УДК 519.852.35

ИДЕАЛЬНОЕ АГРЕГИРОВАНИЕ КОМПЛЕКСА ОПЕРАЦИЙ В ТРЕХМЕРНОМ ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ОБСЛУЖИВАНИЯ ТЕХНИКИ

О. А. Коновалов, Е. В. Коновальчук, Д. Н. Ледовских, К. А. Малыков

ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина»

Поступила в редакцию 11.03.2012 г.

Аннотация. В работе рассматриваются подходы агрегирования комплекса операций в задачах обслуживания. Предложен способ определения эквивалентного объема комплекса операций в трехмерном фазовом пространстве, основанный на геометрической аналогии и произведена оценка минимального и максимального времени продолжительности выполнения проекта. Рассмотрена функция, с помощью которой получена агрегированная модель, интерпретирующая идеальную зависимость скорости выполнения проекта от назначенных ресурсов.
Ключевые слова: распределение ресурсов, эквивалентный объем, агрегирование, комплекс операций, проект.
Annotation. In work approaches of aggregation of complexes of operations in service problems are considered. The way of definition of equivalent volume of a complex of operations in the three-dimensional phase space is offered, based on geometrical analogy and the estimation of minimum and maximum time of duration of performance of the project is made. Function with which help the aggregated model interpreting ideal dependence of speed of performance of the project from appointed resources is received is considered.
Keywords: resources distribution, equivalent volume, aggregation, the complex of operations, network.

ВВЕДЕНИЕ

Задача формирования плана реализации проекта или календарного планирования (оптимального распределения ресурсов в проекте) является одной из наиболее распространенных задач управления проектами и в общем случае относится к сложным многоэкстремальным или комбинаторным задачам оптимизации. Проектом будем называть некоторый процесс изменений, то есть не рутинный, не повторяющийся процесс, требующий специальных методов проектного управления [1].

Известные классические методы математического анализа при решении современных задач обслуживания техники оказываются малоэффективными в силу наличия сильных ограничений на переменные и область изменения целевой функции. Оптимизация сетевых моделей технического обслуживания (ТО) без календарной увязки сроков отрицательно сказывается на достоверности и ограниченности получаемых результатов. Использование комбинаторного анализа приводит к анализу большого числа вариантов распределения ресурсов и широкого диапазона решений вероятностного характера, а эвристических приемов – к потере управления уже на стадии планирования [2].

Точные и эффективные методы получены только для небольшого числа частных постановок или для задач небольшой размерности. Поэтому при решении задач календарного планирования развиваются два подхода [1]. Первый подход основан на использовании эвристических алгоритмов, в которых используются эвристические правила приоритетности операций и приемы локальной оптимизации, то есть улучшения некоторого начального решения. Второй подход основан на идее агрегирования. Агрегированием комплекса операций называется его представление в виде комплекса с меньшим числом операций [1]. Полученный агрегированный проект, как правило, допускает более эффективные методы решения, а затем полученное решение дезагрегируется в календарный план исходного проекта.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Проект обычно представляют комплексом операций. Под операцией понимается процесс, требующий затрат времени и ресурсов. Для формального описания операции необходимо задать ее объем $W_{опер}$ и зависимость скорости $w(t)$ от количества назначенных ресурсов $x(t)$ в момент времени t:

$$w_{\text{пл}}(t) = f(x(t)). \quad (1)$$

При решении задач ТО различают, как правило, три вида ресурсов, классифицируемые на множестве тактов планирования $T_n = \{1,2,...,T_0\}$ по сроку годности g_s ресурса S на нескладируемые, (трудовые, энергетические ресурсы), $g_s = 1$, складируемые (техническое имущество, финансы), $g_s \geq T_0$ и частично-складируемые (расходные материалы, контрольно-измеритель-ная аппаратура), $2 \leq g_s < T_0$ [3]. Пусть $t_н$ – момент начала операции, а t_0 – момент ее окончания. Тогда объем операции удовлетворяет условию:

$$W_{\text{опер}} = \int_{t_{\text{н}}}^{t_o} f[x(t)]dt. \quad (2)$$

Ресурсы назначаются на операции в определенных соотношениях, называемых набором ресурсов, который можно представить в виде

$$x_j = \beta_j \cdot v,\ j = \overline{1,m}, \quad (3)$$

где m – количество видов ресурсов, v – интенсивность набора, β_j – количество ресурса j-го вида на единицу мощности набора [4].

