

ВЫБОР КРИТЕРИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ОДНОМАССОВОЙ СИСТЕМЫ ГЕНЕРАТОР-ДВИГАТЕЛЬ

П. Э. Подборский, Э. Н. Подборский

*Саяно-Шушенский филиал Сибирского федерального университета,
Хакасский технический институт – филиал Сибирского федерального университета*

Поступила в редакцию 12.02.2014 г.

Аннотация. Анализируются системы управления электромеханическими системами на примере электропривода постоянного тока одномассовой системы генератор-двигатель. Разработан критерий оптимальности и получена аналитическая формула регулятора, позволяющего учесть ограничения на координаты и входной сигнал. Учтено ограничение на скорость нарастания тока и исключены резкие переключения напряжения управления.

Ключевые слова: Электропривод постоянного тока, электромеханическая система, двухточечная краевая задача, оптимальное управление, критерий оптимальности.

Annotation. Control of electromechanical systems with square-law cost function is analyzed on an example of the DC-drive for one-mass engine-generator system. The new optimum criterion is developed and the analytical formula of a regulator is received, this allows taking into account state coordinates and input signal constraints. Additionally restriction on increase of a current speed took into consideration and sharp switchings of control signal are excluded.

Keywords: DC-drive, electromechanical system, two points boundary problem, optimal control, cost function.

При построении систем оптимального управления важнейшим этапом проектирования является выбор критерия оптимальности. При этом сформулированные требования к качеству регулирования довольно трудно перенести на конкретную математическую формулировку. Зачастую выбирают интегральную оценку качества переходных процессов и используют популярные функционалы. Однако данные критерии оптимальности лишь удобны математически:

– критерий оптимального быстродействия максимально упрощает подынтегральную функцию и при отсутствии ограничений на координаты и комплексных корней позволяет сразу знать вид оптимального управления. Неэффективность его использования показана в [1];

– критерий с линейной по фазовым координатам подынтегральной функцией позволяет для задачи со свободным правым

концом при отсутствии ограничений на координаты вариационными методами определить оптимальное управление всего после решения двух задач Коши. Нецелесообразность использования данного критерия показывается в [2];

– квадратичный критерий приводит к линейному по фазовым координатам закону оптимального управления и т.д. Теория аналитического конструирования на основе данного функционала развита для электропривода в [3] и [4].

Для реальных практических задач классические критерии часто не подходят, однако они часто принимаются за искомые без каких-либо серьезных обоснований и исследований. Более того, даже логически на первый взгляд правильно сформулированный критерий оптимальности на практике приводит к закону оптимального управления, не приемлемому для реализации. Далее исследуем подробно данные вопросы.

Рассмотрим электропривод постоянного тока независимого возбуждения с неизмен-

ным потоком возбуждения. Питание двигателя осуществляется по цепи якоря от генератора постоянного тока с возбуждением от, например, тиристорного возбудителя. Математическая модель данной одномассовой системы может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{cases} K_g \cdot U_y = R_g \cdot i_g + L_g di_g / dt, \\ K_z \cdot i_g = R_a \cdot i_a + L_a di_a / dt + C \cdot \omega, \\ Jd\omega / dt = M, \end{cases}$$

где i_g , i_a , ω – ток возбуждения, ток якоря и угловая скорость одномассовой системы, U_y – напряжение управления, K_g , K_z – коэффициенты передачи возбудителя и генератора, R_g , R_a , L_g , L_a – активные сопротивления и индуктивности обмоток возбудителя и якоря, J – приведенный момент инерции одномассовой системы, C – конструктивная постоянная, $M = C \cdot i_a$ – момент одномассовой системы.

