

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СИНГУЛЯРНО-СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ СИГНАЛОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ МОЗГА

М. Г. Матвеев*, М. Е. Семенов**, П. В. Толоконников***, А. Ю. Соловьев***

* Воронежский государственный университет

** ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Е.Н. Жуковского и Ю.А. Гагарина»

*** Старооскольский технологический институт им. А. А. Угарова филиал НИТУ «МИСиС»

Поступила в редакцию 30.10.2012 г.

Аннотация Рассмотрена возможность применения метода сингулярно-спектрального анализа исследования электрической активности мозга.

Ключевые слова: электроэнцефалограммы, метод сингулярно-спектрального анализа, преобразование Фурье.

Annotation. The possibility of using singular spectral analysis of these signals biogenic nature, such as the electroencephalogram.

Keywords: electroencephalogram, singular spectrum analysis, Fourier transform.

1. ВВЕДЕНИЕ

Электроэнцефалография – это способ исследования электрической активности отдельных участков мозга человека и животных и всего мозга в целом, возникающих в процессе его работы. Этот способ основан на суммарной регистрации биоэлектрической активности отдельных зон, областей, долей мозга. ЭЭГ применяется в современной нейрофизиологии, а также в неврологии и психиатрии.

Основной трудностью при регистрации ЭЭГ является малый уровень сигналов (начиная с нескольких микровольт). Для получения большего объема информации регистрируют не только спонтанную биоэлектрическую активность, но и ее изменения в ответ на внешнее раздражающее воздействие (например, реакцию на световое или звуковое воздействие). Как следствие в электроэнцефалограммах имеется наличие шума, артефактов и прочих помех, поэтому наиболее полное и точное восстановление сигнала после сжатия не является окончательной целью. Как правило, основной задачей является выделение, и сохранение клинически значимой части информации, остальная её часть может быть удалена. Эта задача – весьма важный этап, так как допущенные ошибки сказываются на правильности врачебного заключения.

2. МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ЭЛЕКТРОЭНЦЕФАЛОГРАММ

Большинство биогенных сигналов являются сложными рядами с различными частотно-временными характеристиками. На рис.1 приведена типичная электроэнцефалограмма головного мозга.

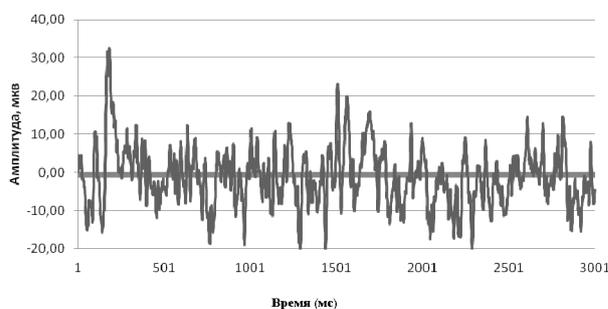


Рис. 1. Временной сигнал от компьютерного электроэнцефалографа

Одним из методов обработки сигналов является преобразование Фурье. Преобразование Фурье представляет сигнал, заданный во временной области, в виде разложения по ортогональным базисным функциям (синусам и косинусам), при этом выделяются частотные компоненты. Недостаток преобразования Фурье заключается в том, что частотные компоненты не могут быть локализованы во времени, что накладывает ограничения на примени-

мость данного метода к ряду задач (например, в случае изучения динамики изменения частотных параметров сигнала на временном интервале).

На практике применяют быстрое дискретное преобразование Фурье (БПФ), когда при анализе сигнала используются прореживание по частоте и пирамидальный алгоритм, исключая повторные вычисления одинаковых членов Фурье-ряда. При этом не увеличивается погрешность преобразования и экономится вычислительная мощность.

2.1 МЕТОД СИНГУЛЯРНО-СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Метод разрабатывался независимо в России и в Великобритании и США под разными именами, «Гусеница» и SSA (Singular Spectrum Analysis) в 60–70-х годах, отсюда и его полное название. Данный метод уже успешно применялся для анализа различных временных рядов, например для анализа сетевого трафика и исследования солнечной активности [4–6].