Величиной интенсивности набора является определяющий ресурс. Так, количество специалистов определяет требуемое количество инструмента и для определяющего ресурса $\beta = 1$. Тогда ограничение на ресурсы

$$\sum_{i=1}^{n} \beta_{ij} \cdot x_i(t) \leq N_j(t),\ j = \overline{1,m}, \quad (4)$$

где n – число операций, $N_j(t)$ – количество ресурсов j-го вида в момент t.

Ограничения на ресурсы часто связаны с ограниченностью финансов. Если обозначить c_j – стоимость единицы ресурсов j-го вида в единицу времени, а $S(t)$ – объем финансирования в момент t, то ограничения, связанные с финансированием, примут вид [1]:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_j \cdot \beta_{ij} \cdot v_i(t) \leq S_j(t) \quad (5)$$

А при ограниченных средствах получим ограничения типа затрат

$$\sum_{i=1}^{n} S_j(t) \leq Q,\ S_i = \sum_{j=1}^{m} c_j \int_{t_{i_{\text{н}}}}^{t_{i_o}} v_i(t)dt. \quad (6)$$

Если задан график $Q(t)$ поступления ресурсов (финансирования), то ограничения на ресурсы могут быть записаны в форме:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_j \cdot \beta_{ij} \int_0^t v_i(\tau)d\tau \leq Q(t). \quad (7)$$

Задача оптимального распределения ресурсов заключается в определении такого их распределения $v(t) = \{v_i(t)\}$, при котором все операции комплекса выполняются за минимальное время (задача оптимального быстродействия), либо потери, связанные с задержкой времени операций будут минимальными (задача минимизации упущенной выгоды) [4].

Далее задача календарного планирования рассматривается как задача распределения ресурсов одного вида. Такой подход тем более обоснован, поскольку он позволяет сконцентрировать внимание именно на особенностях решения задач календарного планирования на основе агрегирования.

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ОБЪЕМА ОПЕРАЦИЙ

Рассмотрим комплекс из n зависимых операций объема W_i, $i = \overline{1,n}$ и скоростями $f_i(x_i) = \beta_i f(x_i)$. Определим агрегированную операцию с объемом $W_a = \sum_{i=1}^{n} \frac{W_i}{\beta_i}$ и скоростью $w_a = f(x)$.

При этом если комплекс состоит из однородных операций (операций, скорости которых удовлетворяют соотношениям $f_i = \beta_i f$, где f вогнутые функции) и имеет последовательно-параллельную структуру, то такой комплекс допускает идеальное агрегирование в одну операцию [5].

Существует класс зависимостей $f_i(x_i)$, при которых возможно идеальное агрегирование любого комплекса операций. Это степенные зависимости вида

$$f_i(x) = x_i^{\alpha},\ \alpha < 1,\ i = \overline{1,n}. \quad (8)$$

Для случая степенных зависимостей в [4] доказано, что существует агрегированное представление комплекса в виде одной операции объема $W_э$ и со скоростью $f = x_a$ такое, что для любого $N(t)$ имеет место $T_m[N(t)] = T_a[N(t)]$. Таким образом, задача сводится к определению объема агрегированной операции (этот объем называется эквивалентным объемом проекта) [1].

Известны несколько методов определения эквивалентного объема. Первый метод основан на решении задачи распределения ресурсов при заданном уровне ресурсов N. Если $T_{min}(N)$ – минимальное время реализации проекта, то эквивалентный объем проекта определяется выражением

$$W_э = T_{min}(N) \cdot T_a. \qquad (9)$$

Второй метод основан на решении задачи минимизации затрат при заданном сроке реализации проекта. При этом зависимость затрат на i-ую операцию от ее продолжительности определяется выражением [1]:

$$s_i(\tau_i) W_i^{\frac{1}{\alpha}} / \tau_i^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}, \; i = \overline{1, n}. \qquad (10)$$

Если $s_{\min}(T)$ – величина минимальных затрат, то эквивалентный объем проекта определяется выражением:

$$W_э = s_{\min}^{\alpha} \cdot T^{1-\alpha}. \qquad (11)$$

В работе предлагается рассмотреть еще один способ определения эквивалентного объема для трехмерной сетевой модели проекта на основе геометрической интерпретации, который, по мнению авторов, является более оперативным и наглядным.

СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ОБЪЕМА КОМПЛЕКСА ОПЕРАЦИЙ В ТРЕХМЕРНОМ ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Под размерностью комплекса операций понимается максимальное число независимых операций. Множество состояний комплекса размерности m можно изобразить в виде некоторой области m-мерного фазового пространства. Для этого необходимо определить множество M путей, покрывающих сеть, т.е. каждая вершина сети принадлежит хотя бы одному пути. Минимальное число таких путей равно размерности комплекса [5].

Рассмотрим проект, состоящий из комплекса операций, имеющих объемы $W_{01} = 5$, $W_{02} = 3$, $W_{13} = 3$, $W_{24} = 4$, $W_{35} = 4$, $W_{45} = 5$, $W_{05} = 10$ соответственно. Представим сеть, изображенную на рис. 1 трехмерным фазовым пространством и отложим по соответствующим фазам объемы операций. На рис. 2 показаны оставшиеся незаштрихованные области допустимых значений.

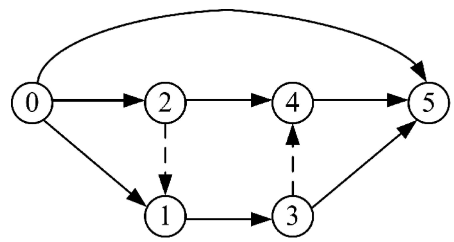

Рис. 1. Комплекс операций размерности 3

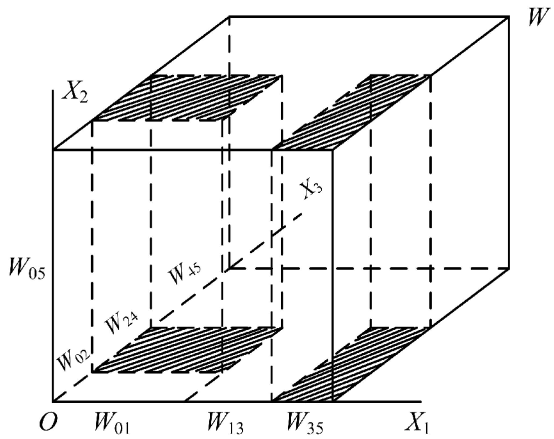

Рис. 2. Области ограничений по технологическим зависимостям

Обозначим Q_i – множество вершин сетевого графика, принадлежащих пути μ_i (если вершина принадлежит нескольким путям, то оставляем ее только в одном из множеств Q_i). Поставим в соответствие каждому пути μ_i координатную ось y_i фазового пространства, а последовательности вершин $k \in \mu_i$ последовательность отрезков длины W_k на оси y_i [1, 5]. Любому процессу планового выполнения операций соответствует траектория, соединяющая т. 0 с т. 5 и проходящая в области возможных состояний.

На рис. 3 представлена геометрическая модель комплекса операций в трехмерном фазовом пространстве. Эквивалентный объем проекта равен длине кратчайшей траектории (диагональ прямоугольного параллелепипеда), соединяющей т. O с т. W.