Если за ток возбуждения базовый $I_{гб}$ принять номинальный ток возбуждения, за ток якоря базовый $I_{аб}$ максимальный (стопорный) ток якоря двигателя, за напряжение управление базовое $U_г$ номинальное напряжение управления и за угловую скорость базовую $\omega_г$ номинальную угловую скорость двигателя, то, введя следующие координаты в относительных единицах

$$x_0 = \frac{i_g}{I_{гб}}; \quad x_1 = \frac{i_a}{I_{аб}}; \quad x_2 = \frac{\omega}{\omega_г}; \quad u = \frac{U_y}{U_г},$$

получим электромеханическую систему в формализованном виде:

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = -a_{00}x_0 + bu, \\ \dot{x}_1 = a_{10}x_0 - a_{11}x_1 - a_{12}x_2, \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1, \end{cases}$$

где $b = \frac{K_g \cdot U_г}{L_g \cdot I_{гб}}; \quad a_{00} = \frac{R_g}{L_g}; \quad a_{10} = \frac{K_z \cdot I_{гб}}{L_a \cdot I_{аб}};$
 $a_{11} = \frac{R_a}{L_a}; \quad a_{12} = \frac{C \cdot \omega_г}{L_a \cdot I_{аб}}; \quad a_{21} = \frac{C \cdot I_{аб}}{J \cdot \omega_г}.$

Поставим задачу произвести пуск двигателя до номинальной скорости (задача реверса или торможения решается аналогично). Чем быстрее двигатель наберет нужную скорость, тем выше его производительность, поэтому

для наискорейшего по времени процесса пуска можно поставить задачу минимизации следующего функционала:

$$J = \int_0^t (|z_2 - x_2|) dt,$$

где z_2 – желаемое установившееся значение выходной координаты.

Знак модуля необходим для того, чтобы подынтегральная функция была всегда положительна, и минимум достигался при равенстве ее нулю, то есть при наискорейшем достижении равенства скорости двигателя желаемому номинальному значению. Иначе минимум будет при бесконечном отрицательном значении функционала, что будет достигаться при скорости выше номинальной, что неприемлемо. Очевидно, чем выше входной сигнал, тем быстрее двигатель разгонится, и при управлении равном бесконечности он разгонится за время равное нулю, то есть мгновенно. Поэтому основное ограничение в системе должно быть на напряжение управления $|u| \leq 1$. Предусмотрим максимально возможную физически десятикратную форсировку возбудителя. Понятно, что при этих условиях оптимальным управлением будет подача на вход максимально возможного сигнала, что приведет к многократному превышению током якоря допустимого максимального значения, недопустимому перерегулированию по току возбуждения и даже небольшому перерегулированию по скорости. То есть необходимо ограничить и все координаты системы $|x_i| \leq 1$. Кроме того, во избежание возникновения коллекторного огня накладывается ограничение и на скорость нарастания тока якоря, в данном случае это 10 номиналов в секунду. Поскольку двигатель питается от генератора, то напряжение якоря будет нарастать постепенно, и необходимо проверить, нарушается ли ограничение на скорость нарастания тока. Поэтому пока на эту координату ограничения налагать не будем. Что касается ограничения на энергию управления, то на первый взгляд, очевидно, такие ограничения не нужны, т.к. это приведет к медленному росту скорости, причем до величины меньше номинальной, что неприемлемо. Такие ограничения нужны при

$U_y, i_a, i_B, \omega, i'_a$; о.е.