Кратко опишем этот метод.

Пусть $N > 2$. Рассмотрим вещественный временной ряд $F = (f_0, \dots, f_{N-1})$ длины N . Будем предполагать, что ряд F — ненулевой, т. е. существует, по крайней мере, одно i , такое, что $f_i = f(i\Delta)$ отлично от нуля.

Базовый алгоритм состоит из двух последовательных, дополняющих друг друга этапов: разложения и восстановления.

2.1.1 НАЧАЛЬНЫЙ ЭТАП – РАЗЛОЖЕНИЕ

2.1.1.1 Шаг 1 – вложение

Процедура вложения переводит исходный временной ряд в последовательность многомерных векторов.

Пусть L — некоторое целое число (длина окна), $1 < L < N$. Процедура вложения образует $K = N - L + 1$ векторов вложения

$$X_i = (f_{i-1}, \dots, f_{i+L-2})^T, \quad 1 \leq i \leq K, \quad (1)$$

имеющих размерность L . Эти вектора называются векторами L -вложения.

Обозначим через X матрицу, составленную из векторов вложения:

$$X = [X_1 : \dots : X_K]. \quad (2)$$

Другими словами, траекторная матрица имеет вид:

$$X = (x_{ij})_{i,j=1}^{L,K} = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & \dots & f_{K-1} \\ f_1 & f_2 & f_3 & \dots & f_K \\ f_2 & f_3 & f_4 & \dots & f_{K+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{L-1} & f_L & f_{L+1} & \dots & f_{N-1} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Вложение является стандартной процедурой анализа временных рядов. После вложения одномерного ряда в многомерное пространство дальнейший анализ зависит от цели исследования.

2.1.1.2 Шаг 2 – сингулярное разложение

Результатом этого шага является сингулярное разложение траекторной матрицы ряда.

Пусть $S = XX^T$. Обозначим через $\lambda_1, \dots, \lambda_L$ собственные числа матрицы S , взятые в неубывающем порядке ($\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_L$). В силу симметричности матрицы S она имеет вещественный спектр. Обозначим через U_1, \dots, U_L ортонормированную систему собственных векторов матрицы S , отвечающих, соответствующим собственным числам.

Пусть $d = \max\{i : \lambda_i > 0\}$. Если обозначить

$$V_i = \frac{X^T U_i}{\sqrt{\lambda_i}}, \quad i = 1, \dots, d,$$

то сингулярное разложение матрицы X может быть записано как

$$X = X_1 + \dots + X_d, \quad (4)$$

где $X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T$. Каждая из матриц X_i имеет ранг 1. Поэтому их можно назвать элементарными матрицами.

Набор $(\sqrt{\lambda_i}, U_i, V_i)$ мы будем называть i -й собственной тройкой сингулярного разложения.

2.1.2 ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП – ВОССТАНОВЛЕНИЕ

2.1.2.1 Шаг 3 – группировка

На основе разложения процедура группировки делит все множество индексов $\{1, \dots, d\}$ на t непересекающихся подмножеств I_1, \dots, I_m .

Пусть $I = \{i_1, \dots, i_p\}$. Тогда результирующая матрица X_p соответствующая группе I , определяется как

$$X_I = X_{i_1} + \dots + X_{i_p}. \quad (5)$$

Такие матрицы вычисляются для $I = I_1, \dots, I_m$, тем самым разложение может быть записано в сгруппированном виде

$$X = X_{I_1} + \dots + X_{I_m}. \quad (6)$$

Процедура выбора множеств I_1, \dots, I_m и называется *группировкой собственных троек*.

2.1.2.2 Шаг 4 – диагональное усреднение

На последнем шаге базового алгоритма каждая матрица сгруппированного разложения переводится в новый ряд длины N .

