УДК 519.86

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ЕЕ МОДЕРНИЗАЦИИ

Е. В. Куркин

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 26.03.2012 г.

Аннотация. В работе описан подход к получению оценок качества ресурса на основе коэффициентов трудности достижения цели. Предложена модель развития региональной экономической системы на основе модернизации с учетом показателей качества.

Ключевые слова: моделирование, модернизация, развитие, оценка качества, трудность достижения цели, квалитативные функции.

Annotation. One of possible approach to construction quality estimates based on difficulty in goal achievement is considered. Model of development of the regional economic system based on modernizations with taking into account quality indicators is offered.

Keywords: modernization, development, quality estimate, difficulty in goal achievement, economic modeling

ВВЕДЕНИЕ

Всесторонняя модернизация производственного сектора экономики, переход на новый инновационный уклад является одной из важных задач стоящих перед управляющими институтами власти. Успешное решение данной задачи невозможно, в частности, без развитого экономико-математического аппарата и построения адекватных моделей. Одним из возможных направлений повышения адекватности экономических моделей реальным процессам, как нам представляется, является внедрение в них показателей учета качества.

В работе рассматривается региональная экономическая система (РЭС), разделенная на элементы по видам деятельности (обрабатывающие производства, производство и распределение электроэнергии, газа и воды, сельское хозяйство, оптовая и розничная торговля, строительство, транспорт и связь). Для РЭС составляется модель развития на планируемый период. Под развитием РЭС понимается модернизация входящих в систему элементов, посредством введения новых инновационных проектов, усовершенствования качества у существующих элементов, достижением определенных количественных и качественных показателей. Последнее согласуется с определением модернизации, приведенным в современном экономическом словаре [1]: «*Модернизация* – усовершенствование, обновление объекта, приведение его в соответствие с новыми требованиями и нормами, техническими условиями, показателями качества».

Особенность нашего подхода заключается в учёте наряду с количественными – качественных показателей, а также в определении целесообразности внедрения новых субъектов экономической деятельности (согласно критерию, заложенному в целевую функцию). Одновременный учет количественных и качественных показателей необходим, в силу того, что зачастую улучшение одного показателя сопровождается ухудшением другого. Учет качества базируется на теории трудности достижения цели, основные положения которой будут приведены ниже.

Важным моментом в определении перспективных направлений развития РЭС является, использование в модели так называемых *гипотетических* элементов – запланированных проектов создания новых хозяйствующих объектов, но перспективы существования которых не определены.

ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Приведем ряд положений, выполнение которых необходимо для дальнейших выкладок.

Рассматриваемая региональная экономическая система, в общем случае предполагается

состоящей из n элементов. Каждый элемент выпускает продукцию, используя два основных ресурса: труд (L) и капитал (K). Под капиталом понимаются ресурсы, которые могут быть использованы в производстве товаров или оказании услуг. Пусть для каждого вида деятельности восстановлена производственная функция, отражающая максимально возможный объем выпуска (Y) при заданных ресурсах. Кроме того имеется денежный фонд для модернизации РЭС, который необходимо так распределить между элементами, чтобы оптимизировать значение целевого функционала модели.

Задача дополняется учетом качества ресурсов (материальных, трудовых). Качественные показатели будут базироваться на теории *трудности достижения цели* (ТДЦ) [2,3]. Данный подход обоснован тем, что в экономических моделях необходима полноценная операционная база – алгебраическая система для оперирования оценками качества [4]. Причем операционные основы должны учитывать специфику оценок качества [5].

Для обозначения взаимосвязи трудности и качества, приведем определение качества, на которое мы будем в дальнейшем опираться, зафиксированное в стандарте ИСО 9000:2001 [6]: «*Качество* – это степень, с которой совокупность собственных отличительных свойств (характеристик) выполняет требования (потребности или ожидания) заинтересованных сторон, которые установлены, обычно предполагаются или являются обязательными».

В работах [2–5, 7] было введено и исследовано понятие ТДЦ. Напомним, что величина трудности достижения цели вычисляется по формуле

$$d = \frac{\varepsilon(1-\mu)}{\mu(1-\varepsilon)}, \tag{1}$$

где $\mu \in (0,1]$ есть безразмерная оценка качества ресурса с условием «чем больше, тем лучше», а $\varepsilon \in [0,1)$ – нижняя допустимая граница качества. В случае, когда $\mu \le \varepsilon$, $\mu \in [0,1)$, $\varepsilon \in (0,1]$ справедлива формула

$$d = \frac{\mu(1-\varepsilon)}{\varepsilon(1-\mu)}, \tag{2}$$

для которой верны все выкладки, имеющие место для формулы (1) [7].

