

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕУСТОЙЧИВЫМ ОБЪЕКТОМ С ГИСТЕРЕЗИСНЫМИ СВОЙСТВАМИ

М. Е. Семенов, А. Г. Рукавицын, О. И. Канищева, А. Е. Пигарев

*Воронежский государственный университет,
ВУНЦ ВВС ВВА имени Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина (г.Воронеж)*

Поступила в редакцию 20.02.2014 г.

Аннотация. В работе рассматривается математическая модель стабилизации неустойчивого объекта с гистерезисными свойствами на примере обратного маятника. Предложен алгоритм адаптивного управления, исследована динамика системы при различных значениях ее параметров.

Ключевые слова: гистерезис, люфт, диссипативность, гистерезисные свойства, адаптация, асимптотическая устойчивость, маятник.

Annotation. In this paper we consider the mathematical model of the stabilization of an unstable object with hysteresis properties on the example of the pendulum. An algorithm for constructing solutions and corresponding graphs.

Keywords: hysteresis, backlash, dissipation, hysteresis properties, adaptation, asymptotic stability, pendulum.

ВВЕДЕНИЕ

В естественных науках, таких, как физика, химия и биология, понимание механизмов и самих принципов адаптации на сегодняшний день является одной из наиболее актуальных проблем. Именно в этих областях знаний применение методов адаптации и управления наиболее перспективно для анализа явлений. Хорошим примером может служить применение кибернетических методов в физике. Не менее важным остается адаптивный подход к проектированию систем управления функционально сложными техническими объектами и технологическими процессами в условиях неконтролируемых изменений собственных свойств и свойств внешней среды. В то же время [1] применение «классических» методов оказывается в значительной мере затруднительным или малоэффективным. Причиной тому является то, что условия применимости классических методов в рам-

ках существующей теории требуют точного знания уравнений математической модели объекта, линейности по неизвестным параметрам, устойчивости по Ляпунову целевых движений и, более того, известности функции Ляпунова (зачастую со знако-определенной производной по времени) для целевых движений. Каждое из этих требований в отдельности ограничивает роль [2] существующей теории адаптивных систем в приложении к актуальным проблемам естественных наук; в совокупности они представляют собой «стандартный» подход, который оказывается ограниченным даже для решения типовых задач управления техническими объектами.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Люфт в опоре маятника – это один из видов гистерезисных зависимостей. Задачи, в которых гистерезисные явления играют существенную роль, встречаются в физике, химии, биологии, экономике и многих других. В статье приводится подробное описание полученных результатов по стабилизации обратного маятника посредством гистерезисно-

© Семенов М. Е., Рукавицын А. Г., Канищева О. И., Пигарев А. Е., 2014

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 12-07-00252-а, 13-08-00532-а

го управления. Похожая система, но с вертикальным осциллирующим подвесом, была рассмотрена в работе [3], где были получены условия стабилизации маятника. Проблема адаптивного управления динамическими объектами, которые подвержены воздействию как сигнальных, так и параметрических возмущений, по-прежнему остается актуальной и привлекает к себе внимание ученых и специалистов. Неопределенность параметров объектов и внешних условий приводит к ухудшению качества их функционирования, снижению точности, а нередко, и к полной потере работоспособности. Потери качества при этом невозможно устранить [4], находясь в рамках первоначально принятого фундаментального принципа управления. Для изложения основных результатов нам понадобится ввести несколько определений. Пусть L – оператор люфта определяемый соотношением:

$$u(t) = L[u_0, h]\varphi(t) = \begin{cases} u_0, & \text{если } u_0 \leq \varphi(t) \leq u_0 + h, \\ \varphi(t), & \text{если } \varphi(t) > u_0, \\ \varphi(t) - h, & \text{если } u_0 + h < \varphi(t) \end{cases} \quad (1)$$

на монотонных входах. С помощью полугруппового тождества этот оператор определяется на кусочно-монотонных, а затем, с помощью предельной конструкции на всех непрерывных входах [4]–[6]. В работе рассматривается математическая модель стабилизации неустойчивого объекта с гистерезисными свойствами на примере обратного маятника. Его динамика описывается уравнением:

$$\ddot{\varphi} - \omega^2 \varphi = au, \quad (2)$$

где φ – угол отклонения маятника от вертикали; ω^2 – заданный положительный параметр, характеризующий физические свойства объекта; u – управление; a – адаптивный параметр.