Пусть Y – некоторая $L \times K$ матрица с элементами y_{ij} , где $1 \leq i \leq L$, $1 \leq j \leq K$. Положим $L^* = \min(L, K)$, $K^* = \max(L, K)$ и $N = L + K - 1$. Пусть $y_{ij}^* = y_{ij}$, если $L < K$, и $y_{ij}^* = y_{ji}$ иначе. *Диагональное усреднение* переводит матрицу Y в ряд g_0, \dots, g_{N-1} по формуле

$$g_k = \begin{cases} \frac{1}{k+1} \sum_{m=1}^{k+1} y_{m,k-m+2}^* & 4; 0 \leq k \leq L^* - 1 \\ \frac{1}{L^*} \sum_{m=1}^{L^*} y_{m,k-m+2}^* & 4; 0L^* - 1 \leq k \leq K^*, \\ \frac{1}{N-k} \sum_{m=k-K^*+2}^{N-K^*+1} y_{m,k-m+2}^* & 4; 0K^* \leq k \leq N. \end{cases} \quad (7)$$

Применяя диагональное усреднение (7) к результирующим матрицам X_{I_k} , мы получаем ряды $\tilde{F}^{(k)} = (\tilde{f}_0^{(k)}, \dots, \tilde{f}_{N-1}^{(k)})$, и, следовательно, исходный ряд (f_0, \dots, f_{N-1}) раскладывается в сумму m рядов:

$$f_n = \sum_{k=1}^m \tilde{f}_n^{(k)}. \quad (8)$$

3. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для проведения исследований в качестве исходных данных модели были использованы биомедицинские сигналы от компьютерного электроэнцефалографа (рис. 1). Разность по-

тенциалов регистрировалась каждые 4 мс. Моделирование методов осуществлялось в среде Matlab и в программном продукте Caterpillar SSA.

3.1 ОЧИСТКА ИСХОДНОГО РЯДА ОТ ШУМОВ МЕТОДОМ БПФ

Используя алгоритм БПФ, находят амплитудный и фазовый спектры исходного ряда. Далее из амплитудного спектра удаляются гармоники частот, соответствующих помехам, — осуществляется линейная фильтрация. Или же используется метод ППФ, когда удаляются гармоники с амплитудой больше или меньше определенного порога (в зависимости от типа фильтруемых помех, в нашем случае около 10–15 % от исходного ряда) равного ± 6 микровольт. ОПФ (обратное преобразование Фурье) дает уже очищенный от шумов ряд. Для реализации алгоритма использованы функции $\text{fft}()$ и $\text{ifft}()$, реализованные в среде Matlab.

Среднеквадратичное отклонение (СКО) исходного ряда – 7.69, тогда как очищенного от шумов – 6.76. Разница равная 0.93 – СКО выделенного шума.

3.2 ИДЕНТИФИКАЦИЯ МЕТОДОМ СИНГУЛЯРНО-СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Из экспериментальных фактов известно, что длина окна не должна превышать половины длины временного ряда и в тоже время должна быть не слишком маленькой [1]. В рассматриваемом случае длина окна выбиралась равной 1000.