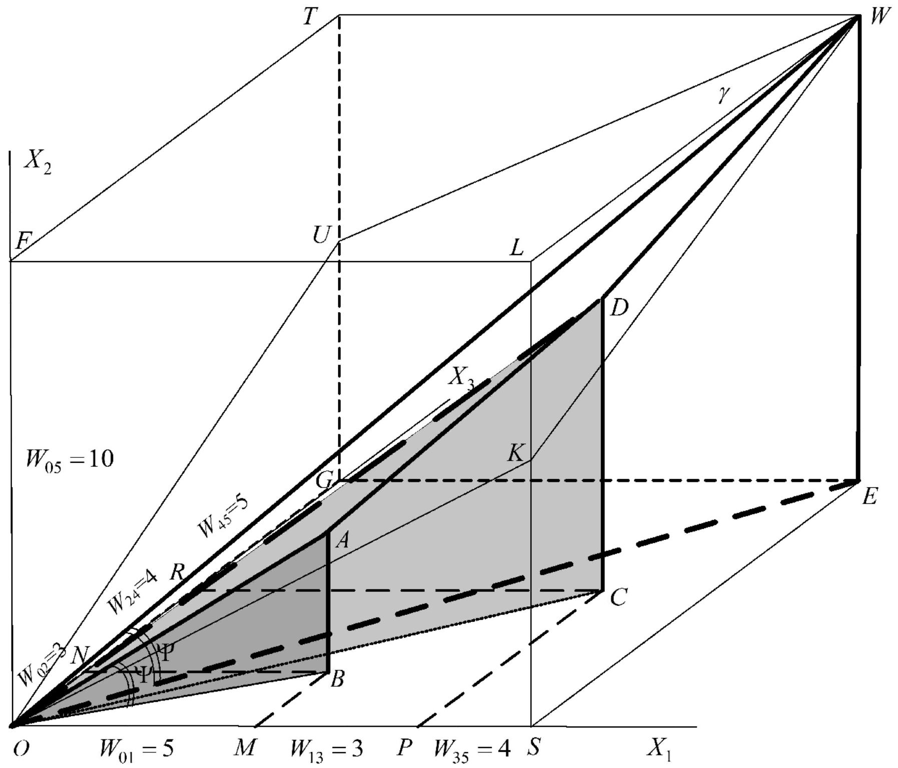

Рис. 3. Геометрическая модель комплекса операций

В отличие от подхода, предложенного в [6], где требуется получения оптимального распределения ресурсов решить систему уравнений прямых и плоскости, в работе предлагается простой более оперативный и наглядный способ определения эквивалентного объема комплекса операций с использованием тригонометрических преобразований.

Координаты x_1 и x_3 точек A и D определяются согласно допустимым значениям и не могут отклоняться. Регулируемым параметром в рассматриваемой системе являются координаты этих по оси X_2, положение которых определяется значением объема операций и зависит от числа назначенных специалистов [5, 6]. Проведем плоскость γ в которой лежит диагональ параллелепипеда. Соединим т. B с т. A и т. C с т. D (получим треугольники OBA и OCD). Очевидно, что т. $A \in$ пл. γ и т. $D \in$ пл. γ, а также отклонение положения точек O, A, D и W ломаной от пр. OW по оси X_2 будет равно нулю. В результате, полученная траектория имеет минимальную длину, которая является эквивалентным объемом. Угол наклона пл. γ соответствует углу, который образует диагональ прямоугольного параллелепипеда ($OW \in$ пл. γ) с диагональю OE, лежащей в его основании. Тангенс угла γ определяется как:

$$tg\psi = \frac{EW}{OE} =$$
$$= \frac{W_{05}}{\sqrt{(W_{01}+W_{13}+W_{35})^2+(W_{02}+W_{24}+W_{45})^2}} = 0,5892. \quad (12)$$

Следует отметить, что угол наклона OA и OD относительно основания прямоугольного параллелепипеда равен углу ψ, $\psi = 30°30'$. Тогда пл. γ пересекает ребро LS в т. K, причем $SK = 7{,}07$.

В результате моделирования отрезки AB и CD определяются как:

$$AB = tg\psi \cdot OB = W_{05} \times$$
$$\times\sqrt{\frac{W_{01}^2+W_{02}^2}{(W_{01}+W_{13}+W_{35})^2+(W_{02}+W_{24}+W_{45})^2}} = 3,4359. \quad (13)$$

$$CD = tg\psi \cdot OC = W_{05} \times$$
$$\times\sqrt{\frac{(W_{01}+W_{13})^2+(W_{02}+W_{24})^2}{(W_{01}+W_{13}+W_{35})^2+(W_{02}+W_{24}+W_{45})^2}} = 6,2638. \quad (14)$$

Таким образом, эквивалентный объем комплекса операций [5]:

$$W_э = \sqrt{W_{01}^2 + W_{02}^2 + AB^2} + \sqrt{W_{13}^2 + W_{24}^2 + (CD - AB)^2} + \sqrt{W_{35}^2 + W_{45}^2 + (W_{05} - CD)^2} = 6,7679 + 5,7443 + 7,4134 = 19,925. \quad (15)$$

Пусть количество ресурсов $N = 9$, тогда продолжительность комплекса операций в зависимости от функций скорости выполнения проекта определяется из таблицы 1.