Подстройка или поиск стратегии должны происходить в соответствии со стремлением к некоторой цели. Причем желательно, чтобы цель управления была сформулирована так, чтобы можно было ясно судить, когда мы ближе и когда дальше от нее. Цель состоит в том, чтобы угол вертикального отклонения был

равен нулю и чтобы, если маятник уклонится от этого положения, он к нему вернулся. Примем количественную оценку отклонения от цели, приняв, что она дается величиной вида:

$$V = \frac{1}{2} \varphi^2 + \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 \quad (3)$$

Цель управления теперь состоит в том, чтобы минимизировать функцию V . Для организации пути поиска нужно менять стратегию управления так, чтобы ускорять уменьшение величины величины V [6]. Пользуясь уравнением движения маятника и предполагая стратегию управления вида:

$$u = \alpha L\varphi - \beta L\dot{\varphi}, \quad (4)$$

найдем, что

$$\begin{aligned} V &= \varphi\dot{\varphi} + \dot{\varphi}\ddot{\varphi} = \varphi\dot{\varphi} + \dot{\varphi}\omega^2\varphi - \dot{\varphi}\alpha a L\varphi = \\ &= \dot{\varphi}(\varphi + \omega^2\varphi - \alpha a L\varphi). \end{aligned} \quad (5)$$

Направление изменения параметра a , уменьшающее величину \dot{V} и ускоряющее убывание V , определяется выражением:

$$\frac{\partial \dot{V}}{\partial a} = -\dot{\varphi} \alpha L\varphi. \quad (6)$$

Подчиним в соответствии с этим изменение параметра a дифференциальному уравнению вида:

$$\dot{a} = -\mu \{ \dot{\varphi} \alpha L\varphi \}, \quad (\mu > 0), \quad (7)$$

которое следует рассматривать совместно с уравнениями (2), (4). Выпишем эти уравнения вместе в виде системы трех дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = \varphi_2, \\ \dot{\varphi}_2 = \omega^2 \varphi_1 - (\alpha a L\varphi_1), \\ \dot{a} = \mu \varphi_2 \alpha L\varphi_1. \end{cases} \quad (8)$$

Исследуем устойчивость состояний равновесия и выясним поведение фазовых траекторий вблизи каждой из них. Отметим, что асимптотическая устойчивость возможна только по переменным φ_1, φ_2 [7]. В зависимости от соотношений между параметрами люфта возможны два случая: $L\varphi_1 = \varphi_1$ или $L\varphi_1 = \varphi_1 + h$. Для каждого из них характеристическое уравнение системы (8) будет выглядеть по-разному.

Выпишем характеристическое уравнение, когда $L\varphi_1 = \varphi_1$:

$$p^3 - \omega^2 p + \alpha a p = 0, \quad (9)$$

а также, при $L\varphi_1 = \varphi_1 + h$:

$$p^3 - \omega^2 p = 0. \quad (10)$$

Один из корней уравнения (10) всегда положителен, а отрицательность корней уравнения (9) будет определяться значением параметра $a_{кр}$. Для того чтобы понять, как ведут себя фазовые траектории, найдем, как меняется вдоль фазовой траектории положительно определенная функция

$$W = V + \frac{1}{2\mu}(a - a^*)^2, \quad (11)$$

где $a^* > a_{кр}$. Непосредственные вычисления дают, что

$$\dot{W} = \dot{V} + \frac{1}{\mu}(a - a^*)\dot{a} = \dot{V} - (a - a^*)\frac{\partial \dot{V}}{\partial a}, \quad (12)$$

и поскольку параметр a входит в функцию V линейно, то

$$\dot{W} = (1 + \omega^2 - aa^*)\varphi_1\varphi_2 + (V - \beta a^*)\varphi_1^2. \quad (13)$$

При подходящих и $a^* > a_{кр}$. квадратичная форма \dot{V} определенно отрицательна и при некотором $\sigma > 0$

$$\dot{V} < -\sigma V. \quad (14)$$

Из оценки (14) вытекает, что функция W может только убывать, поэтому, если $(\varphi_{01}, \varphi_{02}, a_0)$ – начальное положение фазовой точки, то она в дальнейшем не покидает ограниченной области, имеющей вид эллипсоида. На поверхности этого эллипсоида все фазовые точки идут внутрь его, кроме точек $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$, где скорость движения фазовых точек обращается в ноль. Вывод об устойчивости по первому приближению сделать трудно в силу невозможности линеаризации третьего уравнения системы (8) люфт является не дифференцируемым в пространстве непрерывных функций оператором. Поэтому нас будет интересовать, в первую очередь диссипативность этой системы [8]–[11]. Результаты моделирования представлены на следующих графиках, при значениях параметров и начальных условиях: $\alpha = 0,3$; $\varphi_1(0) = 0,7$; $\varphi_2(0) = 0$.

