УДК 537.86:519.2

ОБОБЩЁННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ НЕИЗВЕСТНЫХ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ШУМА ЛИХТЕРА

В. И. Костылев, И. П. Гресь

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 18.10.2014 г.

Аннотация. Рассмотрена задача обнаружения детерминированных сигналов на фоне шума Лихтера. С помощью статистического моделирования найдены характеристики обобщённого энергетического обнаружителя. Показано, что при небольших (не более 15) отношениях сигнал-шум обобщённый энергетический обнаружитель значительно превосходит в эффективности традиционный энергетический обнаружитель.
Ключевые слова: детерминированный сигнал; коррелированный шум; энергетический обнаружитель; шум Лихтера.
Annotation. The problem of a deterministic signal detection in the presence of the Likhter's noise is considered. The characteristics of generelized energy detector are obtained by usage of statistical simulation. It is shown that under small (less than 15) signal-noise ratios the generelized energy detector is better than traditional one.
Keywords: deterministic signal; correlated noise; energy detector; Likhter's noise.

ВВЕДЕНИЕ

Задача обнаружения радиосигналов в белом гауссовском шуме уже длительное время непрерывно представляет интерес для статистической теории радиотехники. Известны оптимальные структуры обнаружителей; известно также, что реализация оптимального обнаружителя требует точного знания полной информации о сигнале и о статистических свойствах шума. При этом чем сложнее модель сигнала и модель шума, тем сложнее структура оптимального обнаружителя. Поэтому на практике часто используют неоптимальные обнаружители, которые при допустимом не очень значительном проигрыше в эффективности имеют существенно более простую структуру, чем оптимальный обнаружитель.

Одним из таких неоптимальных обнаружителей радиосигналов в шуме является энергетический обнаружитель [1, 2], известный также как радиометр [3, 4]. Его очень часто применяют для обнаружения неизвестных[1] детерминированных [1] и квазидетерминированных [2] радиосигналов.

Структура энергетического обнаружителя является оптимальной при обнаружении гауссовского полезного сигнала с нулевым математическим ожиданием и некоррелированными отсчётами на фоне гауссовского шума с нулевым математическим ожиданием и так же некоррелированными отсчётами [10]. Общеизвестно, что решающей статистикой в энергетическом обнаружителе является сумма квадратов обрабатываемых отсчётов.

Структура энергетического обнаружителя может быть обобщена: можно возводить отсчёты обрабатываемой выборки не в квадрат, а в произвольную положительную степень.

© Костылев В. И., Гресь И. П., 2014

Работа выполнена благодаря финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ), грант № 13-01-00773

[1]Всплеск интереса к обнаружению неизвестных сигналов связан с бурным развитием в последнее время систем когнитивного радио [5–9].

Для некоторых частных задач эффективность обобщённого энергетического обнаружителя анализировалась в статьях [11, 12]. При этом в статье [11] моделирование было проведено некорректно, что повлекло за собой ошибочные выводы.

Настоящая статья посвящена исследованию эффективности обобщенного энергетического обнаружителя в условиях более сложной радиофизической обстановки: в ряде случаев помимо внутренних шумов радиоприемных устройств, описываемых моделью белого гауссовского шума, на практике могут присутствовать негауссовские радиопомехи импульсные атмосферные и индустриальные радиопомехи. Поэтому представляется интересным найти характеристики обнаружения сигналов на фоне негауссовсих шумов [13]. Примером такого шума может быть полигауссовская модель шума Лихтера [14]. Эта модель предполагает, что поле атмосферных помех состоит из двух компонент: слабого шумового фона и отдельных редких импульсов. При этом поскольку в импульсной компоненте сосредоточена значительная доля энергии, она оказывает существенное влияние на прием и обработку сигналов.

Целью работы является анализ эффективности обобщённого энергетического обнаружения детерминированных сигналов при воздействии атмосферных либо индустриальных радиопомех, описываемых полигауссовской моделью Лихтера. Можно показать [14], что плотность вероятности такого шума запишется в следующем виде:

$$W_L(x) = \frac{1-\alpha}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_1^2}\right) + \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma^2}\right), \quad (1)$$

где $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$, $\alpha = \theta\lambda$, σ_1^2, σ_2^2 – дисперсии шумовых компонент, причем, $\sigma_1 << \sigma_2$, θ – средняя частота появления импульсов, λ – длительность импульсов.