Так как операции выполняются с постоянной скоростью, то время их выполнения можно определить по эквивалентным объемам прямых участков траектории OA, AD и DW:

$$t_{01} = t_{02} = \frac{6,7679}{3} = 2,256; \quad t_{13} = t_{24} = \frac{5,7443}{3} = 1,918; \quad t_{35} = t_{45} = \frac{7,4134}{3} = 2,471; \quad t_{05} = T_{\min} = 6,641. \quad (16)$$

Зная время выполнения и объём каждой операции можно найти оптимальное распределение ресурсов, которое образует поток по сети:

$$x_{01} = \left(\frac{W_{01}}{t_{01}}\right)^2 = 5,91;$$
$$x_{02} = \left(\frac{W_{02}}{t_{02}}\right)^2 = 1,77;$$
$$x_{13} = \left(\frac{W_{13}}{t_{13}}\right)^2 = 2,45;$$
$$x_{24} = \left(\frac{W_{24}}{t_{24}}\right)^2 = 4,36;$$
$$x_{35} = \left(\frac{W_{35}}{t_{35}}\right)^2 = 2,62;$$
$$x_{45} = \left(\frac{W_{45}}{t_{45}}\right)^2 = 4,09;$$
$$x_{05} = \left(\frac{W_{05}}{t_{05}}\right)^2 = 2,27.$$

ФУНКЦИЯ ИДЕАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ СКОРОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРОЕКТА

На рис. 4 приведена зависимость скорости выполнения проекта от количества назначенных ресурсов.

Анализ графиков показывает, что наиболее лучшим образом описывается распределение

Таблица 1

Функции скорости выполнения проекта

№ п/п	Функция распределения ресурсов	Скорость выполнения операций	Продолжительность выполнения операций
1	$f_i(u_i) = u_i^\alpha$, $i = \overline{1,n}$, $0 < \alpha < 1$.	$f_1(N) = \sqrt{N} = 3$, $u = N = 9$, $\alpha = 0,5$.	$T_{\min} = \frac{W_э}{\sqrt{N}} = 6,641$.
2	$f_i(u_i) = u_i^{1/\alpha}$, $i = \overline{1,n}$, $\alpha > 1$.	$f_2(N) = f_1(N) = \sqrt{N} = 3$, $u = N = 9$, $\alpha = 2$.	$T_{\min} = \frac{W_э}{\sqrt{N}} = 6,641$.
3	$f_i(u_i) = \frac{u_i}{u_i + a}$, $i = \overline{1,n}$.	$f_3(u_i) = \frac{N}{N-6}$ $u = N = 9$, $a = -6$.	$T = \frac{W_э(N+a)}{N} = 6,641$.
4	$f_i(u_i) = \begin{cases} u_i, \text{ при } u_i < a, \\ a_i, \text{ при } u_i > a. \end{cases}$	$f_4(u_i) = a$, a=3.	$T = \frac{W_э}{a} = 6,641$.
5	$f_i(u_i) = au_i$.	$f_5(u_i) = aN$, $u = N = 9$, $a = 0,334$.	$T = \frac{W_э}{a \cdot N} = 6,641$.
6	$f_i(u_i) = au_i^b \cdot e^{cu_i}$.	$f_6(u_i) = aN^b \cdot e^{cN}$, $u = N = 9$, $a = 1,03$, $b = 0,49$, $c = -0,01$.	$T = \frac{W_э}{aN^b \cdot e^{cN}} = 6,641$.

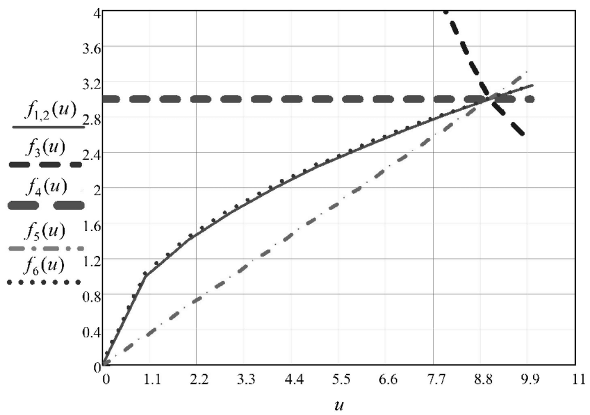

Рис. 4. Зависимости скорости выполнения проекта от ресурсов

ресурсов функциями зависимости вида $f_i(u_i) =$ $= u^{\alpha}$, при $0 < \alpha < 1$, $i = \overline{1,n}$; $f_i(u_i) = u^{1/\alpha}$ при $\alpha > 1$, $i = 1,2,...,n$ и $f_i(u_i) = \alpha\, u_i$.

