УДК 517.11

О ПРОБЛЕМЕ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ТРЕБОВАНИЙ К БАЗЕ ЗНАНИЙ В НЕЧЕТКИХ СИСТЕМАХ

Т. М. Леденева*, С. А. Моисеев**

** Воронежский государственный университет*
*** Воронежский государственный технический университет*

Поступила в редакцию 02.03.2012 г.

Аннотация. В статье рассматриваются различные требования к лингвистическим шкалам, которые повышают уровень интерпретируемости нечетких моделей. Предложен алгоритм, позволяющий обеспечить большинство из этих требований.
Ключевые слова: нечеткая система, база знаний, лингвистическая шкала, кластеризация.
Annotation. In this article different requirements to linguistic scales are presented, which can improve interpretability degree of fuzzy linguistic models. Also the algorithm to satisfy most of these interpretability constraints is proposed.
Keywords: fuzzy system, knowledge base, the linguistic scale clustering.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших задач, решаемых на этапе проектирования нечеткой системы, является задача формирования базы знаний, в рамках которой формируются лингвистические шкалы для входных и выходных переменных, а также нечеткие продукционные правила, которые на качественном уровне описывают зависимость выходной переменной от входных. По сути, НС решает задачу лингвистической аппроксимации, повышение качества которой, по мнению ряда исследователей (Piegat [1], Kahlert [2], Driankov [3]), невозможно без обеспечения совокупности требований к базе знаний. В данной статье представлены некоторые критерии для оценки формируемых лингвистических шкал и процедуры обеспечения заданных уровней этих критериев с применением техники двойной кластеризации. Апробация рассматриваемых подходов проводится для нечеткого классификатора, при этом в качестве тестовых данных используются известные тестовые наборы данных ирисов Фишера.

1. КРИТЕРИИ ОПТИМАЛЬНОСТИ БАЗЫ ЗНАНИЙ НЕЧЕТКИХ СИСТЕМ

Оптимальность НС можно рассматривать в нескольких аспектах, при этом выделяют две составляющие структурную и параметрическую. Под структурной оптимизацией подразумевается определение такой размерности базы правил и таких лингвистических шкал переменных, которые обеспечивают минимум среднеквадратической ошибки аппроксимации. Параметрическая оптимизация заключается в определении параметров функций принадлежности термов лингвистических шкал, также минимизирующих ошибку аппроксимации (для решения данной задачи используются нейросетевые подходы, а также генетические алгоритмы).

В рамках нечеткого моделирования сложных систем выделяют некоторые свойства, которые дают представление о качестве формируемых нечетких моделей [4]. Рассмотрим некоторые из них.

Точность относится к способности нечеткой модели формировать такое значение выходной переменной при заданных значениях входов, которое в определенном смысле близко к реакции реальной системы. адекватно представлять моделируемую систему. Обычно эта «близость» определяется среднеквадратической ошибкой, которую необходимо минимизировать. В задачах классификации используются и другие показатели, характеризующие точность (например, общее количество правильно распознанных образов – состояний системы, при этом для повышения точности модели этот показатель необходимо максимизировать).

Интерпретируемость – относится к способности нечеткой модели отражать работу системы в понятной для человека форме. Данное свойство при проектировании нечетких систем рассматривается на нескольких уровнях. На уровне лингвистических шкал интерпретируемость означает возможность назначения каждому терму ясное, понятное человеку в терминах рассматриваемой предметной области значение. Расплывчатость определения интерпретируемости терм-множеств, а также зависимость от конкретной предметной области, предполагает неоднозначность и субъективизм при выборе критериев ее оценки. В общем случае под интерпретируемостью можно понимать прозрачность нечеткой модели для пользователя, поэтому считается, что нечеткое моделирование реализует принцип «серого ящика». Анализируя работы, посвященные анализу свойства интерпретируемости, можно определить следующий набор признаков, обеспечивающих в той или иной мере это свойство на уровне функций принадлежности термов лингвистических шкал. Во-первых, это признаки, которые формализуют требования к функциям принадлежности: нормальность, выпуклость, унимодальность, непрерывность; во-вторых – это требования к структуре лингвистической шкалы: упорядоченность термов, их разумное количество (считается, что работа более чем с 7 термами вызывает у эксперта затруднения) и различимость, полнота шкалы, равномерность распределения термов, наличие граничных нечетких множеств, естественное положение нуля.