В качестве примера на рис. 1 представлена одна из реализаций шума Лихтера, смоделированная на ЭВМ в дискретном времени. Реализация состоит из 10 000 отсчётов.

ОБОБЩЕННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ШУМА

В классической работе [1] для обнаружения неизвестного детерминированного сигнала на фоне белого гауссвского шума предложено использовать энергетический обнаружитель, который описывается следующим правилом принятия решения:

$$\sum_{i=1}^{n} y_i^2 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} T, \quad (2)$$

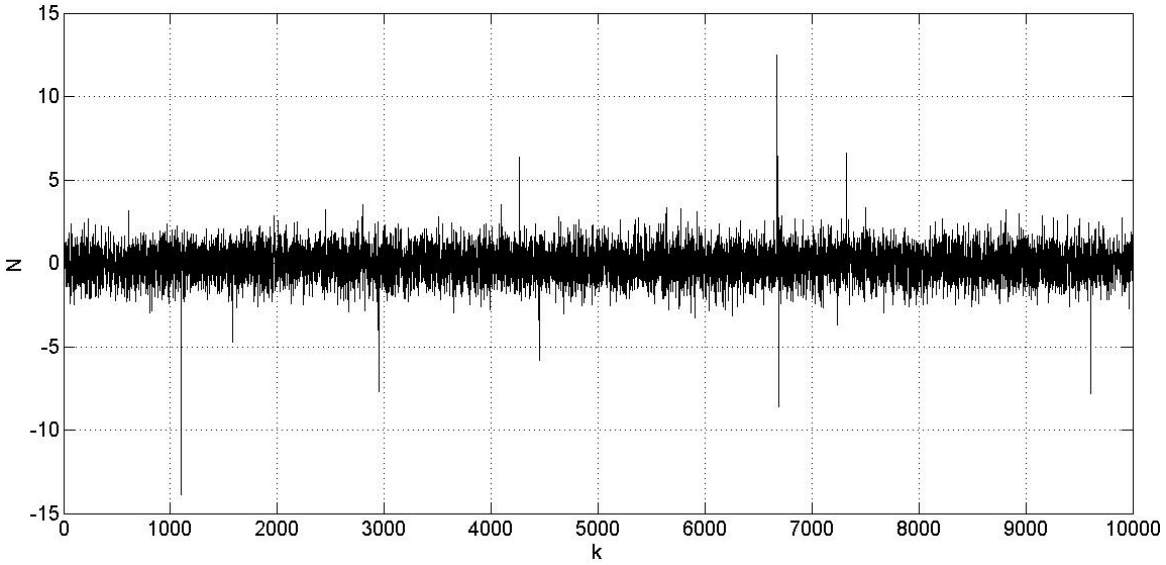


Рис. 1. Одна из реализаций шума Лихтера; k – номер выборки, N – дискретный шум

где T – пороговый уровень, n – объем выборки, H_1 и H_0 – гипотезы о наличии и отсутствии полезного сигнала, соответственно, y_i – либо отсчёты шума при правильной гипотезе H_0, либо отсчёты аддитивной смеси сигнала и шума при правильной гипотезе H_1.

В работах [11, 12] рассмотрен обобщённый энергетический обнаружитель, отличающийся от традиционного энергетического обнаружителя тем, что квадратор заменён в нём на блок, возводящий модуль отсчёта обрабатываемой реализации в произвольную положительную степень p. Следовательно, обобщённый энергетический обнаружитель описывается следующим правилом вынесения решения:

$$\sum_{i=1}^{n} |y_i|^p \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} T', \qquad (3)$$

где T' – пороговый уровень, n – объем выборки, H_1 и H_0 – гипотезы о наличии и отсутствии полезного сигнала, соответственно. Очевидно, что при $p = 2$ обобщённый энергетический обнаружитель превращается в традиционный энергетический обнаружитель.

Аналитический вид плотности вероятности решающей статистики обобщённого энергетического обнаружителя в случае шума Лихтера найти сложно, если вообще возможно. Поэтому для нахождения характеристик обнаружения будем использовать статистическое моделирование.