Данные функции хорошо интерпретируют идеальную зависимость скорости выполнения проекта от назначенных ресурсов, но лишь для случая, когда назначено достаточно большое количество специалистов.

Рассмотрим еще одну функцию, с помощью которой возможно получить агрегированную модель, интерпретирующую идеальную зависимость скорости выполнения проекта от ресурсов. Для этого рассмотрим k зависимых проектов с различными зависимостями скорости $f_i(u_i)$:

$$\begin{cases} f_1(u_1) = \alpha_1 u^{b_1} \cdot e^{c_1 u_1},\ u_1 < k_1, \\ f_2(u_2) = \alpha_2 u^{b_2} \cdot e^{c_2 u_2},\ u_2 < k_2, \\ \quad\vdots \\ f_i(u_i) = \alpha_i u^{b_i} \cdot e^{c_i u_i},\ u_i < k_i,\ i = 1,2,...,n, \\ f_i(u_i) = f_i(k_i),\ u_i > k_i,\ i = 1,2,...,n. \end{cases} \qquad (17)$$

Агрегированную интерпретацию функции рассмотрим в виде [7]:

$$f_i(u_i) = \alpha u_i^{b} \cdot e^{cu_i}, \qquad (18)$$

где a, b и c – неизвестные коэффициенты.

Прологарифмировав (18) получим:

$$\ln(f_i(u_i)) = \ln\alpha + b\ln u_i \cdot cu_i. \qquad (19)$$

Тогда с учетом того что время реализации проекта определяется как

$$\mathrm{T}_0(u_i) = \frac{W_1}{f_1(u_1)} + \frac{W_2}{f_2(u_2)} + ... + \frac{W_n}{f_n(u_n)}, \qquad (20)$$
$$\text{т. е. } \mathrm{T}(u_i) = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i}{f_i(u_i)},$$

то скорость реализации проекта в зависимости от назначенных ресурсов будет определяться по выражению

$$f_0(u_i) = \sum_{i=1}^{n} W_i \,/\, \mathrm{T}_0(u_i). \qquad (21)$$

Определив T и $f_i(u_i)$ для каждого u_i и решив соответственно систему логарифмических уравнений (аналогично 19) получим, неизвестные коэффициенты a, b и c для функции вида $f_i(u_i) = \alpha u_i^{b} \cdot e^{cu_i}$ будут найдены.

Наиболее оптимальными значениями коэффициентов a, b и c для функции, описывающей классическую форму зависимости скорости реализации проекта, являются показатели в системе уравнений

$$\begin{cases} f_1(u_1) = \alpha_1 u_1^{b_1} = 0,001339u_1^2, \text{ при } 0 \le u_1 \le 10, \\ f_2(u_2) = \alpha_2 u_2^{b_2} = 0,0198u_2, \text{ при } 10 \le u_2 \le 20, \\ f_3(u_3) = \alpha_3 u_3^{b_3} \cdot e^{c_3 u_3} = 0,0003u_3^{3,505} \cdot e^{-0,04\cdot u_3}, \\ \text{при } 20 \le u_3 \le 40, \\ f_4(u_4) = \alpha_4 u^{b_4} \cdot e^{c_4 u_4} = 0,1151u_4^{1,685} \cdot e^{-0,0209\cdot u_4}, \\ \text{при } 40 \le u_4 \le 80, \end{cases} \qquad (22)$$

На рис. 5 представлены зависимости агрегированной и идеальной зависимости скорости выполнения проекта от назначенных ресурсов.

Высокая сходимость результатов моделирования достигается тем, что полученная агрегированная зависимость позволяет осуществить привязку к идеальной кривой сразу в четырех точках и достаточно с малой погрешностью повторять её форму. Следует отметить, что при

