

## МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ МЕТЕОЗАВИСИМЫХ РЕШЕНИЙ НА БАЗЕ ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУР

В. В. Михайлов\*, С. Л. Кирносов\*, М. О. Гедзенко\*\*

*\*Военно-учебный научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» ВУНЦ ВВС «ВВА» (г. Воронеж)*

*\*\*Воронежский государственный архитектурно-строительный университет*

Поступила в редакцию 20.05.2014 г.

**Аннотация.** В работе представлены методические основы учета фрактальных свойств и метеорологических условий при построении системы поддержки принятия решений на выполнение авиационных задач на основе использования ком-плексных эндоморфизмов. Показаны особенности методологического подхода к построению комплексного управления авиационной системой «летчик – воз-душное судно – окружающая среда».

**Ключевые слова:** авиационная система; бифуркационная диаграмма; детерминированный хаос; фрактал Мандельброта; комплексные эндоморфизмы.

**Annotation.** In the article presented methodological aspects of accounting fractal features and weather conditions in the building a decision support aviation system with the use complex endomorphisms. Shown the features methodologically approach to building integrated aviation system «pilot – aircraft – environment».

**Keywords:** aviation system; bifurcation diagram; deterministic chaos, Mandelbrot fractal, complex endomorphisms.

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время эффективность и безопасность полетов авиации все еще продолжают во многом зависеть от метеорологических условий, в которых принимаются управленческие решения на выполнение тех или иных авиационных задач (АЗ). Сложность принятия метеозависимых решений заключается не только в необходимости учета фактических условий погоды, но и в необходимости использования прогностических метеоданных [1–3]. Если же еще учитывать неоднородность влияния одних и тех же метеорологических условий для различных уровней подготовки летчика, аэродрома, технических возможностей авиационной техники, то возникает необходимость построения системы поддержки принятия метеозависимых реше-

ний (СППМР) в помощь лицу, принимающему решение (ЛПР) на выполнение АЗ [2, 3].

Существующий процесс принятия решений, учитывающий стохастическое влияние ряда метеофакторов, реализуется, в основном, на базе метеорологических прогнозов общего назначения. В этом случае ЛПР делает заключение о целесообразности или невозможности безопасного выполнения АЗ путем сравнения количественных оценок состояния погоды с соответствующими критическими значениями. Эффективность принимаемых решений, связанных с использованием данного подхода, будет максимальной только в том случае, если ЛПР располагает идеальной прогностической информацией о будущем состоянии погодных условий и знанием точных механизмов воздействия этих условий на функционирование авиационных систем (АС) [1–3].

Однако, как известно, регулярное составление идеальных прогнозов погоды является очень сложной задачей, решение которой вряд

© Михайлов В. В., Кирносов С. Л., Гедзенко М. О., 2014

ли возможно в обозримом будущем. Кроме того, могут быть поставлены АЗ особой важности, требующие своего выполнения даже в неприемлемых, относительно существующих критических значений, погодных условиях [1–3]. Стратегия ЛПР, подразумевающая принятие положительного решения на выполнение боевой АЗ в условиях повышенной опасности, связанной с метеорологическими условиями, должна быть оправдана не только важностью самой АЗ, но и способностью к проведению комплекса мероприятий, направленных на снижение возникшего метеорологического риска. Реализация таких мероприятий может быть осуществима только в том случае, если ЛПР располагает дополнительной специфической информацией об особенностях функционирования АС в условиях высокой динамичности метеорологических и других внешних воздействий [1–3].

Данный факт требует исследования новых подходов к гидрометеорологическому обеспечению ВВС и процессу принятия решения на выполнение АЗ, основанных на новых математических идеях.

## МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Рассматривая процесс выполнения АЗ, необходимо выделить систему «летчик – воздушное судно (ВС) – окружающая среда». Внутренними параметрами такой системы являются формализованные данные об уровне подготовки летчика и технических возможностях ВС. Внешними параметрами, оказывающими влияние на рассматриваемую систему, являются метеорологические условия, а также другие внешние воздействия, связанные с состоянием аэродрома, готовностью наземной системы посадки, подготовкой лиц группы руководства полетами и т.д. Такая система является открытой, динамической, нелинейной. Ее функционирование подчиняется сложным причинно-следственным связям внутренних элементов системы между собой и с внешней средой, что приводит к необходимости поиска устойчивых и безопасных режимов функционирования системы на основе использования количе-

ственных и качественных методов теории детерминированного хаоса [4, 5].

Таким образом, целью работы является обоснование методических аспектов построения СППМР в условиях детерминированного хаоса. В таких условиях построение системы будет иметь ряд особенностей. Главная особенность заключается в том, что для достижения желаемых (эффективных и безопасных) динамических состояний исследуемой АС построение управления должно основываться на принципе компенсации возмущений. В соответствии с этим принципом управление системой обеспечивает полную компенсацию воздействий внешней среды (метеорологических условий).

Известно, что системы, в которых достигается полная компенсация, называются инвариантными. В них управляющее воздействие поступает в объект управления одновременно с воздействием внешней среды, нейтрализуя его. Однако в открытых системах предусмотреть все возможные возмущения затруднительно. Кроме того, функциональные зависимости между возмущающими и управляющими воздействиями могут быть неизвестны. Поэтому управление динамической системой по возмущениям с неполной информацией приводит к накоплению ошибок.

С целью минимизации негативного влияния данного факта необходимо проведение качественного анализа уравнений динамики системы с точки зрения установления наличия устойчивых инвариантных множеств (аттракторов), являющихся областями притяжения в фазовом пространстве характеристик функционирования (эволюции) системы [4, 5].

Основной задачей является построение управления АС, обеспечивающего существование инвариантного множества  $M$ , обладающего требуемыми в приложении свойствами. Если понимать под инвариантным множеством определенный режим функционирования управляемой АС, то задача управления формулируется как нахождение управления, обеспечивающего устойчивость заданного режима системы. Установление границ инвариантного множества  $M$  системы является важней-

шей задачей, так как на практике – это множество возможных состояний управляемой системы после стабилизации [5].

В классической теории управления достаточно хорошо изучены вопросы динамики управляемых систем с инвариантным множеством. Но в постановке задачи, учитывающей переход режима функционирования системы в состояние детерминированного хаоса, например через серию бифуркаций по сценарию Фейгенбаума [4, 5], ставится вопрос об изучении такой системы в нескольких положениях равновесия, когда множество точек покоя не связно, а сами точки могут быть неустойчивыми.

Исходя из вышесказанного, построение СППМР и управления АС, основанной на аттракторах, является в настоящее время актуальной проблемой. Несмотря на сложность поведения хаотических (странных) аттракторов, знание фазового пространства позволяет представить поведение системы в геометрической форме и, соответственно, предсказать его. И хотя нахождение исследуемой динамической системы в конкретный момент времени в конкретной точке фазового пространства практически невозможно, область нахождения объекта и его стремление к аттрактору предсказуемы. Ранее такие системы в задачах управления не рассматривались.

Алгоритм управления в АС с обратной связью задается функциональной зависимостью управления от выхода или состояния системы (управление с обратной связью). Так, например, в рамках теории детерминированного хаоса динамику численных значений риска, возникающего при выполнении посадки ВС в различных метеорологических условиях, предлагается формализовать с помощью рекуррентного соотношения Ферхюльста, свойства которого демонстрируют универсальность во многих природных и социальных детерминированно-хаотических явлениях. При этом были получены зависимости численных значений метеорологического риска  $P$  от различных значений высоты нижней границы облаков и метеорологической дальности видимости, учет которых осуществлен путем использования внешнего управ-

ляющего синтезированного параметра  $k$ . Бифуркационная диаграмма соотношения Ферхюльста представлена в верхней части рис. 1.