ВЕРОЯТНОСТЬ ЛОЖНОЙ ТРЕВОГИ

Вначале исследуем зависимость вероятности ложной тревоги, P_F, от порога обнаружения T' и показателя степени p. Это позволит в дальнейшем определить значение порогового уровня, обеспечивающее заданную вероятность ложной тревоги P_F при фиксированном показателе степени p.

Для получения методом статистического моделирования зависимости вероятности ложной тревоги от величины порогового уровня при фиксированном показателе степени p использовался один миллион реализаций шума Лихтера $N(k)$. Каждая реализация имела длину $n = 50$ отсчётов, дисперсии компонент $\sigma_1^2 = 0{,}8707$, $\sigma_2^2 = 87{,}07$ и параметр $\alpha = 0{,}0015$.

Результаты моделирования представлены на рис. 2, 3 и 4. При этом зависимости порога обнаружения от показателя степени $T'(p)$ при фиксированных значениях вероятности ложной тревоги $P_F = 0{,}1$, $P_F = 0{,}01$ и $P_F = 0{,}05$ отображены на рис. 2. На рис. 3 представлены зависимости вероятности ложной тревоги от порога обнаружения $P_F(T')$ при различных фиксированных значениях

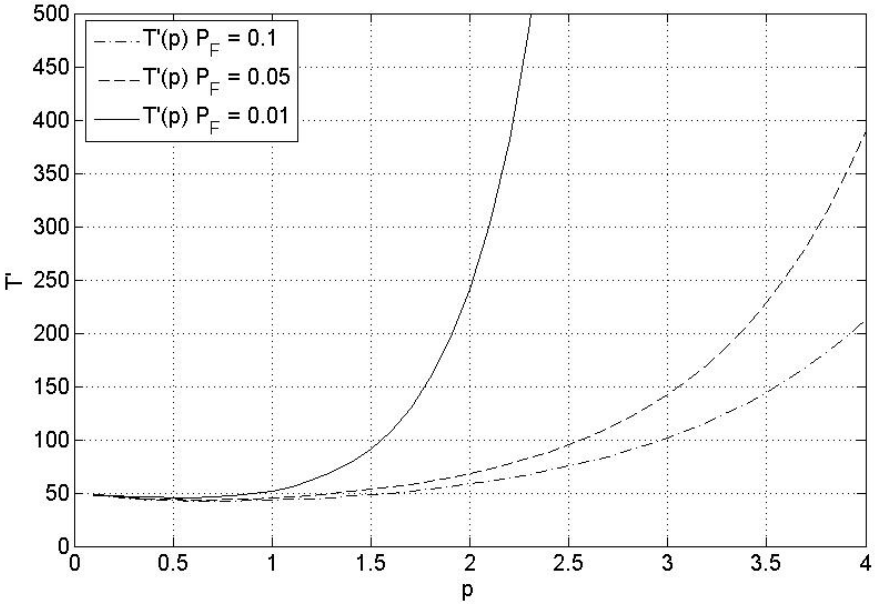


Рис. 2. Зависимость порога обнаружения от показателя степени, $T'(p)$, при фиксированной вероятности ложной тревоги $P_F = 0{,}1$, $P_F = 0{,}05$ и $P_F = 0{,}01$

параметра обобщённого энергетического обнаружителя (показателя степени p). Поскольку при $p=2$ обобщённый энергетический обнаружитель совпадает с обычным (традиционным) энергетическим обнаружителем, одна из кривых на рис. 3 могла быть рассчитана и аналитически по формулам из [15]. Результаты такого расчёта приведены на рис. 4. Они подтверждают правильность проведённого моделирования.