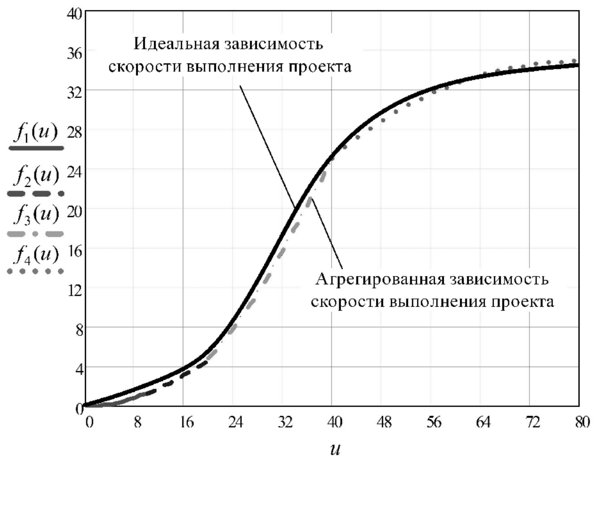

Рис. 5. Функции агрегированной и идеальной зависимости скорости выполнения проекта от назначенных ресурсов

назначении более 80 единиц ресурса, $u_5 > 80$, скорость выполнения проекта будет постоянной $f_5(u_5) = 34{,}08$. Это обуславливается трудностью осуществления управленческих функций руководителя на одном участке (операции) выполнения проекта. При назначении на выполнение проекта более 80 единиц ресурса потребуется, соответственно, привлечение дополнительных руководителей, которые будут осуществлять управление и контроль выполнения всего комплекса операций проекта.

Идеальная же зависимость скорости выполнения проекта от назначенных ресурсов считается условной, в связи с тем, что на практике приходится учитывать как уровень подготовки (квалификации) каждого специалиста при выполнении задач, так и его производительность в периоды врабатываемости и спада в начале и в конце периодов рабочего дня соответственно.

Таким образом, для каждой области использования при соответственном качестве работ и состояния ресурсов зависимость скорости выполнения проекта будет различной.

Следовательно, пл. γ может быть интерпретирована, как производительность назначенных на проект ресурсов. При воздействии внешних и внутренних дестабилизирующих факторов, скорость выполнения проекта может отклоняться от заданной траектории и соответственно распределение ресурсов уже не будет оптимальным. Отсюда появляется необходимость в управляющих воздействиях и в выравнивании производительности ресурсов, либо привлекать дополнительные ресурсы.

Допустимое отклонение производительности в этом случае определяется допустимым наклоном пл. γ. При этом максимально допустимый угол наклона плоскости (такой, что т. $A \in$ пл. γ и т. $D \in$ пл. γ) составляет:

$$\begin{gathered} tg\psi_{\max} = \frac{LS}{OS} = \\ = \frac{W_{05}}{W_{01} + W_{13} + W_{35}} = 0,8333, \\ \psi_{\max} = 39^{\circ}48'. \end{gathered} \tag{23}$$

Если угол $\psi_{\max}$ превысит допустимое значение, то на выполнение проекта потребуются как временные, так и денежные затраты. Отрезки $AB_{\max}$ и $CD_{\max}$ будут равны соответственно:

$$\begin{gathered} AB_{\max} = tg\psi_{\max} \cdot OB = \\ = tg\psi_{\max} \cdot \sqrt{W_{01}^2 + W_{02}^2} = 4,8589. \end{gathered} \tag{24}$$

$$\begin{gathered} CD_{\max} = tg\psi_{\max} \cdot OC = \\ = tg\psi_{\max} \cdot \sqrt{(W_{01} + W_{13})^2 + (W_{02} + W_{24})^2} = \\ = 8,8581. \end{gathered} \tag{25}$$

Эквивалентный объем комплекса операций в этом случае равен:

$$\begin{gathered} W_э = \sqrt{W_{01}^2 + W_{02}^2 + AB_{\max}^2} + \\ + \sqrt{W_{13}^2 + W_{24}^2 + (CD_{\max} - AB_{\max})^2} + \\ + \sqrt{W_{35}^2 + W_{45}^2 + (W_{05} - CD_{\max})^2} = \\ = 7,59 + 6,4 + 6,5 = 20,49. \end{gathered} \tag{26}$$

При этом максимальная продолжительность комплекса операций:

$$T_{\max} = W_э^{\max} / \sqrt{N} = 6,83. \tag{27}$$

Тогда времена выполнения операций проекта будут следующие:

$$\begin{gathered} t_{01} = t_{02} = 2,53; \\ t_{13} = t_{24} = 2,13; \\ t_{35} = t_{45} = 2,16; \\ t_{05} = T_{\max} = 6,83; \end{gathered} \tag{28}$$