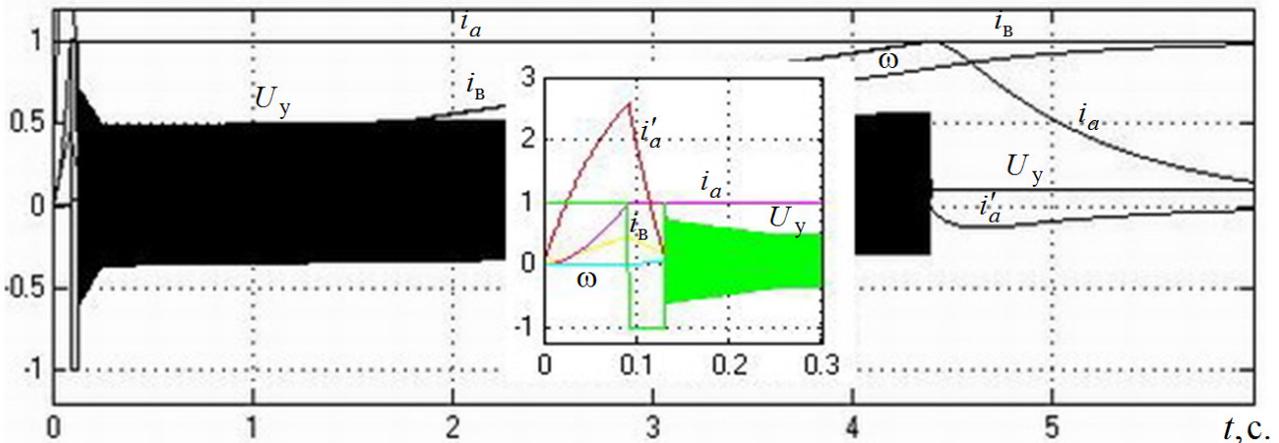


Рис. 1. Переходные процессы системы без ограничений на скорость тока и энергию управления

управлении летательными аппаратами, где стоимость энергии (топлива) очень высока.

На рис. 1 показаны переходные процессы в полученной оптимальной системе управления. Видно, что при максимальных возможностях форсирования скорость нарастания тока якоря превышает допустимое значение в 2.5 раза. Управление изменяется скачком сначала до максимально положительного, затем до максимально отрицательного значения, а затем начинает быстро знакопеременно переключаться между соответствующими максимальными значениями в течение всего оставшегося времени переходного процесса вплоть до установления скорости в номинальной величине. Время переходного процесса (время вхождения скорости в 5%-ную зону от установившегося значения) равно 5.34 с, время достижения током максимально допустимого значения равно 0.13 с, энергия управления с учетом достаточно больших неточностей численного расчета равна 97 у.е. В целом получается, что подробно сформулированный выше и логически обоснованный критерий оптимальности приводит к неприемлемому для реализации оптимальному управлению.

Проанализируем подробнее оптимальные процессы в данной системе. На первом этапе подается максимальное положительное и затем максимально отрицательное управление, под действием которого происходит увеличение и затем некоторое уменьшение тока возбуждения. Под таким действием тока

возбуждения скорость нарастания тока якоря возрастает и затем падает до нуля, обеспечивая тем самым наискорейшее достижение током якоря максимального значения. Далее на основном участке регулирования происходит разгон двигателя на максимальном токе. Ток якоря постоянен, а значит скорость (звено интегратора по сути) нарастает по линейному закону. Это в свою очередь определяет линейный закон нарастания отрицательной обратной связи противо-ЭДС, которая подается на апериодическое звено, отвечающее за ток якоря. В результате чтобы сохранить постоянство тока якоря, входной сигнал напряжения двигателя (то есть выходной сигнал ЭДС генератора) должен также линейно нарастать. А значит, ток возбуждения также нарастает линейно в течение всего времени, пока ток якоря постоянен. Но за ток возбуждения отвечает апериодическое звено, выход которого не может быть линейно возрастающим. Поэтому оптимальным управлением электропривода на таком участке будет переключающийся с бесконечной частотой входной сигнал напряжения с положительного максимально допустимого значения на отрицательное, причем отрицательное значение будет увеличиваться с каждым переключением по линейному закону. Как удалось получить на графике управление переключается с максимума на минимум с частотой дискретизации. Максимальных значений да и минимальных тоже управление не дости-

$U_y, i_a, i_B, \omega, i'_a$; о.е.