Указанные свойства (точность и интерпретируемость) являются противоречивыми, так как повышение точности модели обычно достигается увеличением размерности лингвистических шкал и баз правил, усложнением формы функций принадлежности отдельных термов, в то время как для улучшения интерпретируемости нечеткой модели необходимо ее максимальное упрощение, то есть уменьшение количества продукционных правил, а также количества термов лингвистических шкал.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Рассмотрим содержательное и формальное определение составляющих понятия интерпретируемости лингвистических шкал. Каждый терм лингвистической шкалы, по сути, представляет собой нечеткое число, поэтому частично свойства нечетких чисел обеспечиваются свойствами функций принадлежности соответствующих нечетких множеств. В табл. 1 представлены свойства функций принадлежности нечетких множеств и соответствующие интерпретации для термов лингвистических шкал.

Пусть $L = \{t_i\}_{i=\overline{1,N}}$ – лингвистическая шкала, t_i – ее i-й терм, заданный в форме нечеткого числа с соответствующей функцией принадлежности $\mu_{t_i}(x)$. Перечислим требования к лингвистической шкале, которые повышают уровень интерпретируемости нечетких моделей:

1. Количество термов лингвистической шкалы напрямую влияет на точность нечеткой модели, но оно не должно превышать 9, если эта шкала используется экспертом, поскольку эксперименты Миллера [5] показали, что человек способен запомнить, воспринимать и обрабатывать в короткий промежуток времени сущности, количество которых равно 7 ± 2, в зависимости от сложности рассматриваемого предмета. Заметим, однако, что если формирование шкалы

Таблица 1

Свойство функции принадлежности нечеткого множества	Интерпретация для термов лингвистической шкалы
Нормальность	Существует хотя бы один элемент, который полностью соответствует семантике, представляемой нечетким множеством
Выпуклость	Может рассматриваться как обобщение свойства нормальности, когда происходит постепенное уменьшение принадлежности при устремлении элементов множества к его границам
Унимодальность	Если это свойство не выполняется, то различные модальные значения становятся неразличимы, что может привести к построению неэффективных моделей
Непрерывность	Соседние элементы нечеткого множества имеют близкие значения функций принадлежности; возможность дифференцирования позволяет получить гладкие поверхности отклика нечеткой модели
Ограниченность носителя	Позволяет задавать параметры экспертным путем или настраивать эвристическими алгоритмами

осуществляется с помощью автоматизированных процедур, то данному психологическому ограничению можно придать меньшее значение, когда необходимо повышение точности модели для улучшения описания моделируемой системы.

2. Нечеткие множества, соответствующие термам шкалы, должны быть хорошо различимы. Это одно из наиболее общих требований, которое признано большинством исследователей как существенное. Грубо говоря, различимые нечеткие множества хорошо обособлены и представляют отдельные концепты, а также могут быть назначены семантически различным лингвистическим значениям. Хорошо различимые нечеткие множества обладают следующими преимуществами: уменьшают субъективность при установлении ассоциаций с лингвистическими значениями (термами) [6]; обеспечивают непротиворечивость [7] и уменьшают избыточность модели [8] (а, следовательно, сокращают вычислительную сложность); повышают интерпретируемость нечеткой модели [8].