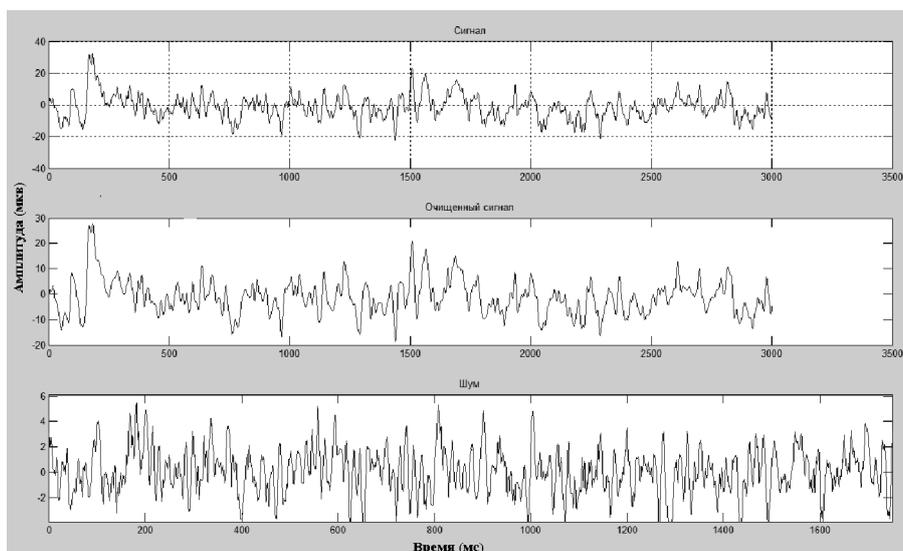


Рис. 2. Исходный и обработанный методом БПФ ряд, выделенный шум

Проанализировав убывание собственных чисел траекторной матрицы, а также поведение левых и правых собственных векторов полученных в ходе сингулярного разложения, были отобраны компоненты необходимые для восстановления исходного временного ряда.

На рис. 3 представлены примеры годографов поведения первых двух компонент наиболее информативных собственных векторов. На рис. 4 представлены годографы поведения первых двух компонент собственных векторов, отвечающих шумовым составляющим, и которые не были включены при восстановлении временного ряда

На рис. 5. приведен график убывания относительных значений собственных чисел матрицы S .

Для восстановления ряда были использованы первые 23 собственные тройки. В общем случае отсутствуют рекомендации по количеству компонент, определяющих восстановленный ряд. Во всякой задаче это количество вы-

бирается из «компромиссных» соображений, основанных на желании как можно более сильно очистить ряд от шумовых компонент и необходимостью сохранить информативные составляющие.

Из рис. 5 видно, что суммарный вклад собственных троек с номерами более чем 24 составляет примерно 12 %. При этом сохраняется информативность восстановленного ряда.

На рис.6 приведены графики восстановленного временного ряда, исходного, и выделенный шум.

Среднеквадратичное отклонение (СКО) исходного ряда – 7.69, тогда как очищенного от шумов – 6.12. Разница равная 1.57 – СКО выделенного шума.

Была проверена статистическая гипотеза о законе распределения шумовых остатков. Используя критерий Пирсона на 95% уровне значимости, было выявлено, что гипотеза о нормальности распределения остатков не отвергается. На рис.7 приведена гистограмма остатков.



Рис. 3. Поведение двух компонент собственных векторов, несущих информацию о временном ряде