Таблица 1

Обобщенные операции

Название операции	Аналитический вид
обобщенное сложение (обозначается знаком $\oplus$)	$d = d_1 \oplus d_2 = d_1 + d_2 - d_1 d_2$
обобщенное умножение (обозначается знаком $\otimes$)	$d = d_1 \otimes d_2 = 1 - e^{-\ln\frac{1}{1-d_1}\ln\frac{1}{1-d_2}}$
n-арное сложение	$d = d_1 \oplus d_2 \oplus \ldots \oplus d_n = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1-d_i)$
n-арное умножение	$d = d_1 \otimes d_2 \otimes \ldots \otimes d_n = 1 - e^{-\prod_{i=1}^{n}\ln\frac{1}{1-d_i}}$
умножение на число	$\lambda \otimes d = 1-(1-d)^{\lambda}, \lambda \ge 0$
обобщенное возведение в степень (обозначается знаком $\wedge$)	$d^{\hat{\lambda}} = 1 - e^{-\left(\ln\frac{1}{1-d}\right)^{\lambda}}, \lambda \ge 0$
обобщенное вычитание (обозначается знаком Θ)	$d = d_1 \Theta d_2 = \dfrac{d_1 - d_2}{1 - d_2}$
обобщенное деление (обозначается знаком $\emptyset$)	$d = d_1 \emptyset d_2 = 1 - e^{-\ln\frac{1}{1-d_1}\Big/\ln\frac{1}{1-d_2}}$

Отметим, что ТДЦ характеризует степень некачественности, поскольку большему значению коэффициента ТДЦ соответствует менее качественный ресурс. Лингвистическая интерпретация уровней коэффициентов ТДЦ по критерию затратности использования оцениваемого ресурса приведена в работе [5]. В вычислении коэффициента некачественности участвуют две величины μ и ε, которые могут быть получены, например, с помощью функции вида

$$f(x,a,b) = \frac{x-a}{b-a}, \qquad (3)$$

где параметры a и b характеризуют соответственно наименьшее и наибольшее значение оцениваемой величины x.

Перечислим операции над коэффициентами трудности (здесь и далее множество D есть отрезок [0,1], которому принадлежат значения, получаемые по формуле (1) (или (2)) и $d_i \in D, \forall i$).

Множество $D = [0,1]$ вместе с введенными в [2,3] обобщенными операциями образуют топологическую *алгебраическую систему* и относится к категории *полукольца* [4]. Благодаря чему, мы можем широко применять оценки качества на основе коэффициентов ТДЦ, производить над ними различные операции и строить функции, более адекватно описывающие различные процессы (например, производственные) и экономические модели, с учетом оценок качества.

При оценке качества, предположим, что каждый ресурс описывается одним агрегированным показателем. Определены минимальные и максимальные значения характеристики. Таким образом, произведен переход к интервальной шкале [0,1] для величины оценки качества μ для каждого ресурса. Установлены минимальные требования ε к качеству ресурсов. Изменение характеристики качества ресурса μ происходят под влиянием дополнительных финансовых средств $\bar{X}(t)$, направляемых на совершенствование ресурсов или их замену в каждом планируемом году. Качество ресурса с учетом, предъявленных к нему требований рассчитывается по выше приведенным формулам (1) или (2).

Будем считать, что за предысторию функционирования РЭС накоплен набор показателей позволяющих определить влияние вложенных финансовых средств на изменение качества, т.е. задана функция прироста качества.

Для каждого гипотетического элемента известна производственная функция, по которой он должен функционировать и величины инвестиций на каждый год планирования. В модели введены коэффициенты для каждого гипотетического элемента принимающие значения 0 или 1, в зависимости от того, будет ли соответствующий гипотетический элемент внедрен в РЭС. Учет качества для гипотетических элементов в модели не производится.

МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ РЭС НА ОСНОВЕ МОДЕРНИЗАЦИИ

С учетом сделанных предположений получаем следующую модель развития на основе модернизации РЭС.