Требование различимости может быть формализовано различными способами: на основе мер сходства, позволяющих определить, насколько рассматриваемые нечеткие множества являются идентичными друг другу; на основе вероятностного подхода, когда определяется вероятность события, которое заключается в том, что нечеткие множества совпадают (такая вероятность часто может быть определена аналитически, что делает процесс вычислений менее трудоемким). Для формализации различимости воспользуемся понятием слабого α-среза нечеткого числа (терма)

$$t_i^{\alpha} = \left\{x : \mu_{t_i}(x) \geq \alpha\right\}. \quad (1)$$

Известно, что если функция принадлежности нечеткого множества выпукла, то α-срез также представляет собой выпуклое множество. Заметим, что если $\alpha_1 > \alpha_2$, то $t_i^{\alpha_1} \subseteq t_i^{\alpha_2}$.

Будем называть термы t_i шкалы L различимыми со степенью α, если

$$\bigcap_{i=1}^{N} t_i^{\alpha} = \varnothing. \quad (2)$$

Очевидно, что для повышения различимости необходимо минимизировать значение параметра α. Полностью обособленные термы являются максимально различимыми. Однако, для интерпретируемых нечетких моделей, обычно присутствует требование пересечения соответствующих этим термам нечетких множеств. В случае ограниченных носителей это требование можно записать в виде

$$\forall i = \overline{1, N-1} \left(Supp\left(t_i\right) \cap Supp\left(t_{i+1}\right) \neq \varnothing\right). \quad (3)$$

Заметим, что для любого элемента области определения U не должно быть более двух термов с ненулевыми значениями функции принадлежности, т.е.

$$\forall x \in U \left(\left|\left\{t_i : \mu_{t_i}(x) > 0\right\}\right| \leq 2\right). \quad (4)$$

Таким образом, различимость должна быть учтена вместе с другими ограничениями при проектировании нечетких систем.

3. Лингвистическая шкала должна быть полной, а это означает, что каждый элемент из ее области определения принадлежит, по крайней мере, одному нечеткому множеству (терму)

$$\forall x \in U \ \exists i = \overline{1, N} \left(\mu_{t_i}(x) > 0\right). \quad (5)$$

Можно рассматривать обобщение данного свойства для ситуации, когда каждый элемент из области определения принадлежит, как минимум, к одному нечеткому множеству со степенью принадлежности, не меньшей, чем заданное значение α

$$\forall x \in U \ \exists i = \overline{1, N} \left(\mu_{t_i}(x) \geq \alpha\right). \quad (6)$$

Данное требование называется α-полнотой, оно означает, что нечеткая модель определена в любой точке пространства входных/выходных переменных. При автоматическом построении нечетких моделей из данных требование полноты может быть нарушено, например, за счет переобучения модели [7]. В [8] предложен более общий подход к определению α-полноты

$$\forall x \in U \left(\sqrt[p]{\sum_{t_i \in L} \mu_{t_i}^{p}(x)} \geq \alpha\right), \quad (7)$$

однако, без предоставления доказательства его эффективности.

В [8] также предложена количественная характеристика α-полноты.

4. Свойство комплементарности лингвистической шкалы означает, что для каждого элемента области определения сумма значений функции принадлежности для набора термов должна быть равна единице, т.е.

$$\forall x \in U \left(\sum_{i=1}^{N} \mu_{t_i}(x) = 1\right). \quad (8)$$

С семантической точки зрения, данное свойство отражает тот факт, что когда данный концепт не полностью представляет элемент, существует другой концепт, который, по крайней мере, частично, представляет указанный элемент. Данное свойство имеет особое значение в том случае, если функция принадлежности термов имеет вероятностную интерпретацию.

5. Требование равномерной грануляции выражается в том, что мощности всех нечетких множеств рассматриваемой шкалы должны быть примерно одинаковы, т.е. $\forall t_i, t_j \left(|t_i| \approx |t_j|\right)$. Этот критерий может быть формализован путем фиксации класса функций принадлежности, которые характеризуются некоторыми параметрами. Равномерная грануляция обеспечивается путем установления границ изменения этих параметров или путем назначения штрафа в зависимости от текущего значения параметра. Данное свойство является желательным для повышения интерпретируемости нечеткой модели.