Зависимость, показанная на рис. 4 сплошной линией, рассчитана по формуле

$$P_F(T') = \int_{T'}^{\infty} W_{\Xi}(z \mid H_0)dz, \qquad (4)$$

где $W_{\Xi}(z \mid H_0)$ – условная плотность вероятности решающей статистики, при условии, что верна гипотеза H_0 –

$$W_{\Xi}(z \mid H_0) = W_{\chi^2}(z, n, \gamma_0)\left[\sum_{p=1}^{n-1} C_n^p (1-\alpha)^p \times \right.$$

$$\left. \times \alpha^{n-p}\left(\frac{\gamma_0}{\beta_0}\right)^{p/2} {}_1F_1\left(\frac{p}{2}, \frac{n}{2}, \frac{z}{2\sigma^2} - \frac{z}{2\sigma_1^2}\right)\right] +$$

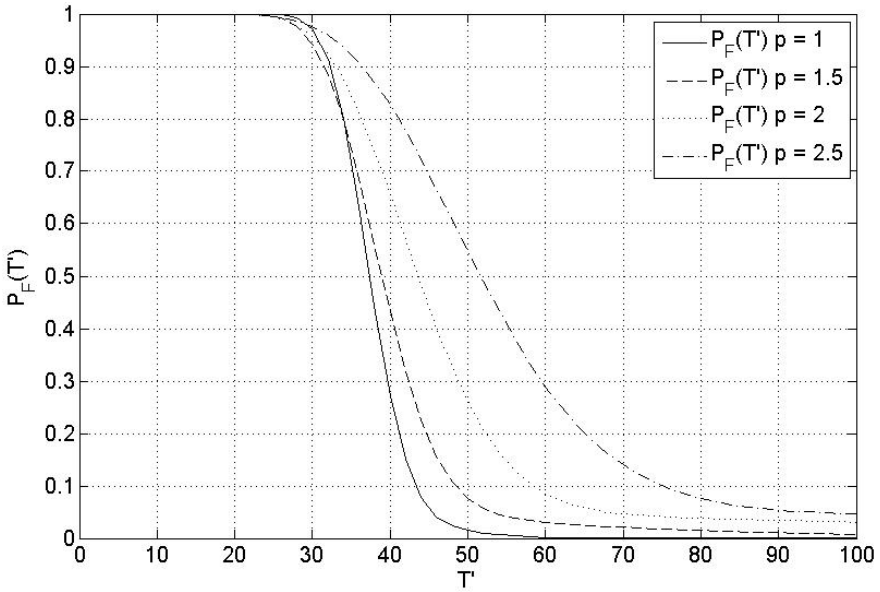


Рис. 3. Зависимость вероятности ложной тревоги от порога обнаружения, $P_F(T')$, при фиксированных значениях $p=1$; 1,5; 2; 2,5

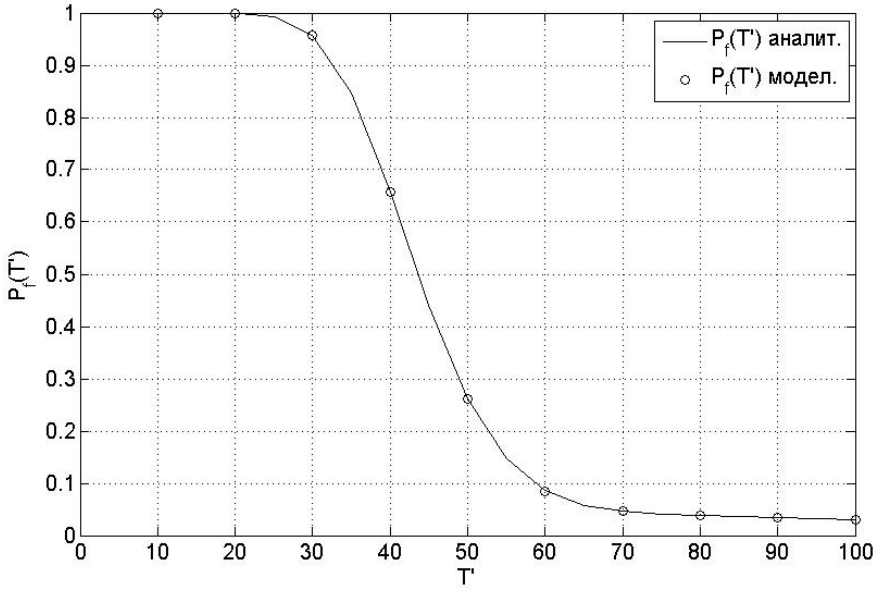


Рис. 4. Зависимость вероятности ложной тревоги от порога обнаружения, $P_F(T')$, при $p=2$, полученная с помощью моделирования (точки отмечены маркером) и рассчитанная по аналитическим формулам (сплошная линия)

$$+(1-\alpha)^n W_{\chi^2}(z,n,\beta_0)+\alpha^n W_{\chi^2}(z,n,\gamma_0). \quad (5)$$