Другой вид фракталов – фрактал Мандельброта, порожденный одномерными комплексными эндоморфизмами вида

$$z_{n+1} = f(z_n), \quad \forall n = \overline{1, N} \quad (1)$$

с простой функцией на комплексной плоскости  $C - f(z) = z^2 + c$ , где  $N$  – количество итераций,  $c$  – ненулевая константа [5].

Фрактал Мандельброта состоит из множества таких точек  $c$  на комплексной плоскости  $C$ , для которых итеративная последовательность

$$z_0 = 0, \quad z_{n+1} = z_n^2 + c \quad (2)$$

не уходит на бесконечность (нижняя часть рис. 1). Его фрагменты не строго подобны исходному множеству, но при многократном увеличении определенные части все больше похожи друг на друга. Визуально, внутри множества Мандельброта можно выделить бесконечное количество элементарных фигур, причем самая большая в центре представляет собой кардиоиду. Также есть набор овалов, касающихся кардиоиды, размер которых постепенно уменьшается, стремясь к нулю. Каждый из этих овалов имеет свой набор меньших овалов, диаметр которых также стремится к нулю и т.д. Этот процесс продолжается бесконечно, образуя фрактал [5].

Анализ бифуркационной диаграммы и графического изображения фрактала Мандельброта (рис. 1) позволяет увидеть проявление принципа универсальности масштаба бифуркаций, что еще раз подтверждает тот факт, что бифуркации имеют фрактальную природу, так как они тоже самоподобны.

Бифуркационная диаграмма позволяет установить не только качественные, но и количественные универсальные закономерности, впервые полученные Фейгенбаумом. Если обозначить через  $k_j$  ( $j = \overline{1, N}$ ) те значения параметра  $k$ , при которых происходят бифуркации, то отношение разностей  $e_j = k_{j+1} - k_j$  к  $e_{j+1} = k_{j+2} - k_{j+1}$  (рис. 1) при  $j \rightarrow \infty$  удовлетворяет соотношению:

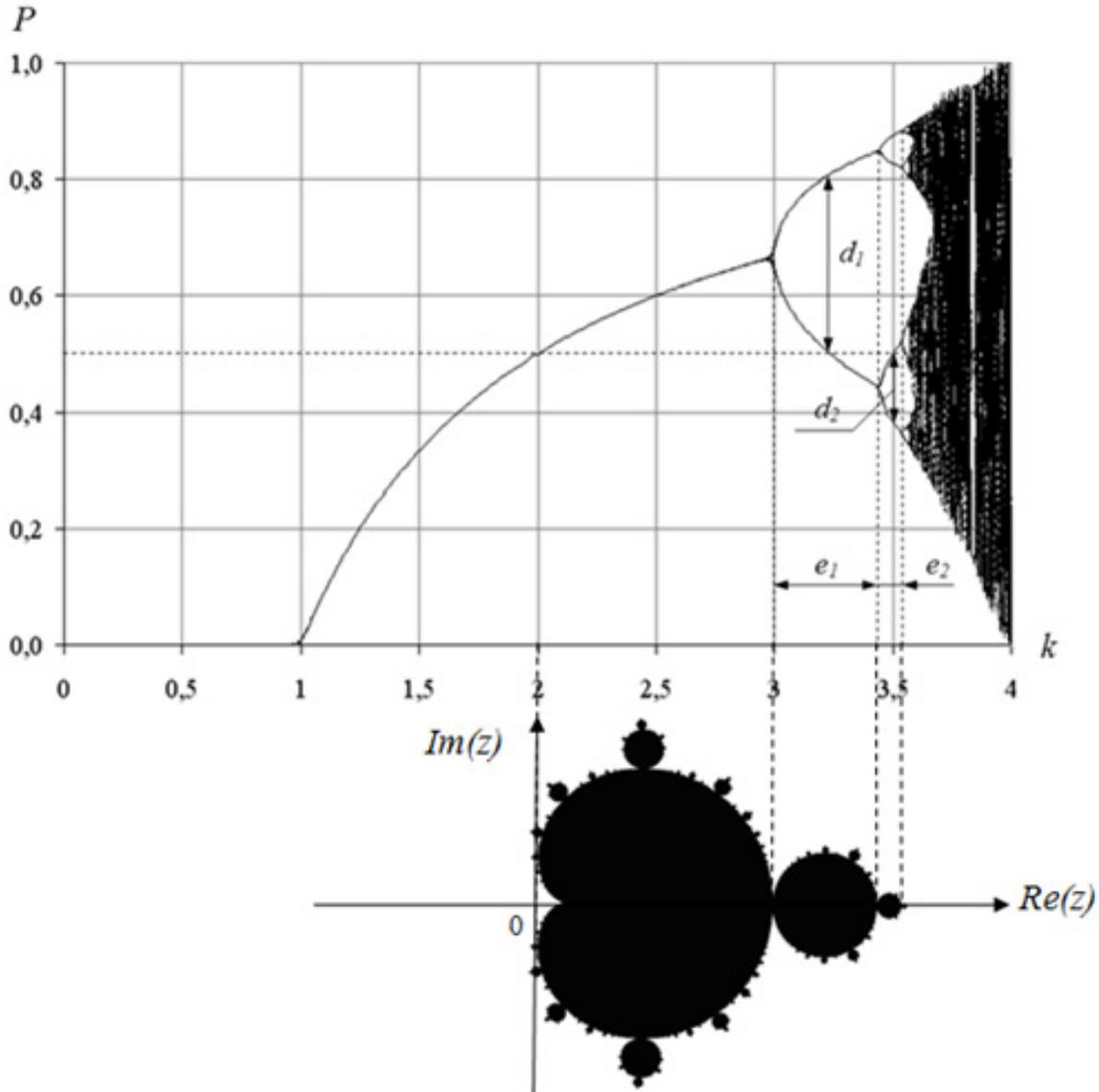


Рис. 1. Универсальность масштаба бифуркаций

$$\delta = \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{e_j}{e_{j+1}} = 4.6692016, \quad (3)$$

где  $\delta$  – универсальная константа Фейгенбаума, которая не зависит от конкретной рассматриваемой модели и является одинаковой для семейства однопараметрических квадратичных отображений вида  $P_{i+1} = kP_i(1 - P_i)$  [4, 5].

Постоянная  $\delta$  характеризует скорость схождения значений параметра  $k$ , в которых наступают бифуркации, к величине  $k = 3,569946$ , при которой система переходит в состояние хаоса.

Кроме того, для данного семейства отображений, существует еще одна постоянная Фейгенбаума, называемая универсальным масштабным множителем  $\sigma$ . Этот множи-

тель отражает закономерность процесса дробления масштабов диаграммы при бифуркациях. Если обозначить расстояния от точки  $P = 0.5$  до ближайшей к ней точки на устойчивом цикле  $f = 2^i$  ( $i = 1, N$ ) через  $d_i$  (рис. 1), то отношение  $d_i$  к  $d_{i+1}$  при  $i \rightarrow \infty$  удовлетворяет соотношению:

$$\sigma = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{d_i}{d_{i+1}} = 2.5029078. \quad (4)$$

Таким образом, переход состояния системы в состояние хаоса подчиняется определенным универсальным законам, которые в данном случае заключаются в возникновении одной и той же последовательности бифуркаций удвоения периода колебаний (сценарий Фейгенбаума) и в проявлении одних и тех же

количественных закономерностях скейлинга [4, 5].

Установленные универсальные закономерности перехода к динамическому хаосу при удвоении периода колебаний были экспериментально подтверждены для широкого класса механических, гидродинамических, химических и других систем (например, переход к турбулентному движению жидкостей и газов).

### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Если раскрыть последовательность  $z_0 = 0$ ,  $z_{n+1} = z_n^2 + c$ ,  $\forall n = \overline{1, 2}$  так, что  $c = x + iy$ , то можно получить следующие выражения:

$$z_0 = 0; \quad (5)$$

$$z_1 = z_0^2 + c = x + iy; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} z_2 = z_1^2 + c &= (x_1 + iy_1)^2 + x + iy = \\ &= x_1^2 + 2ix_1y_1 - y_1^2 + x + iy = \\ &= x_1^2 - y_1^2 + x + i(2x_1y_1 + y). \end{aligned} \quad (7)$$

Если в выражении (7) выполнить замену  $z_2 = x_2 + iy_2$ ,  $c = a + ib$  и разделить реальную и мнимую части, то исходное выражение (2)

перейдет к двумерному отображению, относящемуся к дискретным динамическим системам. Данное отображение представлено выражением

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n^2 - y_n^2 + a; \\ y_{n+1} &= 2x_ny_n + b. \end{aligned} \quad (8)$$

Анализ двумерной динамической системы, представленной выражением (8), приводит к выводу о существовании областей притяжения (аттракторов) при определенных значениях свободных членов  $a$  и  $b$ . Физически это означает о существовании устойчивых областей допустимых значений параметров функционирования динамической АС. Численные значения величин  $a$  и  $b$  предполагается в дальнейшем интерпретировать как совокупность условий погоды, оказывающих влияние на исследуемую динамическую систему.

На рис. 2, 3 представлены аттракторы отображения (8), полученные с использованием ПЭВМ для различных значений  $a$  и  $b$ . При этом предполагается, что  $a = b$ . В правой части рисунков представлены эти же аттракторы, устойчивые точки которых соединены фазовыми траекториями.

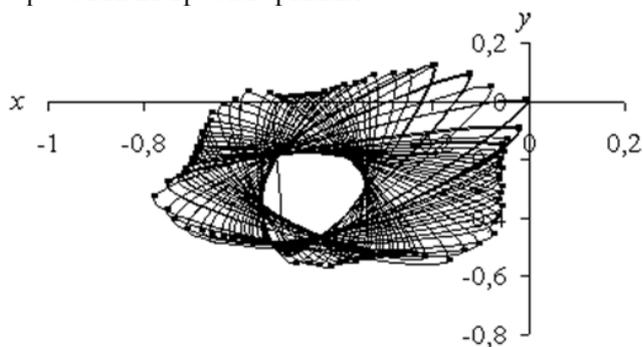
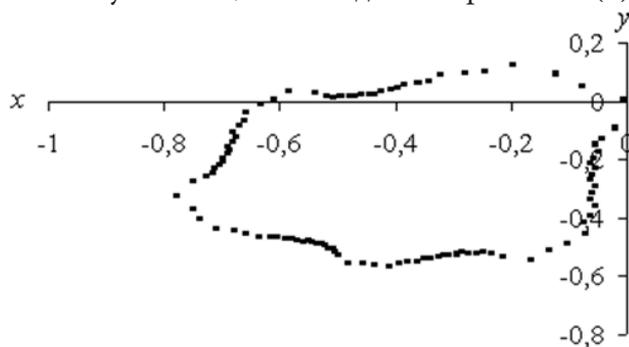


Рис. 2. Аттрактор двумерного отображения ( $a = b = -0,51$ )