6. Требование существования крайних левого и правого термов лингвистической шкалы заключается в том, что в шкале должны присутствовать два экстремальных нечетких множества, которые полностью представляют граничные значения области определения U, т.е.

$$\mu_{t_i}(x_{\min}) = 1;\ \mu_{t_j}(x_{\max}) = 1\,. \qquad (9)$$

Впервые данное свойство было предложено в [4]. Если на наборе нечетких термов введено отношение порядка, то естественно, что крайний левый терм будет первым термом шкалы t_1, в то время как правый – последним t_N. С семантической точки зрения, ограничение на наличие правого/левого нечетких множеств имеет большое значение, поскольку, если оно будет нарушено, может затруднить интерпретируемость нечеткой модели. Важно учитывать данное ограничение при формировании качественных лингвистических шкал, поскольку их восприятие в большей степени зависит от интуиции человека

7. Требование естественного расположения нуля заключается в том, что, если область определения содержит нуль, то в шкале должно быть нечеткое множество, отражающее данный факт:

$$0 \in U \to \exists i = \overline{1,N}\ \left(:\ \mu_{t_i}(0) = 1\right). \qquad (10)$$

Согласно утверждениям исследователей, предлагающих данное требование, естественное положение нуля является специфическим ограничением предметной области, особенно полезным при решении задач управления [8].

МЕТОДИКА

Для построения лингвистической шкалы, удовлетворяющей перечисленным выше требованиям, в данной статье предлагается использовать технику двойной кластеризации.

Двойная кластеризация включает в себя 3 основных шага:

1. Многомерная кластеризация данных, которая выполняется для многомерного набора тестовых данных, и ее целью является выделение схожих точек рассматриваемого пространства в гранулы, которые на данном этапе представлены многомерными прототипами.

2. Кластеризация прототипов, в рамках которой многомерные прототипы гранул, полученные на предыдущем шаге, проецируются на одномерные пространства отдельных лингвистических переменных и разбиваются на соответствующие группы, представляющие собой прототипы термов лингвистической шкалы.

3. Фаззификация полученных гранул, которая предполагает преобразование многомерных и одномерных прототипов в нечеткие множества – термы лингвистических переменных.

Использование двух этапов кластеризации позволяет объединить преимущества, предоставляемые как многомерной, так и одномерной кластеризацией, и избавиться от недостатков, присущих этим техникам по отдельности.

Представим формальное описание алгоритма двойной кластеризации.

Пусть многомерные объекты представлены векторами переменных $X = (x_1, \ldots, x_n)$ размерности n. На первом этапе выполняется многомерная кластеризация обучающего набора данных для определения набора многомерных прототипов: $C_1, \ldots, C_p$, где $C_i = \left(c_i^{(1)}, \ldots, c_i^{(n)}\right)$, $i = \overline{1,p}$. Многомерные прототипы проецируются на оси (область определения каждого отдельного параметра): $C^{(j)} = \left(c_i^{(j)}\right)$, $i = \overline{1,p}$. Точки данных каждой проекции $C^{(j)}$ являются набором данных для проведения второго этапа кластеризации, при котором получаются одномерные прототипы кластеров $P^{(j)} = \left(p_1^{(j)}, \ldots, p_{K_j}^{(j)}\right)$, где K_j – количество кластеров в одномерной проекции параметра j, которое должно быть не очень большим для обеспечения требования приемлемого количества элементов лингвистической шкалы.

Последним этапом двойной кластеризации является фаззификация информационных гранул путем фаззификации сначала одномерных гранул – прототипов $P^{(j)}$, а затем агрегирования полученных одномерных нечетких множеств для формирования многомерных нечетких информационных гранул.