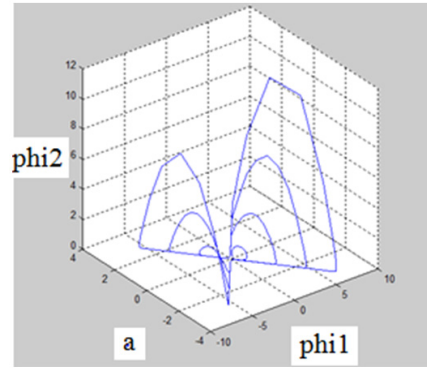


Рис. 1. Фазовый портрет системы (8)

Как видно из графиков имеются два бассейна притяжения, фазовые траектории остаются в ограниченной области фазового пространства, то есть решение устойчиво по Лагранжу. Отметим, что это свойство решений выполняется равномерно, относительно начальных условий, что означает диссипативность системы. Ниже приводятся фазовые портреты при различных начальных условиях и различных растворах люфта.

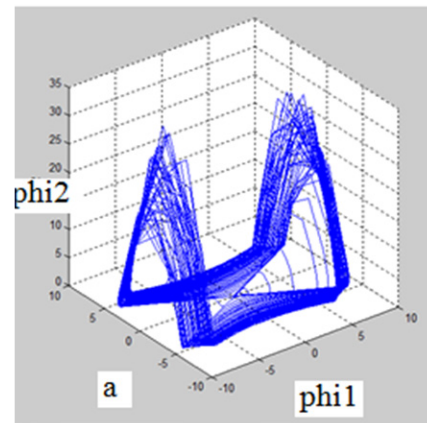


Рис. 2. Фазовый портрет, $t = 500$, $h = 4$

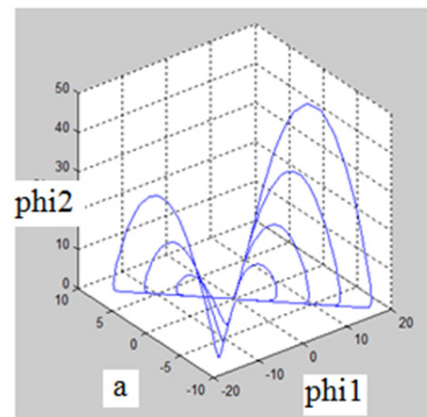


Рис. 3. Фазовый портрет, $t = 100$, $h = 2$

Отметим, что прямолинейные образующие, в проекции на горизонтальную пло-

скость соответствуют собственным векторам линеаризованной системы.

Таким образом в работе получены следующие результаты. Оказалось, что посредством адаптивного управления удалось показать возможность стабилизации неустойчивого маятника с гистерезисными свойствами. Экспериментально было установлено, что система (8) обладает свойством диссипативности. Также в работе была исследована зависимость качества стабилизации от длины поршня. Фазовый портрет системы (8) имеет два бассейна притяжения, что напоминает аттрактор Лоренца, однако, в отличие от него переход из одной области в другую происходит по вполне регулярному закону. В заключении приведем результаты численного моделирования в отсутствие гистерезиса в управляющем воздействии.

Следующие два графика были построены, при начальных условиях:

$\alpha = 1,3$; $\varphi_1(0) = 0,3$; $\varphi_2(0) = 0,4$, для рис. 4.

$\alpha = 1,3$; $\varphi_1(0) = 1$; $\varphi_2(0) = 0,3$, для рис. 5.

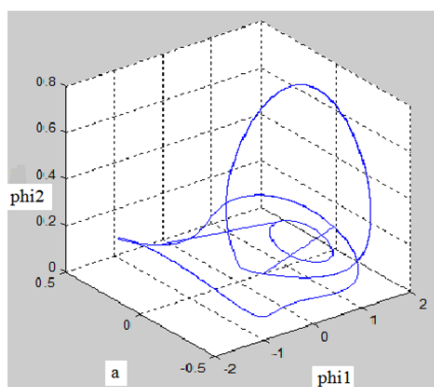


Рис. 4. Фазовый портрет, $t = 1500$, $h = 0$

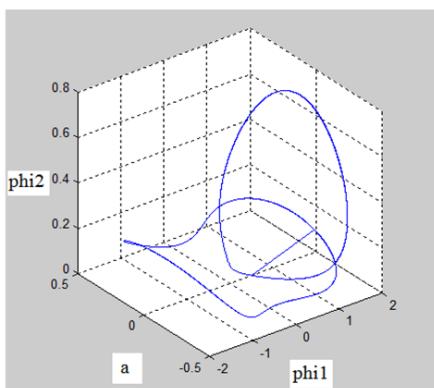


Рис. 5. Фазовый портрет, $t = 1500$, $h = 0$

Как видно из рисунков динамика системы радикально отличается от соответствующей системы с гистерезисом. Основное отличие заключается в принципиальной невозможности существования асимптотически устойчивых положений равновесия в системе с гистерезисом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Красносельский М. А., Покровский А. В. Системы с гистерезисом. – М.: Издательство Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 273 с.