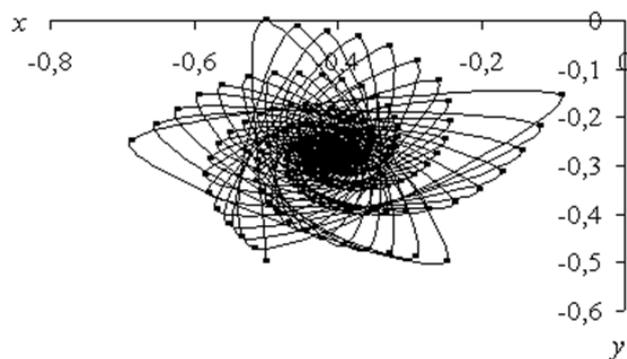
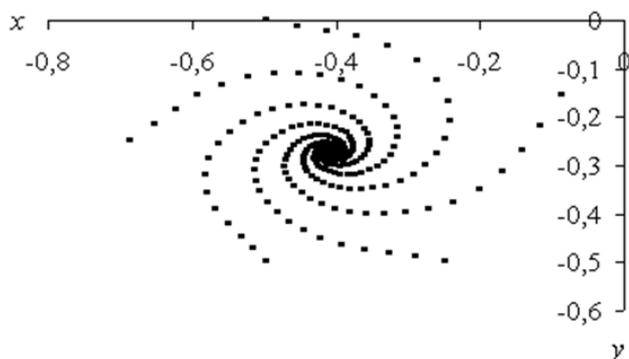


Рис. 3. Аттрактор двумерного отображения ( $a = b = -0,5$ )

Из рис. 2, 3 видно, что даже небольшие отклонения в начальных условиях – конкретных численных значений величин  $a$  и  $b$ , приводит к существенным изменениям внешнего вида аттракторов динамической системы. Физически это означает переход авиационной динамической системы на принципиально

новый режим функционирования в связи с изменившимися метеорологическими условиями.

Однако необходимо отметить тот факт, что устойчивые фрактальные структуры возникают лишь при определенных значениях величин  $a$  и  $b$ , точно также, как и в случае с