Для каждой переменной K_j выделенных кластеров преобразуются в такое же количество интерпретируемых нечетких множеств, при этом можно использовать различные типы функций принадлежности нечетких чисел. В рамках проведенного исследования использовались гауссовы нечеткие числа с функцией принадлежности вида

$$\mu_{A_k^{(j)}}(x) = \exp\left(-\frac{\left(x - w_k^{(j)}\right)^2}{2(\sigma_k^{(j)})}\right), k = \overline{1, K_j}. \quad (11)$$

При определении параметров нечетких чисел $\left(w_k^{(j)}, \sigma_k^{(j)}\right)$ необходимо, с одной стороны, учитывать информацию, получаемую из предыдущих этапов двойной кластеризации, а с другой, ограничения для обеспечения интерпретируемости терм-множества лингвистической переменной. Для этого определим следующие точки разбиения:

$$h_k^{(j)} = \begin{cases} 2m_j - t_1^{(j)}, & k = 0, \\ \left(p_k^{(j)} + p_{k+1}^{(j)}\right)/2, & 0 < k < K_j, \\ 2M_j - t_{K_j-1}^{(j)}, & k = K_j. \end{cases} \quad (12)$$

Таким образом, всего получается $\left(K_j + 1\right)$ точек разбиения. Полученные точки разбиения используются для определения центров и ширины гауссовых функций принадлежности

$$w_k^{(j)} = \frac{h_{k-1}^{(j)} + h_k^{(j)}}{2}, \; \sigma_k^{(j)} = \frac{h_k^{(j)} - h_{k-1}^{(j)}}{2\sqrt{-2\ln\varepsilon}}, \quad (13)$$

где ε – максимально допустимое значение пересечения двух соседних нечетких множеств.

При данном подходе выполняются следующие требования, обеспечивающие интерпретируемость нечеткой модели:

1) нормальность, выпуклость и непрерывность обеспечиваются использованием гауссовых функций принадлежности;

2) разумное количество элементов ограничивается выбором соответствующего значения параметра K_j;

3) правильный порядок определяется заданием отношения порядка на множестве прототипов;

4) различимость нечетких множеств управляется параметром ε, который представляет собой максимальный допустимый порог пересечения двух нечетких множеств;

5) полнота обеспечивается при формировании нечетких множеств для заданной гарантированной степени пересечения ε;

6) правое и левое крайние нечеткие множества лингвистической шкалы формируются из граничных прототипов области определения значений параметра.

Как только процесс фаззификации завершен, для полученных нечетких множеств каждой лингвистической переменной можно назначить соответствующие лингвистические метки. Многомерные нечеткие информационные гранулы формируются путем комбинации одномерных нечетких множеств. Данный подход, однако, может привести к экспоненциальному увеличению количества информационных гранул, что нарушает требование компактности, так как общее количество информационных гранул будет равно $\prod_{j=1}^{n} K_j$. Для предотвращения возникновения подобной ситуации, необходимо выбирать только те гранулы, которые наиболее репрезентативны. Выбор таких гранул проводится для каждой размерности следующим образом:

$$k_i^{(j)} = \underset{k=\overline{1,K_j}}{\arg} \max \mu_{A_k^{(j)}}\left(c_i^{(j)}\right). \quad (14)$$

После того, как выбраны представители из наборов нечетких множеств, могут быть определены многомерные нечеткие информационные гранулы. После формирования гранул можно проектировать базы нечетких продукционных правил для проверки свойств полученных лингвистических шкал.

Предлагаемый подход предполагает использование различных алгоритмов кластеризации, подходящих для решения конкретной практической задачи.

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Исследуем эффективность предлагаемого подхода на тестовом наборе данных ирисов Фишера [10]. Он представляет из себя 150 записей значений четырех параметров ирисов: длина чашелистика (sepal length), ширина чашелистика (sepal width), длина лепестка (petal length), ширина лепестка (petal width). На первом этапе используем алгоритм нечетких *c*-средних для определения четырех гранул (кластеров). На втором этапе применим иерархическую кластеризацию для проекций кластеров для каждого параметра, результатом которой является формирование трех кластеров, которые впоследствии преобразуются в нечеткие множества. Совмещенный график, на котором представлены результаты процесса выделения нечетких гранул, показан на рис. 2.