Целевые функции по валовому выпуску и показателю качества выраженному через коэффициенты ТДЦ:

$$F(T) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i Y_i(T) + \sum_{i=n+1}^{N} \gamma_i Y_i(T) \to \max \qquad (4)$$

$$\begin{gathered} D = (\lambda_1^K \otimes d_1^K(T) \oplus \lambda_1^L \otimes d_1^L(T)) \oplus \ldots \\ \ldots \oplus (\lambda_n^K \otimes d_n^K(T) \oplus \lambda_n^L \otimes d_n^L(T)) \to \min \end{gathered} \qquad (5)$$

Производственные функции существующих и гипотетических элементов:

$$Y_i(t) = f_i(K_i(t)L_i(t)), i = 1,..,N \qquad (6)$$

Уравнение перераспределения средств между существующими элементами РЭС и двусторонние ограничения на коэффициенты перераспределения:

$$\begin{gathered} K_i(t) = K_i(t-1) + \beta_i^K(t)\Delta\bar{X}(t), \\ i = 1,..,n, t = t_0 + 1,..,T \end{gathered} \qquad (7)$$

$$\begin{gathered} L_i(t) = L_i(t-1) + \beta_i^L(t)\Delta\bar{X}(t), \\ i = 1,..,n, t = t_0 + 1,..,T \end{gathered} \qquad (8)$$

$$\begin{gathered} 0 \le \underline{\beta_i^K}(t) \le \beta_i^K(t) \le \overline{\beta_i^K}(t), \\ i = 1,..,n, t = t_0 + 1,..,T \end{gathered} \qquad (9)$$

$$\begin{gathered} 0 \le \underline{\beta_i^L}(t) \le \beta_i^L(t) \le \overline{\beta_i^L}(t), \\ i = 1,..,n, t = t_0 + 1,..,T \end{gathered} \qquad (10)$$

Условие нормировки коэффициентов перераспределения:

$$\begin{gathered} \sum_{i=1}^{n} (\beta_i^K(t) + \beta_i^L(t) + \kappa_i^K(t) + \kappa_i^L(t)) = 1, \\ \forall t = t_0 + 1,..,T \end{gathered} \qquad (11)$$

Уравнение (возможного) выделения средств на внедрение гипотетических элементов:

$$\Delta\bar{X}(t) = \bar{X}(t) - \sum_{i=n+1}^{N} \gamma_i K_i(t) \qquad (12)$$

$$\gamma_i \in \{0,\ 1\}, i = n+1,..,N \qquad (13)$$

Начальные условия:

$$K_i(t_0) = K_i^0, \quad i = 1,2,...,N \qquad (14)$$

$$L_i(t_0) = L_i^0, \quad i = 1,2,...,N \qquad (15)$$

Уравнение перераспределения средств на улучшение качества между существующими элементами РЭС и двусторонние ограничения на коэффициенты перераспределения и уровень амортизации:

$$d_i^K(t) = \overline{G}_i^K(\boldsymbol{\kappa}_i^K(t) \cdot \Delta\bar{Q}^K(t), \overline{A}_i^K(t), Y_i\,(t), d_i^K(t-1)) \qquad (16)$$

$$d_i^L(t) = \overline{G}_i^L(\boldsymbol{\kappa}_i^L(t) \cdot \Delta\bar{Q}^L(t), Y_i\,(t), d_i^L(t-1)) \qquad (17)$$

$$0 \le \underline{\boldsymbol{\kappa}_i^K}(t) \le \boldsymbol{\kappa}_i^K(t) \le \overline{\boldsymbol{\kappa}_i^K}(t), i = 1,2,...,n \qquad (18)$$

$$0 \le \underline{\boldsymbol{\kappa}_i^L}(t) \le \boldsymbol{\kappa}_i^L(t) \le \overline{\boldsymbol{\kappa}_i^L}(t), i = 1,2,...,n \qquad (19)$$

$$0 \le \overline{A}_i^K(t) \le 1 \qquad (20)$$

Начальные показатели качества:

$$d_i^K(t_0) = d_{0i}^K, \quad i = 1,2,...,n \qquad (21)$$

$$d_i^L(t_0) = d_{0i}^L, \quad i = 1,2,...,n \qquad (22)$$

Здесь (4), (5) – целевые функции, (4) – максимизация выпуска всех видов деятельности как взвешенная сумма выпусков всех элементов с учетом возможного внедрения проектов, (5) – минимизация общего коэффициента ТДЦ как обобщенная сумма коэффициентов ТДЦ. Аналитический вид целевых функций без ограничения общности может быть изменен в зависимости от требований конкретной ситуации.