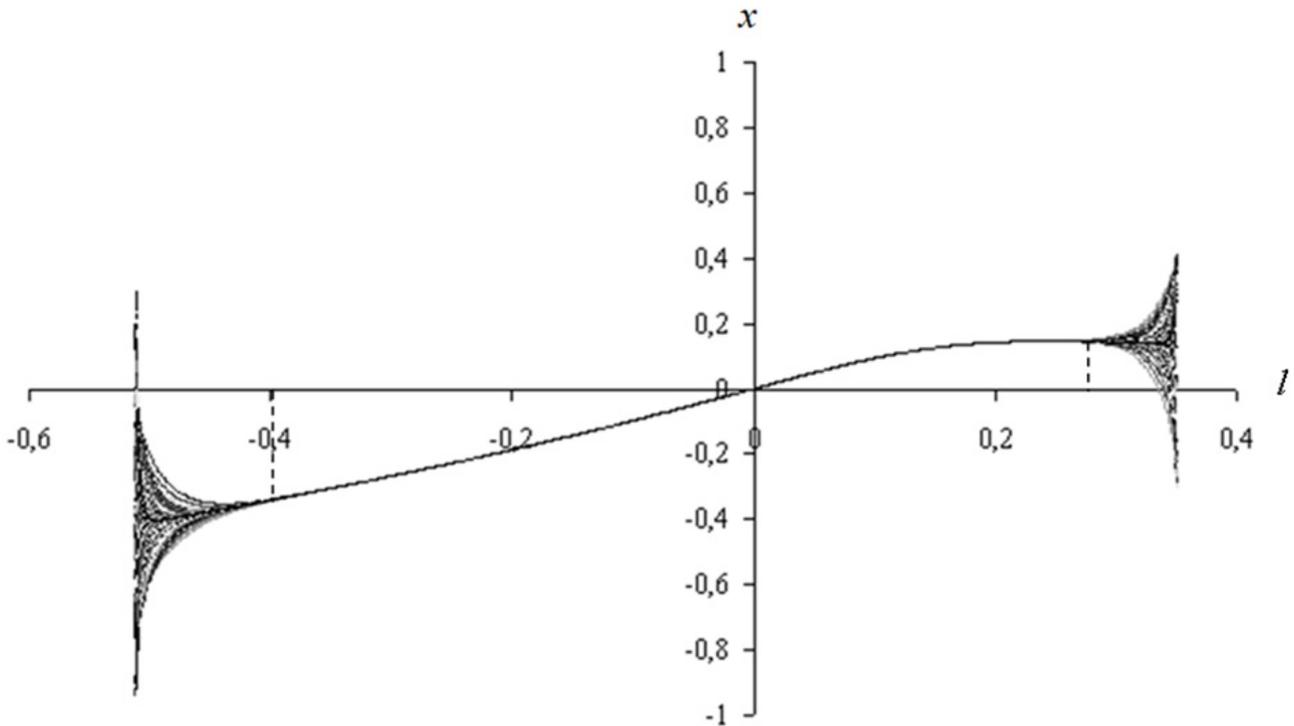


Рис. 4. Бифуркационная диаграмма параметра  $x$

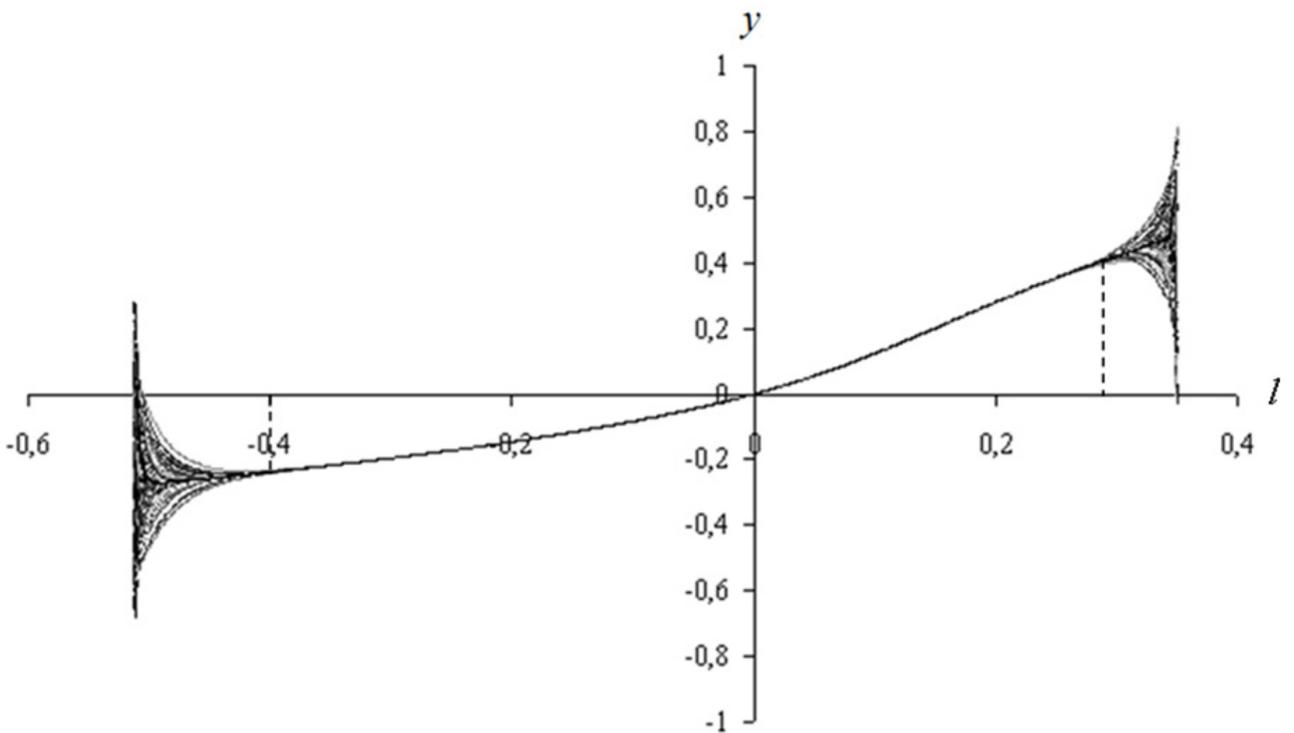


Рис. 5. Бифуркационная диаграмма параметра  $y$

бифуркационной диаграммой Ферхюльста, где бифуркации наступали при  $k \geq 3,0$ . Интервалы значений  $l = a = b$ , при которых величины  $x$  и  $y$  подвержены бифуркациям, наглядно представлены на рис. 4 и 5 соответственно. Бифуркации возникают при  $l \in [-0.513; -0.4]$  и при  $l \in [0.27; 0.35]$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При построении СППМР, реализации которой обеспечивают принятие авиационных управленческих решений, учитывающих скрытые закономерности свойств метеозависимости АС, возможно и целесообразно использовать количественные и качественные методы теории детерминированного хаоса.

Поиск устойчивых и безопасных режимов функционирования АС необходимо проводить на основе анализа инвариантных множеств (аттракторов), являющихся областями притяжения в фазовом пространстве характеристик функционирования АС.

Анализ одномерных нелинейных дискретных отображений и эндоморфизмов на комплексной плоскости показывает, во-первых, их связь универсальным масштабным подобием, а во-вторых – наличие и в первом, и во втором случаях устойчивых структур – фракталов. Такие структуры являются гиперчувствительными к внешним воздействиям, что приводит к необходимости их визуализации для дальнейшего использования ЛПР в процессе принятия управленческих решений.

Установление границ аттракторов АС является важнейшей задачей, так как на практике – это множество возможных состояний управляемой системы после стабилизации.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Матвеев М.Г., Михайлов В.В. Системная методология выбора информационных технологий управления в условиях метеорологической неопределенности // Вестник Воронежского государственного университета. Системный анализ и информационные технологии. № 1, 2006. – С. 73–77.

2. Матвеев М.Г., Михайлов В.В. Статическая модель принятия решений в условиях метеорологической неопределенности // Вестник Воронежского государственного университета. Системный анализ и информационные технологии, № 2, 2006. – С. 61–67.