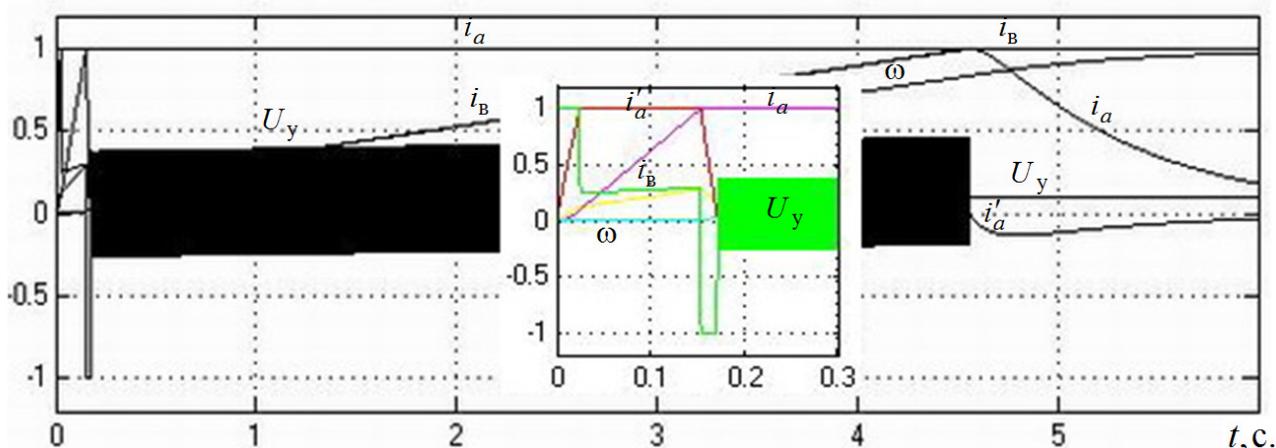


Рис. 2. Переходные процессы системы с ограничением скорости тока без ограничения энергии управление

$U_y, i_a, i_B, \omega, i'_a$; о.е.

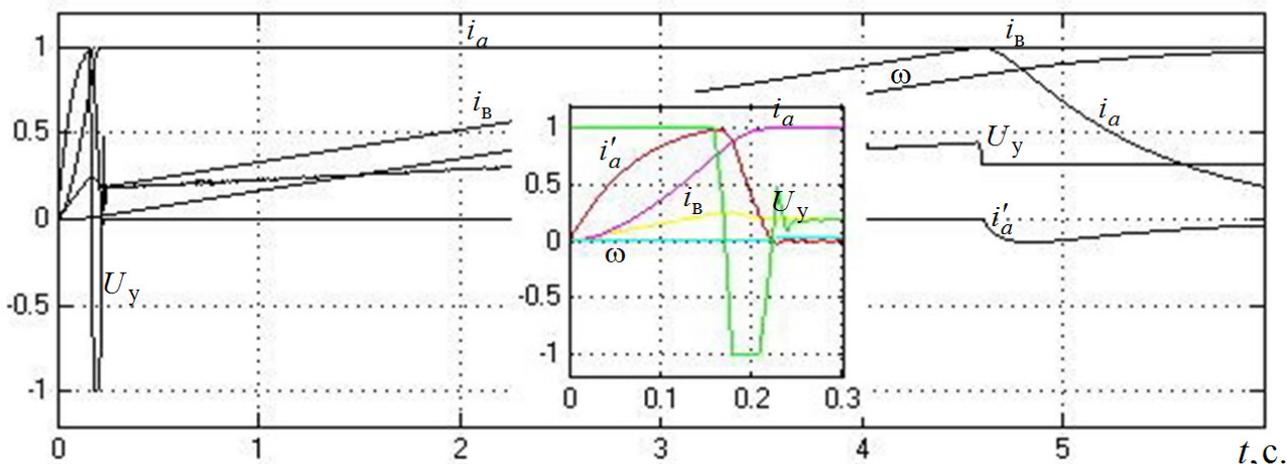


Рис. 3. Переходные процессы системы с замкнутой областью управления и всеми ограничениями

гает из-за погрешностей расчета. В конце переходного процесса управление становится равным номинальному при достижении током возбуждения номинального значения. Одновременно скорость достигает требуемого номинального значения при номинальном управлении и токе возбуждения.