Здесь $\beta_0=\dfrac{\sigma_1^2}{(1-\alpha)\sigma_1^2+\alpha\sigma^2}$,

$\gamma_0=\dfrac{\sigma^2}{(1-\alpha)\sigma_1^2+\alpha\sigma^2}$, $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ – биномиальный коэффициент,

$W_{\chi^2}(z,n,\beta)=\dfrac{z^{\frac{n}{2}-1}\exp\left(-\dfrac{z}{2\beta}\right)}{(2\beta)^{n/2}\Gamma(n/2)}$ – одномерная плотности вероятности обобщенного центрального хи-квадрат распределения с числом степеней свободы n и дисперсией каждой из гауссовских составляющих, равной β,

$${}_1F_1(a,b,c)=\frac{\Gamma(b)}{\Gamma(a)\Gamma(b-a)}\int_0^1 \exp(ct)\,t^{a-1}(1-t)^{b-a-1}dt$$

– вырожденная гипергеометрическая функция Куммера.

На этом же рисунке маркерами представлен результат моделирования. Нетрудно заметить, что результаты моделирования и расчёта хорошо согласуются друг с другом.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБОБЩЕННОГО ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ОБНАРУЖЕНИЯ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ШУМА ЛИХТЕРА

Одно из достоинств энергетического обнаружителя состоит в том, что при обнаружении детерминированных и квазидетерминированных сигналов его эффективность не зависит от формы обнаруживаемого сигнала. Для обобщённого энергетического обнаружителя подобное утверждение в общем случае было бы не верно. Поэтому при анализе эффективности обнаружения в случае обобщённого энергетического обнаружителя следует прежде всего определиться с формой обнаруживаемого сигнала.

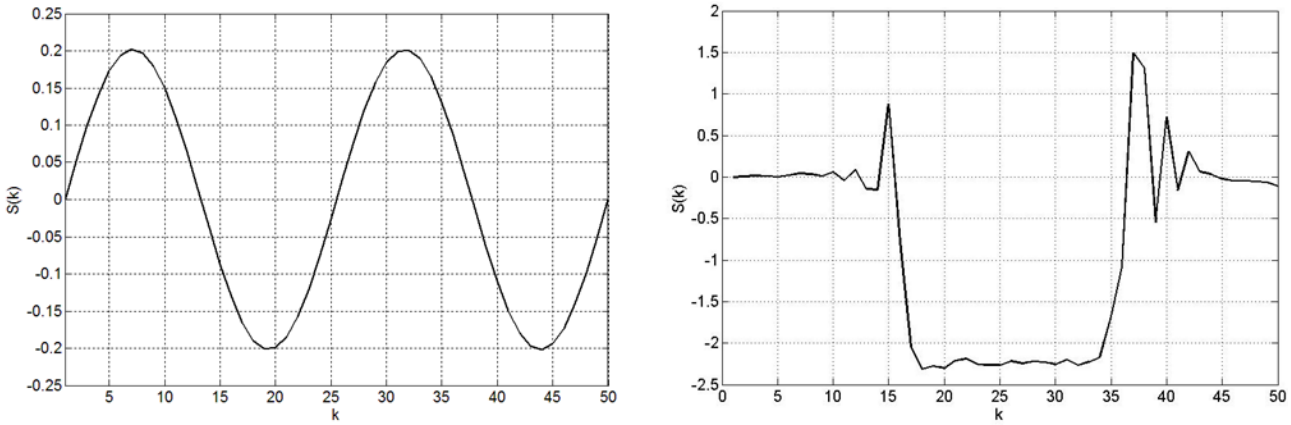
Рассмотрим обнаружение на фоне шума Лихтера двух детерминированных сигналов: короткого (два периода) отрезка синусоиды, показанного на рис. 5а и экспериментального сигнала, показанного на рис. 5б. Экспериментальный сигнал был получен с помощью наземной просветной радиосистемы [16, 17]. Он создан одиночным автомобилем, проезжающим по автомобильной дороге, по разные стороны которой располагались передающее и приёмное устройства системы.