Для дальнейшей проверки эффективности подхода необходимо провести сравнение предлагаемого подхода с общепринятыми методами кластеризации. В данной статье приведено сравнение результатов работы нечетких классификаторов, сформированных на основе следующих алгоритмов: нечетких с-средних, двойной кластеризации с тремя и пятью выделенными нечеткими термами на одну переменную для десяти прогонов. Результаты сравнения точности классификации в зависимости от количества кластеров алгоритма нечетких с-средних представлены на рис. 3.

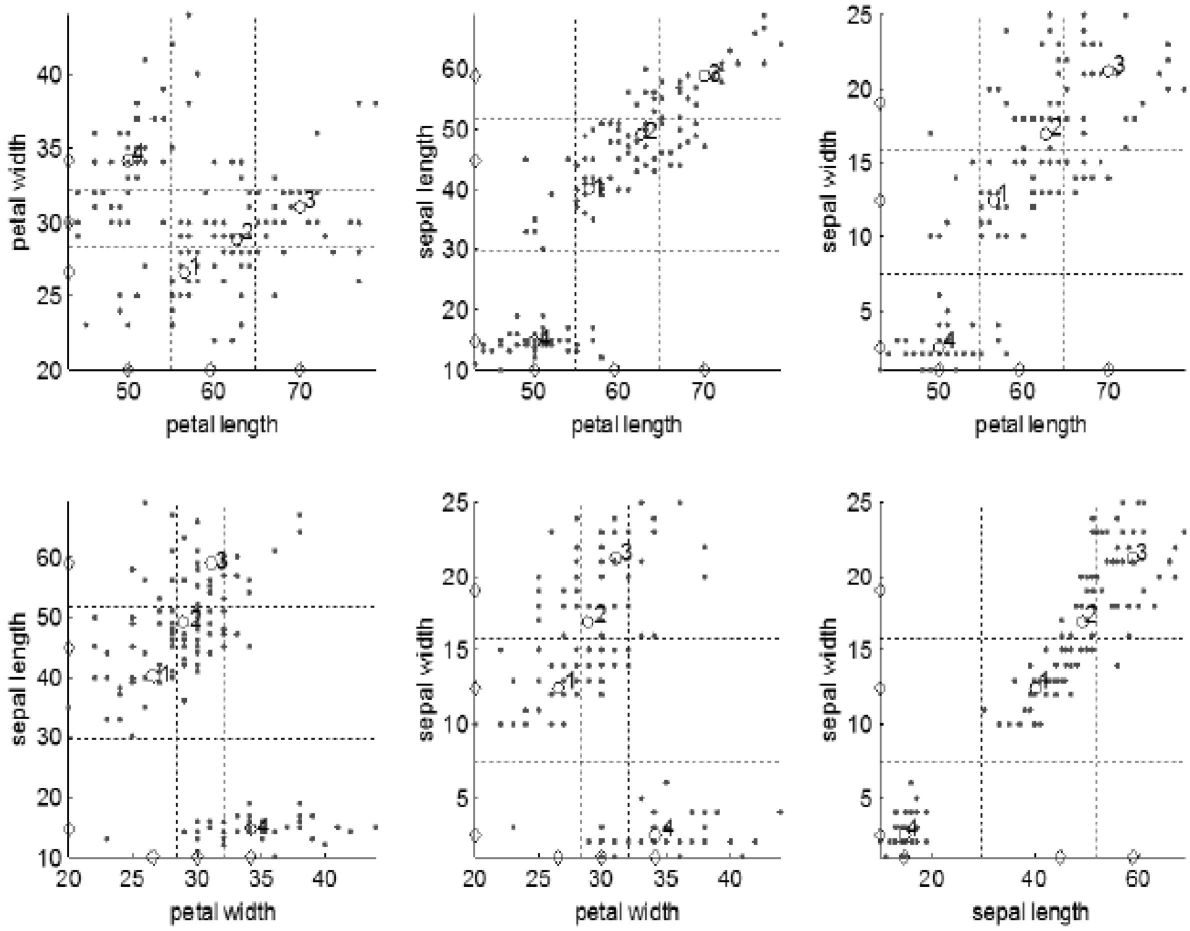

Рис. 2. Выделены кластеры, полученные в результате применения процесса двойной кластеризации