Ограничим дополнительно скорость нарастания тока требуемым максимальным значением. Соответствующие переходные процессы показаны на рис. 2. Видно, что вид найденного оптимального управления стал еще более абсурдным для реализации. Максимально допустимый положительный входной сигнал подается всего на время 0.025 с. на время выхода скорости нарастания тока на максимально

допустимое значение и такое же время подается максимально допустимое отрицательное значение входа, когда эта скорость падает до нуля. То есть все возможности десятикратного форсирования действуют пренебрежимо незначительное время. Остальное же время движения на максимально допустимой скорости тока подается управление примерно в 4 раза меньше допустимого. Время переходного процесса равно 5.51 с., время достижения током максимального значения равно 0.17 с., энергия управления равна 56 у.е.

Показанные графики показывают, что ограничивать скорость изменения тока якоря необходимо с учетом приемлемой формы входного сигнала, также нужно избавиться

$U_y, i_a, i_B, \omega, i'_a$; о.е.

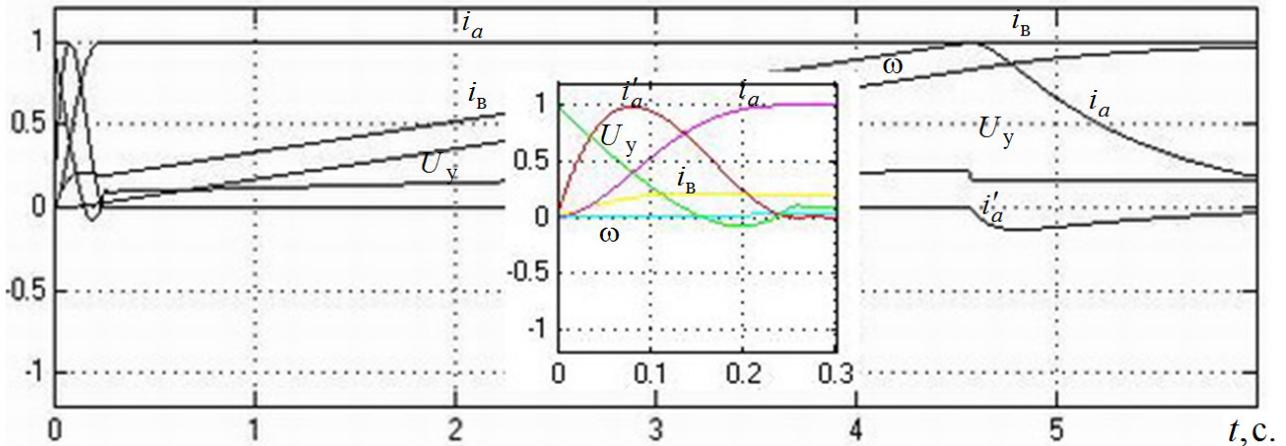


Рис. 4. Переходные процессы системы с открытой областью управления и всеми ограничениями

от частопереключающейся его формы. Предлагаем два способа улучшения качества регулирования. В [1] уже упоминалось об обязательном введении в критерий оптимальности члена, отвечающего за расход энергии управления, но с малым коэффициентом.

Поэтому первый способ заключается во введении в нашу систему такого элемента для подавления частых переключений. А для ограничения скорости тока введем такую максимальную форсировку, при которой эта скорость не превысит максимального значения. На рис. 3 показаны полученные переходные процессы при подобранном весовом коэффициенте при энергии управления 0.0001 и коэффициенте форсирования 3.1. Время переходного процесса равно 5.53 с., время достижения током максимального значения 0.23 с., энергия управления равна 7.79 у.е. Видно, что чуть более чем трехкратного форсирования вполне достаточно для обеспечения требуемого ограничения скорости тока, сигнал управления при этом во время разгона тока до максимума равен сначала максимально положительной, а затем максимально отрицательной величине.

Второй способ заключается во введении минимизации энергии управления с таким коэффициентом, который обеспечивает как ограничение управления на уровне не выше максимального, так и ограничивает скорость нарастания тока максимально допустимым

значением, при этом еще и исключает часто переключающиеся формы этого сигнала. На рис. 4 показаны соответствующие результаты моделирования процесса пуска при подобранном весовом коэффициенте при энергии управления 0.005. Время переходного процесса составляет также 5.53 с., и время достижения током максимально допустимой величины также равно 0.23 с., энергия управления равна 7.57 у.е. Видно, что в течение времени достижения током максимума скорость его нарастания не превышает допустимого значения, а управления представляет более плавный сигнал с примерно шестикратным форсированием.