3. Михайлов В.В., Гедзенко Д.В. Теоретические основы повышения эффективности применения метеоинформации при решении авиационных задач // Системы управления и информационные технологии, № 3.1 (37), 2009. – С. 171–174.

4. Шустер П. Детерминированный хаос. – М.: Мир, 1988. – 240 с.

5. Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов. – Москва-Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2004. – 160 с.

**Михайлов Владимир Владимирович** – д.т.н., профессор, начальник 1 факультета гидрометеорологического Военного учебно-научного центра ВВС «Военно-воздушная академия им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж).  
Тел. 8-920-402-75-48.  
E-mail: mvv987@pochta.ru

**Кирносов Сергей Леонидович** – к.т.н., докторант 11 кафедры теоретической гидрометеорологии Военного учебно-научного центра ВВС «Военно-воздушная академия им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж).  
Тел.: 8-920-409-13-18.  
E-mail: slk\_met@mail.ru

**Гедзенко Максим Олегович** – аспирант кафедры высшей математики и математического моделирования Воронежского государственного архитектурно-строительного университета.  
Тел. 8-952-540-61-76.  
E-mail: maximgedzenko@gmail.ru

**Mikhailov Vladimir Vladimirovich** – Doctor of Technical Sciences, Professor, The Head of Hydrometeorological Faculty of the Air Force Military Educational Scientific Center «Military and Air Academy of a Name of professor of N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin» (Voronezh).  
Phone: 8-920-402-75-48.  
E-mail: mvv987@pochta.ru

**Kirnosov Sergey Leonidovich** – Candidate of technical sciences, The Doctoral Candidate of 11 dept. Theoretical Hydrometeorology of the Air Force Military Educational Scientific Center «Military and Air Academy of a Name of professor of N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin» (Voronezh).  
Phone: 8-920-409-13-18.  
E-mail: slk\_met@mail.ru

**Gedzenko Maxim Olegovich** – The postgraduate student of dept. Higher Mathematics and Mathematical Modelling of Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering.  
Phone: 8-952-540-61-76  
E-mail: maximgedzenko@gmail.ru