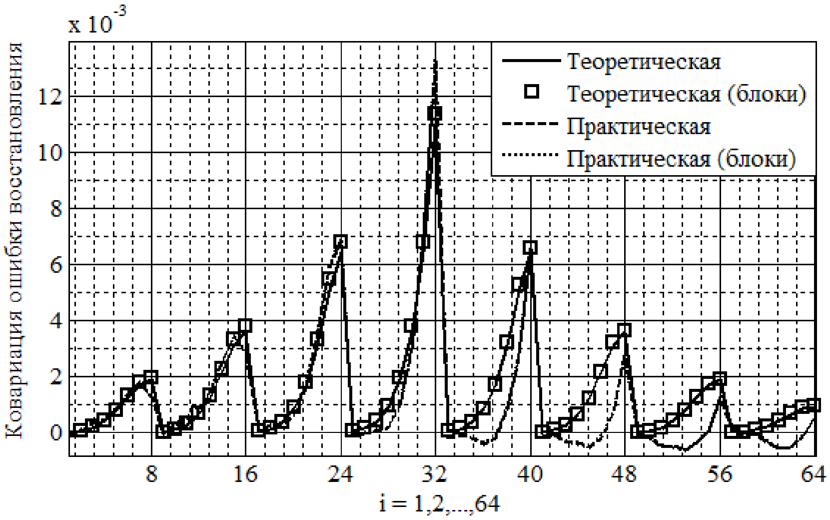

Рис. 5. Экспериментальные оценки строк матриц ковариации ошибки восстановления фрагмента изображения в сравнении с их теоретическими зависимостями в условиях возникновения ЛОЗ

а) б) в)

Рис. 6. Повышение разрешения в условиях импульсного шума: а) одно из обрабатываемых изображений НР; б) результат работы блочного оптимального линейного фильтра; в) оригинальное изображение ВР

а) б) в)

Рис. 7. Повышение разрешения при наличии ЛОЗ: а) одно из обрабатываемых изображений НР; б) результат работы блочного оптимального линейного фильтра; в) оригинальное изображение ВР

В ходе эксперимента генерируется $K = 25$ изображений НР размером 40×40 пикселей. Каждый элемент изображения НР подвержен воздействию аддитивного гауссовского шума с величиной СКО $\sigma_k^{(R)} = 0.05$, и с вероятностью $p_{bk} = 0.05$ подвержен воздействию возмущения (шум соль и перец). Осуществляется повышение разрешения в 4 раза, при этом используются блоки размером $[8\times 8]$ пикселей ВР (размер блока НР составляет $[2\times 2]$).

На рис. 6 представлены результаты работы блочной реализации оптимального линейного фильтра, в условиях наличия импульсного шума.

На рис. 7 представлены результаты работы оптимального линейного фильтра, в условиях возникновения ЛОЗ. Вероятность возникновения ЛОЗ составляет $p_{bk} = 0.0125$, их средняя площадь равна 10.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведен синтез и анализ оптимального линейного фильтра, способного проводить оценку изображений ВР по совокупности наблюдений НР в условиях ложных наблюдений. Продемонстрирована работа фильтра в условиях импульсного шума. За счет блочной обработки изображений сокращается размерность матриц, используемых при реализации алгоритма фильтрации. При этом появляется возможность параллельной обработки блоков одного изображения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Super-resolution image reconstruction: a technical overview / Sung Cheol Park [и др.] // Signal Processing Magazine, IEEE, 2003. – T. 20, №. 3. – С. 21–36.

2. *Elad M.* Super-resolution reconstruction of continuous image sequences / M. Elad, A. Feuer // International Conference on Image Processing (ICIP 99), 1999. – Т. 3. – С. 459–463.

3. Elad M. Super-resolution reconstruction of continuous image sequences: adaptive filtering approach / M. Elad, A. Feuer // Image Processing, IEEE Transactions on, 1999. – Т. 8, №. 3. – С. 387–395.

4. *Иванков А. Ю.* Блочный алгоритм построения сверхразрешения изображений с использованием фильтра Калмана / А. А. Сирота, А. Ю. Иванков // Вестник Воронежского Государственного Университета, серия Системный Анализ и Информационные технологии. – Воронеж : 2012. – № 2. – С. 135–142.

5. *Иванков А. Ю.* Блочные алгоритмы обработки изображений на основе фильтра Калмана в задаче построения сверхразрешения / А. Ю. Иванков, А. А. Сирота // Компьютерная оптика, 2014. – Т 38, №1. – С. 118–126.

6. *Kalman R. E.* New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems / R. E. Kalman // Trans. ASME. J. Basic Engineering. – 1960. – vol. 82D. March. – pp. 34–45.

7. *Kalman R. E.* New Results in Linear Filtering and Prediction Theory / R. E. Kalman, R. S. Bucy // Trans. ASME. J. Basic Engineering, – 1961. – vol. 83D. March. – pp. 95–108.

8. *Тихонов В. И.* Марковские процессы / В. И. Тихонов, М. А. Миронов. – М. : Сов. Радио, 1977. – 488 с.

9. *Тихонов В. И.* Оптимальный прием сигналов / В. И. Тихонов. – М. : Радио и связь, 1983. – 319 с.

10. *Малютин Ю. М.* Применение ЭВМ для решения задач идентификации объектов / Ю. М. Малютин, А. В. Экало. – Ленинград : ЛГУ, 1988. – 254 с.

11. *Кирсанов Э. А.* Обработка информации в пространственно-распределенных системах радиомониторинга: статистический и нейросетевой подходы / Э. А. Кирсанов, А. А. Сирота. – М. : Физматлит, 2012. – 343 с.

12. *Алгазинов Э. К.* Анализ и компьютерное моделирование информационных процессов и систем / Э. К. Алгазинов, А. А. Сирота; под общ. ред. А. А. Сироты. – М. : Диалог-МИФИ, 2009. 416 с.

Сирота Александр Анатольевич – д. т. н., заведующий кафедрой технологий обработки и защиты информации Воронежского государственного университета. Тел. 8 (473) 228-11-60 доб. *1605. Email: sir@cs.vsu.ru

Иванков А.Ю. – аспирант кафедры технологий обработки и защиты информации Воронежского государственного университета. Тел. (473) 228-11-60 доб. *1605. Email: ivankovay@gmail.com

Sirota A. A. – doctor of technical sciences, VSU information processing and security technologies department head. Tel. 8 (473) 228-11-60 add *1605. Email: sir@cs.vsu.ru

Ivankov A.J. – VSU information processing and security technologies department postgraduate student. Tel. 8 (473) 228-11-60 add *1605. Email: ivankovay@gmail.com