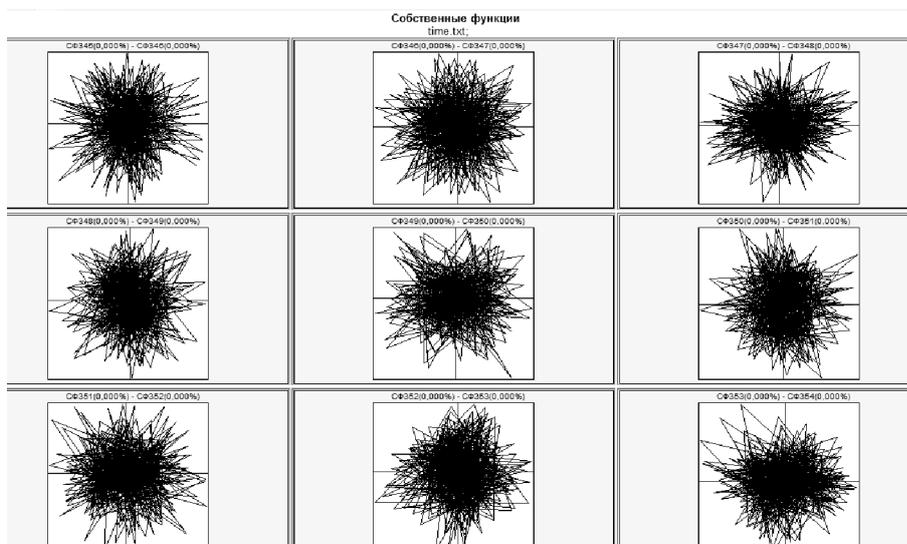


Рис. 4. Шумовые компоненты временного ряда

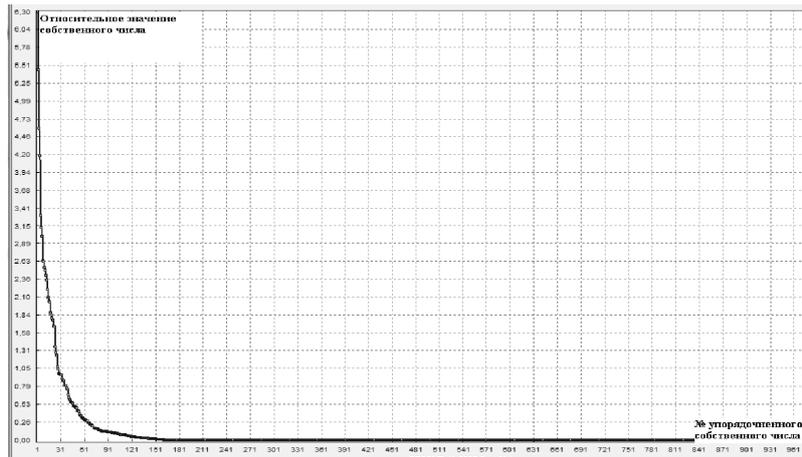


Рис. 5. График относительных значений собственных чисел

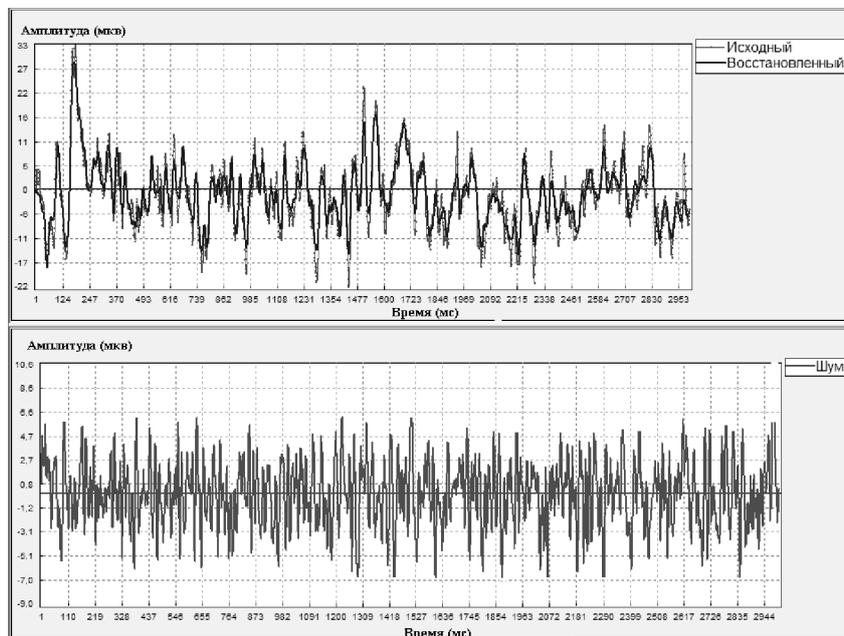


Рис. 6. Исходный и восстановленный методом сингулярно-спектрального анализа ряд, остатки исходного ряда

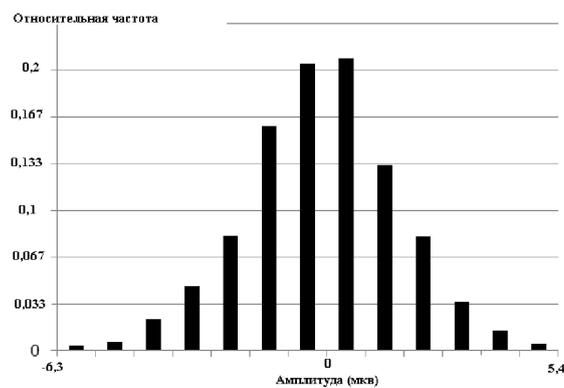


Рис. 7. Гистограмма остатков

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что метод сингулярно-спектрального анализа позволяет более качественно очистить ряд от шумовых компонент по сравнению с традиционными методами. Преимущество метода Гусеницы, заключается в возможности управления процессом фильтрации на этапах разложения и восстановления сигнала по интерпретируемым компонентам. В зависимости от цели исследования, метод позволяет выделить те гармоники, которые являются наиболее информативными.