Введём в рассмотрение отношение сигнал-шум (ОСШ):

$$q=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}s_i^2}{D}}. \quad (6)$$

Здесь s_i – отсчёты сигнала, $D=\sigma_1^2+\alpha\sigma^2$ – дисперсия шума Лихтера.

Методом статистического моделирования могут быть получены значения вероятности правильного обнаружения P_D при фиксированной вероятности ложной тревоги P_F. Зафиксируем вероятность ложной тревоги $P_F=0,01$ и воспользуемся уже найденной зависимостью $T'(p)$ для определения порогов обнаружения для каждого значения показателя степени p. Проведём моделирование



а) *б)*

Рис. 5. Обнаруживаемые детерминированные сигналы

обобщённого энергетического обнаружения экспериментального сигнала, представленного на рис. 5б, при различных показателях степени p. Результаты моделирования приведены на рис. 6 и 7а.

На рис. 6 представлены графики зависимости от порогового уровня вероятности правильного обнаружения, т.е. $P_D(T')$, при различных фиксированных значениях параметра p. На рис. 7а – графики зависимости вероятности правильного обнаружения от показателя степени, т.е. $P_D(p)$, при различных фиксированных значениях ОСШ. На этом же рисунке указано значение вероятности правильного обнаружения P_D, рассчитанное по приближенной аналитической формуле

$$P_D = 1 - C\left\{(1-\alpha)^n \exp\left(-q^2/2\right)\times\right.$$

$$\times\sum_{r=0}^{\infty}\frac{\left(q^2/2\right)^r}{r!}\gamma\left(\frac{n}{2}+r,\frac{T_0}{2\beta_0}\right)+$$

$$\left.+\alpha^n \exp\left(-q^2/2\right)\sum_{w=0}^{\infty}\frac{\left(q^2/2\right)^w}{w!}\gamma\left(\frac{n}{2}+w,\frac{T_0}{2\gamma_0}\right)\right\}, \quad (7)$$

описывающей эффективность традиционного энергетического обнаружителя. Здесь T_0 – значение порогового уровня, $C = \left[(1-\alpha)^n + \alpha^n\right]^{-1}$ – нормировочная константа.

Для случая обнаружения синусоидального колебания результаты аналогичного моделирования представлены на рис. 7б.

Из хода кривых на рис. 7 видно, что обобщённый энергетический обнаружитель при небольших ОСШ ($q < 15$) характеризуется большей вероятностью правильного обнаружения, чем традиционный энергетический обнаружитель. Так, например, для сигнала, показанного на рис. 5б, при $q = 10$ и $p = 1$ вероятность правильного обнаружения $P_D = 0,9991$, тогда как при том же ОСШ и $p = 2$ (традиционный энергетический обнаружитель) – $P_D = 0,0219$.

Вместе с тем можно заметить, что хотя сигналы, использовавшиеся при моделировании, весьма существенно различаются по форме (см. рис. 5), отличие их характеристик обнаружения, показанных на рис. 7, не так уж велико.

Последнее утверждение иллюстрирует рис. 8, где под сигналом 1 понимается экспериментальный сигнал, показанный на рис. 5б, а под сигналом 2 – синусоидальное колебание. Из рис. 8 следует, что оптимальное значение параметра p обобщённого энергетического обнаружителя, обеспечивающее максимальную вероятность правильного обнаружения на фоне шума Лихтера, не очень существенно зависит от формы обнаруживаемого сигнала.