Время достижения током максимального значения у обоих способов одинаково, но оно больше на 35 %, чем на рис. 2. Но такая разница оказывается незначительной, т.к. оба способа дают также примерно одинаковое время переходного процесса, причем это время всего на 0.36 % больше минимального, показанного на рис. 2. Энергия управления у второго способа меньше примерно на 3%. Оба способа надежно ограничивают скорость тока якоря и исключают частые переключения входного сигнала.

Заметим, что исследованная выше оптимальная система может быть получена только как система программного управления численным способом. На практике же для построения систем с обратной связью опти-

$U_y, i_a, i_B, \omega, i'_a$; о.е.

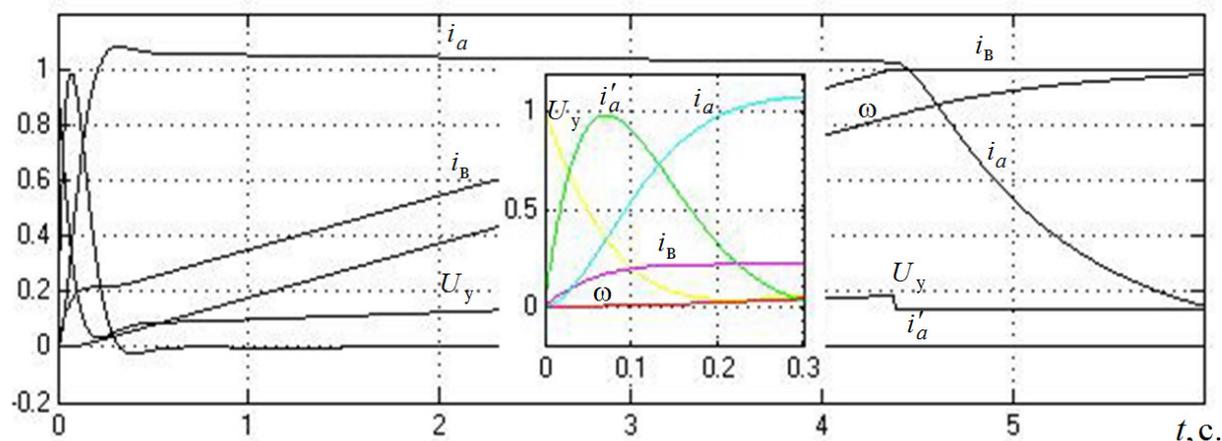


Рис. 5. Переходные процессы системы с аналитически сконструированным регулятором

мального или предиктивного оптимального управления желательно иметь аналитическую формулу регулятора, при этом учитывающую прямо или косвенно все ограничения. Для построения такого закона управления воспользуемся результатами [3] и [4].

Для этого примем в классическом квадратичном функционале весовые коэффициенты при токе возбуждения и скорости равными нулю, то есть будем минимизировать квадрат отклонения тока якоря от максимально допустимого значения и энергии управления. В результате окончательно полученный критерий оптимальности для нашего электропривода:

$$J = \int_0^t \left(q_1 (z_1 - x_1)^2 + r (z_u - u)^2 \right) dt. \quad (1)$$

После составления и преобразования уравнений Эйлера-Лагранжа получаем следующую систему неоднородных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = -a_{00}x_0 + b \left(z_u + \frac{b}{2r} \cdot \lambda_0 \right), \\ \dot{x}_1 = a_{10}x_0 - a_{11}x_1 - a_{12}x_2, \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1, \\ \dot{\lambda}_0 = a_{00}\lambda_0 - a_{10}\lambda_1, \\ \dot{\lambda}_1 = 2q_1x_1 + a_{11}\lambda_1 - a_{21}\lambda_2 - 2q_1z_1, \\ \dot{\lambda}_2 = a_{12}\lambda_1. \end{cases} \quad (2)$$