Нечеткий классификатор, построенный на основе предлагаемого подхода, для малого количества кластеров дает результаты, превышающие точность классификаторов, полученных с применением алгоритма нечетких с-средних. На рис. 4 представлены гауссовы функции принадлежности результирующих нечетких множеств с ассоциированными лингвистическими

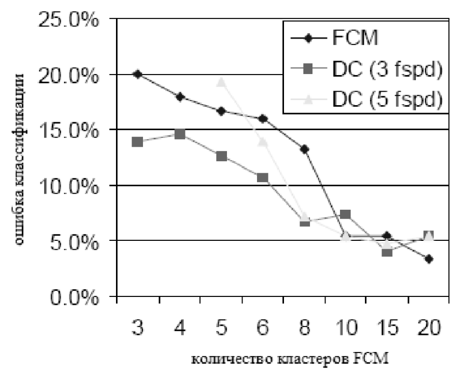

Рис. 3. Сравнение точности классификаторов

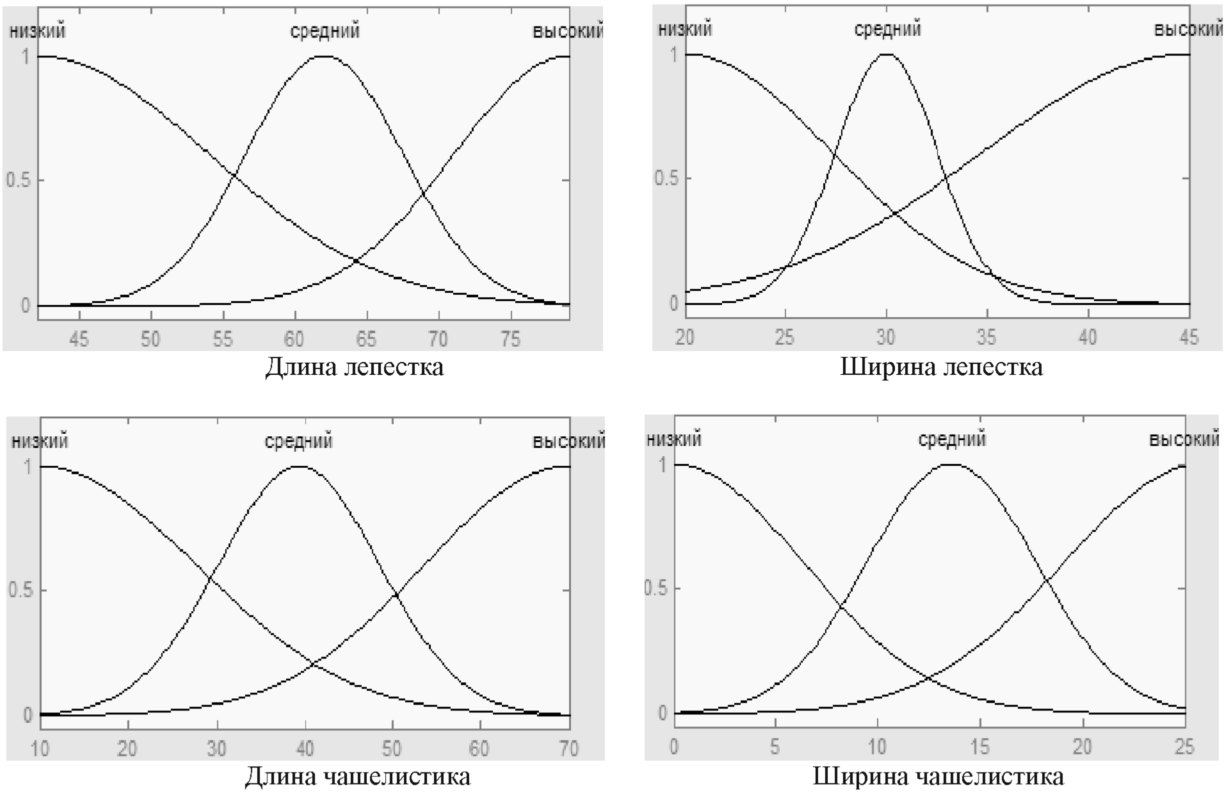

Рис. 4. Лингвистические шкалы для признаков, характеризующие ирисы

метками, поясняющими смысловое значение каждого терма.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о приемлемой эффективности предлагаемого подхода двойной кластеризации. В дальнейшем предлагается рассмотреть возможность автоматической генерации интерпретируемых шкал лингвистических переменных с выбором оптимальной степени гранулярности с использованием различных поисковых техник.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье были представлены формальные и семантические определения основных свойств, являющихся значимыми для обеспечения интерпретируемости лингвистических шкал. Были рассмотрены свойства, относящиеся к уровню базы данных нечеткой системы, и метод двойной кластеризации, позволяющий выполнить требования на данном уровне. Для дальнейшего повышения качества базы знаний, необходимо рассмотреть свойства, обеспечивающие интерпретируемость базы правил, а также механизмы, позволяющие гарантировать заданный уровень интерпретируемости и точности. Для решения данной задачи, которая включает как параметрическую, так и структурную оптимизацию, могут использоваться разные техники оптимизации, например, эволюционные и генетические алгоритмы. Необходимо исследовать применимость многокритериального эволюционного алгоритма для решения подобных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пегат А.* Нечеткое моделирование и управление / А. Пегат. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. – 798 с.