Практическим результатом является демонстрация возможности использования модели сингулярно-спектрального анализа для исследования различных видов зависимостей в ЭЭГ и выявления ряда новых физиологически значимых феноменов ЭЭГ, дальнейшее изучение которых представляет существенный интерес.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голяндина Н. Э. Метод «Гусеница»-SSA: анализ временных рядов: учеб. пособие. – СПб: Изд-во СПбГУ, 2004. – 76 с.

Матвеев Михаил Григорьевич – доктор технических наук, профессор кафедры программирования и информационных технологий, Воронежский государственный университет. Тел.: (473) 220-84-70. E-mail: mgmatveev@yandex.ru

Семенов Михаил Евгеньевич – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры теоретической гидрометеорологии ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Е.Н. Жуковского и Ю.А. Гагарина» Тел.: 89036528639. E-mail: mkl150@mail.ru

Толоконников Павел Вячеславович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры автоматизированных и информационных систем управления Старооскольского технологического института им. А. А. Угарова филиал НИТУ «МИСиС», Тел.: 8-920-557-03-34. E-mail: patolok@list.ru

Соловьев Антон Юрьевич – кандидат технических наук, ассистент кафедры автоматизированных и информационных систем управления Старооскольского технологического института им. А. А. Угарова филиал НИТУ «МИСиС», Тел.: 8-906-608-04-89. E-mail: solovyov.anton@gmail.com

2. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С. Л. Марпл-мл. – М.: Мир, 1990. – 584 с.

3. Основы цифровой обработки сигналов: курс лекций / А. И. Солонина, Д. А. Улахович, С. М. Арбузов, Е. Б. Соловьева. – 2-е изд., испр. и перераб. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 768 с.

4. Соловьев А.Ю. Идентификация трендовых и периодических составляющих в трафике сетей связи / А. Ю.Соловьев // Труды Всероссийской конференции «Новые технологии в научных исследования, проектировании, управлении, производстве». – Воронеж, 2010. – С. 59–61.

5. Соловьев А. Ю. Выявление аномалий в поведении сетевого трафика методом сингулярно-спектрального анализа / А. Ю. Соловьев // Управление большими системами. Материалы IX Всероссийской школы-конференции молодых ученых Тамбов–Липецк: изд-во Першина Р. В., 2012. – т. 2. – С. 71–74.

6. Loskutov A., Istomin I.A., Kuzanyan K.M. and O.L. Kotlyarov Testing and Forecasting the Time Series of the Solar Activity by Singular Spectrum Analysis Nonlinear Phenomena in Complex Systems Vol. 4, No. 1, 2001.

Matveev Mikhail G. – doctor of technical sciences, professor department of programming and information technologies, Voronezh State University. Tel.: (473) 220-84-70. E-mail: mgmatveev@yandex.ru

Semenov Michael E. – PhD (Physics and Mathematics), prof. of military academy Tel.: 89036528639. E-mail: mkl150@mail.ru

Tolokonnikov Pavel Vyacheslavovich – PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Oskol institute of technology name A.A. Ugarov branch of the NITU MISiS. Tel.: 8-920-557-03-34. E-mail: patolok@list.ru

Solovyov Anton Jur'evich - PhD (Engineering), Senior Lecturer, Oskol institute of technology name A.A. Ugarov branch of the NITU MISiS. Tel.: 8-906-608-04-89. E-mail: solovyov.anton@gmail.com