Отметим, что согласно определению модернизации и назначению модели мы должны достигнуть некоторого уровня валового выпуска и показателей качества. Последнее дает основу для использования коэффициентов и операций ТДЦ для объединения двух целевых функций в одну, что значительно облегчает решение данной модели.

В модели значения дополнительно выделенных средств $\{\bar{X}(t)\}$, $t = t_0 + 1,..,T$ считаются заданными, а коэффициенты их перераспределения $\{\boldsymbol{\beta}_i^K(t), \boldsymbol{\beta}_i^L(t), \boldsymbol{\kappa}_i^K(t), \boldsymbol{\kappa}_i^L(t)\}$, $i = 1,..,n$, $t = t_0 + 1,..,T$ и коэффициенты принятия проектов $\{\gamma_i\}, i = n+1,..,N$ подлежат определению, согласно ограничениям и целевым функциям. Отметим, что остаточная величина перераспределяемых средств зависит от инвестирования в гипотетические элементы и описывается уравнением (12).

Выражение (6) – производственная функция (производственных возможностей) i-ой подсистемы. Ограничения (7)–(8) описывают перераспределение финансовых средств $\Delta\bar{X}(t)$ между видами деятельности, с начальными условиями (14)–(15). Ограничения (9)–(10) задают интервалы изменения коэффициентов перераспределения, что необходимо, например, для недопущения недофинансирования социально значимых объектов. Уравнение (11) служит для нормировки всех коэффициентов перераспределения.

Смысловое значение уравнений (16)–(17) аналогично (7)–(5) только записаны они в терминах показателей качества, именно дополнительные средства $\Delta\bar{X}(t)$ перераспределяются с учетом уровня амортизации и нагрузки на ресурсы в формуле (16) между подсистемами с начальными условиями (21)–(22). Подробнее (16) и (17) будут описаны ниже. Ограничения (18)–(19) задают интервалы изменения коэффициентов перераспределения $\boldsymbol{\kappa}_i^K(t), \boldsymbol{\kappa}_i^L(t), i = 1,2,...,n$. Ограничение (20) задает пределы возможных значений уровня амортизации основных фондов. При решении модели ограничения (5), (16) и (17) с помощью таблицы обобщенных операций переписываются в эквивалентную форму с обычными операциями.

Рассмотрим один из вариантов функции прироста качества

$$\overline{G}_i^j(\boldsymbol{\kappa}_i^K(t) \cdot \Delta\bar{Q}^j(t), \overline{A}_i^j(t), Y_i\,(t), d_i^j(t-1)), j = K, L$$

зависящей от вложенных на развитие качества финансовых средств $\boldsymbol{\kappa}_i^j(t) \cdot \Delta\bar{Q}^j(t), i = 1,2,...,n$, коэффициента текущего износа $\overline{A}_i^j(t), i = 1,2,...,n$ (для трудового ресурса этот параметр отсутствует), $Y_i\,(t)$ – объема выпускаемой продукции и предыдущего значения $d_i^i(t-1)$ коэффициента ТДЦ.

Функция прироста качества строится в терминах коэффициентов ТДЦ на основе имеющейся статистической информации о предыдущих вложениях финансовых средств и вызванным вложениями приростом качества. На момент формирования задачи данная функция считается заданной (определен её аналитический вид). Ниже приведен возможный подход к её определению.