2. *Kahlert J.* Fuzzy Logic and Fuzzy Control / Kahlert J., Frank H.Braunschweig. – BRD: Vieweg Verlag, 1994. – 184 с.

3. *Driankov D.* Fuzzy Logic Techniques for Autonomous Vehicle Navigation / D. Driankov, A. Saffiotti. – Springer, 2001. – 391 с.

4. *Valente de Oliveira J.* Semantic constraints for membership function optimization / Valente de Oliveira J. – IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 19(1), 128–138, 1999

5. *Miller G. A.* The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. / Miller G.A. – The Psychological Review, 63, 81–97, 1956

6. *Valente de Oliveira J.* On the optimization of fuzzy systems using bio-inspired strategies / Valente de

Oliveira J.- Proc. IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 1129–1134, 1998

7. *Valente de Oliveira J.* Towards neuro-linguistic modeling: Constraints for optimization of membership functions / Valente de Oliveira J. – Fuzzy Sets and Systems, 106(3), 357–380, 1999

8. *Setnes M.* Simularity measures in fuzzy rule base simplification / Setnes M, Babuska R., Kaymak U., Van Nauta Lemke H.R. – IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, p. B, 28, 376–386, 1998.

9. *Meesad P.* Quantitative measures of the accuracy, comprehensibility, and completeness of a fuzzy expert system / Meesad P., Yen G.G. – Proc. IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 1, 284–289, 2002

10. http://en.wikipedia.org/wiki/Iris_flower_data_set.

Леденева Т. М. – зав. каф. вычислительной математики факультета Прикладной математики, механики и информатики Воронежского государственного университета, д.т.н., профессор. Тел. (4732) 208-282. E-mail: dean@amm.vsu.ru

Моисеев С.А. – аспирант, Воронежский государственный технический университет

Ledeneva Tatyna Michaylovna – Doctor of Technic Sciences, Professor, The dept. of the Mathematical Methods of Oreration Research, Voronezh State University. Tel. (4732) 208-282. E-mail: dean@amm.vsu.ru

Moiseev S.A. – Post-graduate student. Voronezh State Technical University