Решая систему (2) при соответствующих граничных условиях для задачи со свободным правым концом, получаем оптимальные

траектории и управление, минимизирующие (1). Это соответствует решению для открытой области управляющего сигнала [3] и второму представленному выше способу улучшения качества регулирования. Если пользоваться показанным выше первым способом улучшения качества регулирования, то решение для соответствующей замкнутой области управления строится, как показано в [4]. На рис. 5 показаны переходные процессы в системе для примера решения в открытой области.

Проанализируем полученные результаты. Вместо минимизации квадрата скорости минимизация квадрата отклонения тока якоря от максимально допустимого значения z_1 на первом участке даст наиболее быстрое достижение током якоря максимальной величины в начале переходного процесса при перерегулировании менее 2%. Быстрее достичь максимального значения можно только, увеличивая перерегулирование, в нашем случае считаем кратковременное превышение максимального значения на 2% приемлемым. В тех случаях, когда превышать максимальный уровень нельзя, можно ввести дополнительную аварийную отсечку, что будет также незначительным отходом от оптимальности. Второй участок движения на максимальном токе можно считать оптимальным. На третьем участке данный критерий оптимальности держал бы ток на максимальном значении и после достижения скорости номинального значения, что обеспечивает дальнейший разгон

двигателя. Для обеспечения оптимальности этого участка, при достижении током возбуждения номинального значения переключаем входное напряжение на желаемое установившееся номинальное значение, что ограничит и скорость номинальным значением.

Таким образом, разработан адекватный критерий оптимальности, соответствующий физическим требованиям к качеству функционирования системы на практике, математическая формулировка которого позволяет построить реализуемый на практике оптимальный управляющий сигнал. Имеем также точную аналитическую формулу, определяющую оптимальное управление электроприводом при прямом или косвенном учете ограничений на все координаты и входной сигнал. Учтены ограничения на скорость изменения тока якоря для исключения опасности возникновения коллекторного огня, а также исключены релейные частые переключения входного сигнала, что значительно повышает энергетические показатели системы управления.

Подборский Павел Эдуардович – Саяно-Шушенский филиал Сибирского федерального университета, доцент кафедры ГГЭ-ЭС, к.т.н. E-mail: panpodpe@mail.ru, Тел.: +7 3902 241869 .

Подборский Эдуард Николаевич – Хакасский технический институт – филиал Сибирского федерального университета, доцент кафедры ЭЭ, к.т.н., доцент. E-mail: panpoden@mail.ru, Тел.: +7 3902 241869.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Подборский П.Э., Подборский Э.Н.* Критический анализ оптимальных систем максимального быстродействия // *Электромеханика*. – 2012. – № 5. – С. 55 – 60.

2. *Подборский П.Э., Подборский Э.Н.* О целесообразности использования линейной по фазовым переменным задачи оптимального управления // *Вестник ДГУ*. – 2013. – № 1. – С. 89–96.

3. *Подборский П.Э., Подборский Э.Н.* Аналитическое конструирование регуляторов электропривода одномассовой системы генератор-двигатель // *Вестник Воронежского государственного университета. Системный анализ и информационные технологии*. – Воронеж : 2013. – № 2. – С. 42–47.

4. *Подборский П.Э., Подборский Э.Н.* Аналитическое конструирование регуляторов электропривода одномассовой системы Г-Д. Учет ограничений типа неравенств // *Вестник ДГУ*. – 2013. – № 1. – С. 81–88.

Podborski Pavel – Sayano-Shushensky branch of Siberian federal university, associate professor of NHEES chair, Dr.-ing. E-mail: panpodpe@mail.ru, Tel.: +7 3902 241869

Podborski Eduard – Khakass technical institute – branch of Siberian federal university, associate professor of EE chair, Dr.-ing. E-mail: panpoden@mail.ru, Tel.: +7 3902 241869.