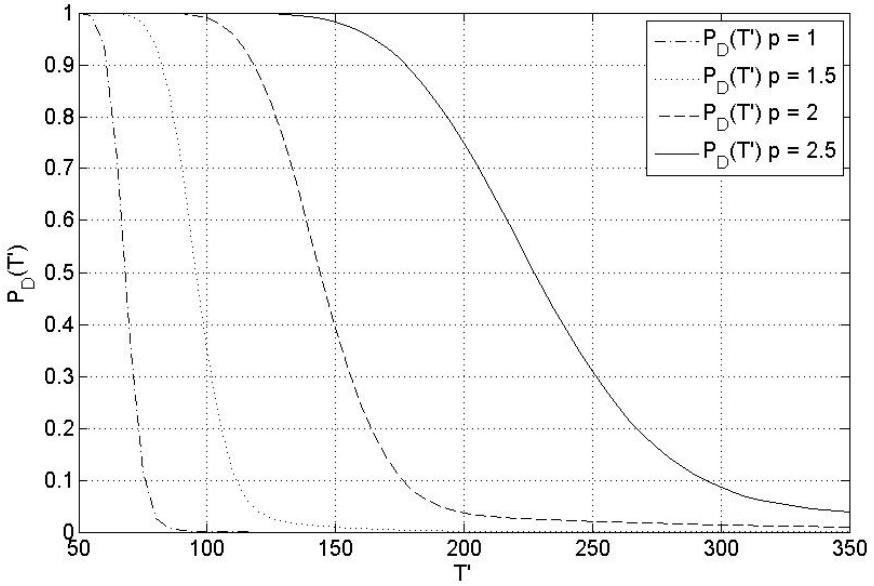
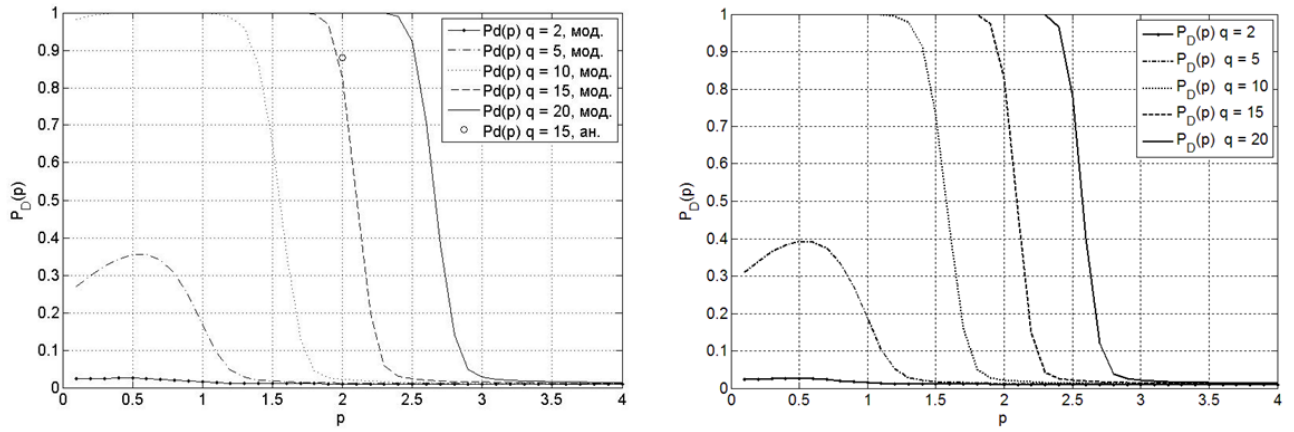


Рис. 6. Зависимости вероятности правильного обнаружения от порога $P_D(T')$ при различных фиксированных значениях показателей степени p



а) *б)*

Рис. 7. Зависимости вероятности правильного обнаружения от показателя степени $P_D(p)$ при различных фиксированных значениях ОСШ