2. Корректные периодические режимы в системах управления с монотонными гистерезисными нелинейностями / М. Е. Семенов, О. И. Канищева, Д. М. Прохоров, А. Н. Гулин // Научные технологии. – 2010. – № 12. – С. 67–72.

3. Семенов М. Е. О континуумах вынужденных устойчивых периодических режимов в системах управления / М. Е. Семенов // Автоматика и телемеханика. – 1994. – № 8. – С. 95–98.

4. Матвеев М. Г. Зоны устойчивости и периодические решения перевернутого маятника с гистерезисным управлением / М. Г. Матвеев, М. Е. Семёнов, Д. В. Шевлякова, О. И. Канищева // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2012. – № 11. – С. 8–14.

5. Семенов М. Е. Оптимальное управление в задаче о выборе производственной и ценовой стратегии / М. Е. Семенов, Г. Н. Лебедев, М. Г. Матвеев // Системы управления и информационные технологии. – 2009. – № 4. – С. 71–78.

6. Капица П. Л. Маятник с вибрирующим подвесом // УФН. 1951. № 44. – С. 7–20.

7. Грачиков Д. В. Стабилизация, рассинхронизация и оптимальное управление обратным маятником с гистерезисными свойствами / Д. В. Грачиков, Г. Н. Лебедев, М. Е. Семенов, О. И. Канищева // Вестник ВГУ, серия: Системный анализ и информационные технологии, 2013, № 1. – С. 29–37.

8. Семенов М. Е. Стабилизация перевернутого маятника вертикальными осцилляциями с помощью гистерезисного управления /

М. Е. Семенов, Д. В. Шевлякова, О. И. Канищева, Д. В. Грачиков // *Научные технологии* № 3. – 2012. – С. 23–31.

9. *Баев А. Д.* Анализ корректности одного класса математических моделей вырождающихся процессов / А. Д. Баев, С. С. Бунеев, О. А. Савина, Е. И. Трофимова, В. Е. Щербатых // *Вестник ВГУ, серия: Системный анализ и информационные технологии*, 2012. – № 2. – С. 18–23.

10. *Безрядин М. М.* Применение теоремы Безу и схемы Горнера для построения модаль-

ного регулятора по передаточной функции замкнутой системы в случае наличия внешнего задающего и возмущающего воздействий / М. М. Безрядин, Г. И. Лозгачев // *Вестник ВГУ, серия: Системный анализ и информационные технологии*, 2012, № 1. – С. 5–11.

11. *Semenov M. E., Shevlyakova D. V., Meleshchenko P. A.* Inverted Pendulum under hysteretic control: stability zones and periodic solutions. // *Springer Science + Business Media Dordrecht/Nonlinear Dynamics* 2014, Vol. 75, Issue 1, pp. 271–281.

Рукавицын Антон Геннадиевич – аспирант кафедры Цифровых технологий, Воронежский государственный университет, e-mail: a.rukavitsyn@gmail.com

Rukavitsin A. G. – graduate student of digital technology, Voronezh State University, e-mail: a.rukavitsyn@gmail.com

Семенов Михаил Евгеньевич – д.ф.-м.н., профессор кафедры цифровых технологий Воронежского государственного университета, E-mail: mkl150@mail.ru

Semenov M. E. – doctor of physical and mathematical sciences, professor of digital technology, Voronezh State University, e-mail: mkl150@mail.ru

Пигарев Андрей Евгеньевич – к.т.н., доцент 11 кафедры, ВУНЦ ВВС «ВВА», e-mail: pae@mail.ru

Pigarev A. E. – p.h.d., Military Educational Scientific Center of Air Forces (Voronezh), e-mail: pae@mail.ru

Канищева Олеся Ивановна – к.ф.-м.н., доцент, ВУНЦ ВВС «ВВА», e-mail: oleka_olesya@mail.ru

Kanishcheva O. I. – p.h.d., 206-th department of mathematics, Military Educational Scientific Center of Air Forces (Voronezh), e-mail: oleka_olesya@mail.ru