Таким образом, допустимое распределение ресурсов, образующих поток по сети:

$$\begin{gathered} x_{01} = 3,9;\ x_{02} = 1,4;\ x_{13} = 1,98; \\ x_{24} = 3,53;\ x_{35} = 3,43; \\ x_{45} = 5,36;\ x_{05} = 2,14; \end{gathered} \tag{29}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный способ определения эквивалентного объема комплекса операций применим к сетевой модели любой сложности, представленной в трехмерном фазовом пространстве. Полученные результаты направлены на совершенствование методов, моделей и алгоритмов, позволяющих реализовать в комплексе функции планирования, контроля и управления в процессе распределения потоков ресурсов в режиме реального времени в системах и задачах технического обслуживания.

Рассмотренный подход определения эквивалентного объема комплекса операций применим в сферах технического обслуживания, информационных технологий, строительстве, при планировании и управлении ресурсами, транспортировании, а также при решении других задачах оперативного управления распределением ресурсов и управления проектами в сложных технических системах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бурков В.Н.* Модели и методы мультипроектного управления / В. Н. Бурков, О. Ф. Квон, Л. А. Цитович. – М.: ИПУ РАН, 1997. – 62 с.

2. *Зырянов Ю.Т.* Пути повышения готовности средств РТО полетов в процессе их развертывания и применения за счет оптимизации распределения организационно-технических ресурсов / Ю. Т. Зырянов, О. А. Коновалов // Электронный журнал «Вооружение и экономика». – 2011. – № 1. – С. 48–58.

3. *Зырянов Ю.Т.* Алгоритм распределения ресурсов по множеству зависимых операций / Ю. Т. Зырянов, О. А. Коновалов // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2009. – № 10. – С. 10–16.

4. *Баркалов П.С.* Задачи распределения ресурсов в управлении проектами / П. С. Баркалов, И. В. Буркова, А. В. Глаголев, В. Н. Колпачев. – М.: ИПУ РАН, 2002. – 65 с.

5. *Баркалов С.А.* Методы агрегирования в управлении проектами / С. А. Баркалов, В. Н. Бурков, Н. М. Гилязов. М.: ИПУ РАН, 1999 – 55 с.

6. *Баркалов С.А.* Способ агрегирования комплекса операций размерности 3 (общий случай) / С. А. Баркалов, А. М. Потапенко, В. Н. Старцев // Теория активных систем / Труды Международной научно-практической конференции (16–18 ноября 2005 г., Москва, Россия) / Под общ. ред. В. Н. Буркова, Д. А. Новикова. – М.: ИПУ РАН, 2005. – 231 с.

7. *Старцев В.Н.* Метод агрегирования последовательных операций с зависимостями вида $f(u) = au^b e^{cu}$ / В. Н. Старцев // Управление большими системами / Сборник трудов. – М.: ИПУ РАН, 2006. – Вып. 12–13. – С. 153–160.

Коновалов Олег Анатольевич – преподаватель ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», кандидат технических наук. E-mail: Oleg-070707@yandex.ru

Коновальчук Евгений Викторович, начальник факультета ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», кандидат технических наук, доцент

Ледовских Дмитрий Николаевич, старший научный сотрудник научно-исследовательского отдела ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина». E-mail: dmitry_ledovskih@mail.ru

Малыков Константин Анатольевич, заместитель начальника кафедры ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», кандидат технических наук, доцент. E-mail: mka310565@mail.ru

Oleg Konovalov – teacher of Military educational and scientific center of the AIR FORCE's «Air Force Academy im. professor N. E. Zhukovsky and Yuri Gagarin», Candidate of Science. E-mail: Oleg-070707@yandex.ru

Evgeniy Konovalchuk, the chief of faculty of Military educational and scientific center of the AIR FORCE's «Air Force Academy im. professor N. E. Zhukovsky and Yuri Gagarin». Candidate of Science, assistant professor.

Ledovskih Dmitry Nikolaevich, the senior research assistant of research department of Military educational and scientific center of the AIR FORCE's «Air Force Academy im. professor N. E. Zhukovsky and Yuri Gagarin». E-mail: dmitry_ledovskih@mail.ru

Konstantin Malykov, deputy head of department of Military educational and scientific center of the AIR FORCE's «Air Force Academy im. professor N. E. Zhukovsky and Yuri Gagarin», Candidate of Science, assistant professor. E-mail: mka310565@mail.ru