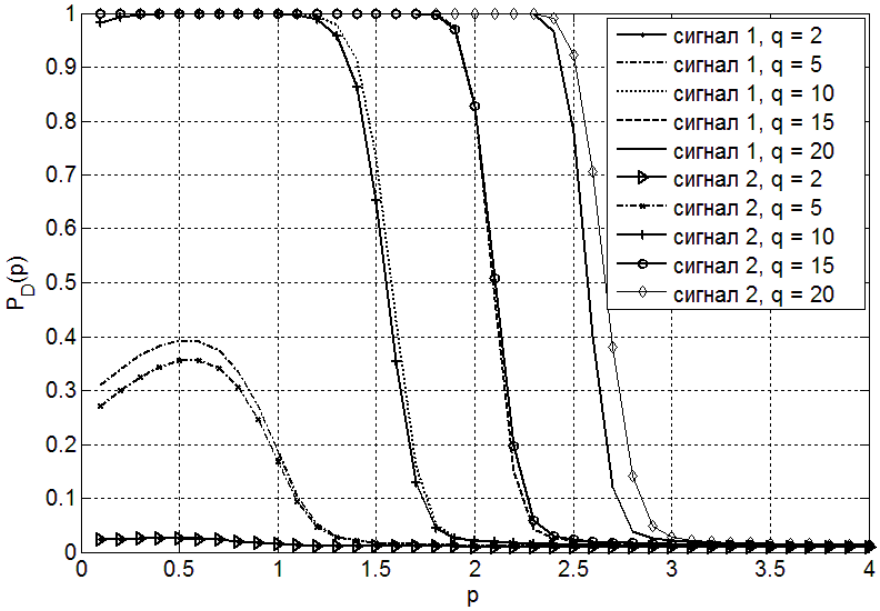


Рис. 8. Зависимости вероятностей правильного обнаружения от показателя степени, $P_D(p)$, при различных фиксированных значениях ОСШ для различных полезных сигналов

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Urkowitz H.* // Proc. IEEE, 1967. – V. 55. – P. 523.

2. *Kostylev V. I.* // Proc. IEEE Int. Conf. on Communication: ICC'02, 2002. –V. 3. – P. 1606.

3. *Torrieri D.* // The 2010 Military Communications Conference, P. 28.

4. *Sonnenschein A., Fishman P. M.* // IEEE Trans., 1992. – V. AES-28, N. 7. – P. 654.

5. *Ma J., Li G. Y., Juang B. H.* // Proc. IEEE, 2009. – V. 97. – P. 805.

6. *Atapattu S., Tellambura C., Jiang H.* // IEEE Trans., 2010. – V.WC-9. – N. 3. – P. 2116.

7. *Pavankumar R., Bandak S.* // International Journal of Advanced Research in Computer Engineering & Technology, 2012. – V.1, N. 7. – P. 270.

8. *Samimi H.* // Journal of Communication Engineering, 2013. – V. 2. – N. 1. – P. 12.

9. *Md. Shamim Hossain, Mohammad Mamunur Rashid, Md. Nazrul Islam, et al.* // Computer Network and Information Security, 2013. – N. 2. – P. 51.

10. *Левин Б. Р.* Теоретические основы статистической радиотехники // Б.Р. Левин. – М. : Радио и связь, 1989. – 656 с.

11. *Chen Y.* // IEEE Trans., 2010. – V. WC-9. – N. 2. – P. 558.

12. *Eghbali Y., Hassani H., Koohian A., Ahmadian-Attari M.* // Radioengineering, 2014. – V. 23. – N. 1. – P. 430.

13. *Костылев В. И.* Анализ и имитационное моделирование шума бистатической радиотехнической системы / В. И. Костылев, С. А. Панфилов // Вестник Воронежского государственного университета. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – Воронеж, 2010. – № 1. – С. 25–30.

14. *Лихтер Я. И.* // РЭ., 1956. – Т. 1. – № 10. – С. 1295.

15. *Костылев В. И., Сличенко М. П.* // Вестн. Воронеж. гос. ун-та., 2006. –Серия Физика. Математика. – № 2. – С. 78.

16. *Cherniakov M., Salous M., Kostylev V., Abdullah R.* // Radar Conference EURAD, 2005. – P. 165.

17. *Cherniakov M, Salous M, Jancovic P., Abdullah R., Kostylev V.* // 2nd Annual Technical DTC Conference, 2005.

Костылев Владимир Иванович – заведующий кафедрой технической кибернетики и автоматического регулирования, доктор физико-математических наук, профессор, Воронежский государственный университет.
Тел. (920) 453-17-72
E-mail: kostylev@amm.vsu.ru

Гресь Иван Павлович – преподаватель кафедры технической кибернетики и автоматического регулирования, магистр, Воронежский государственный университет.
Тел. (920) 453-17-72
E-mail: ivan_gres@mail.ru

Kostylev Vladimir Ivanovich – Head of the Department of Technical Cybernetics and Automatic Control, Doctor of physical and mathematical sciences, professor, Voronezh State University.
Tel. (920) 453-17-72
E-mail: kostylev@amm.vsu.ru

Gres Ivan Pavlovich –Tutor of the Department of Technical Cybernetics and Automatic Control, Master, Voronezh State University.
Tel. (920) 453-17-72
E-mail: ivan_gres@mail.ru