В качестве аналитического вида функции прироста качества выберем следующей

$$G_i^j(\boldsymbol{\kappa}_i^j(t)\cdot\Delta\bar{X}(t),\bar{A}_i^j(t),Y_i\,(t),d_i^j(t-1)) =$$
$$= \lambda_d\otimes d_i^j(t-1)\oplus\lambda_A\otimes d_A\oplus$$
$$\oplus\lambda_Y\otimes d_Y\emptyset(\hat{e}\oplus(\lambda_Q\otimes d_Q)),$$

где d_Q – коэффициент ТДЦ, зависящий от объема дополнительно выделяемых на увеличение качества средств $\boldsymbol{\kappa}_i^j(t)\cdot\Delta\bar{X}(t)$, d_A – коэффициент ТДЦ, вызванный текущим износом ресурсов $A_i^j(t)$ и d_Y – коэффициент ТДЦ определяемый загрузкой ресурсов. Коэффициенты λ при каждом обобщенном слагаемом – есть весовые коэффициенты, определяемые на основе статистической информации из предыстории функционирования объекта. Величина ТДЦ d_Q вычисляется формуле (1), в которой $\mu\in(0,1]$ есть текущая оценка качества ресурса определяется по формуле $\mu=\varphi(\boldsymbol{\kappa}_i^j(t)\cdot\Delta\bar{X}(t))$, а $\varepsilon\in[0,1)$ – нижняя допустимая граница качества $\varepsilon=\varphi(\underline{\boldsymbol{\kappa}}_i^j(t)\cdot\Delta\bar{X}(t))$. Здесь φ функция определяемая экспертным способом, показывающая степень удовлетворенности ресурса финансовыми средствами. Причем для определения нижней границы качества предполагается, что есть некий минимум, необходимый для поддержания ресурса в требуемом состоянии, например, это могут средства для покрытия амортизации. Таким образом

$$d_Q(\Delta\bar{Q}^j(t)) =$$
$$= \frac{\varphi(\underline{\boldsymbol{\kappa}}_i^j(t)\cdot\Delta\bar{X}(t))(1-\varphi(\boldsymbol{\kappa}_i^j(t)\cdot\Delta\bar{X}(t)))}{\varphi(\boldsymbol{\kappa}_i^j(t)\cdot\Delta\bar{X}(t))(1-\varphi(\underline{\boldsymbol{\kappa}}_i^j(t)\cdot\Delta\bar{X}(t)))}.$$

Величина d_A определяется на основе коэффициента амортизации $A_i^j(t)=\mu_{0<@}\in(0,1]$ и верхней границей $\bar{A}_i^j(t)=\varepsilon_{0<@}\in[0,1)$ амортизации, ниже которой ресурс считается устаревшим и непригодным для использования. Таким образом

$$d_A = \frac{\mu_{\text{амр}}(1-\varepsilon_{\text{амр}})}{\varepsilon_{\text{амр}}(1-\mu_{\text{амр}})} =$$
$$= \frac{A_i^j(t)(1-\bar{A}_i^j(t))}{\bar{A}_i^j(t)(1-A_i^j(t))}.$$

Коэффициент ТДЦ d_Y определяется по формуле:

$$d_Y = \frac{\mu_Y(1-\varepsilon_Y)}{\varepsilon_Y(1-\mu_Y)} = \frac{\psi(Y)(1-\psi(Y^{\max}))}{\psi(Y^{\max})(1-\psi(Y))},$$

где ψ – некая нормирующая функция, определяемая экспертным способом.

Теперь можем выписать аналитический вид функции роста качества:

$$G_i^j(\boldsymbol{\kappa}_i^j(t)\cdot\Delta\bar{Q}^j(t),\bar{A}_i^j(t),Y_i\,(t),d_i^j(t-1)) =$$
$$= \lambda_d\otimes d_i^j(t-1)\oplus\lambda_A\otimes d_A\oplus\lambda_Y\otimes$$
$$\otimes d_Y\Theta(\hat{e}\emptyset(\lambda_Q\otimes d_Q)) = \lambda_d\otimes d_i^j(t-1)\otimes$$
$$\oplus\lambda_A\otimes\frac{\underline{A}_i^j(t)(1-A_i^j(t))}{A_i^j(t)(1-\underline{A}_i^j(t))}\oplus\lambda_Y\otimes$$
$$\otimes\frac{\varepsilon(Y_i^{\max}(t))(1-\psi(Y_i\,(t)))}{\psi(Y_i\,(t))(1-\varepsilon(Y_i^{\max}(t)))}\emptyset$$
$$\emptyset\Big(\Big(\hat{e}\oplus\lambda_Q\otimes$$
$$\otimes\frac{\varphi(\underline{\boldsymbol{\kappa}}_i^j(t)\cdot\Delta\bar{X}(t))(1-\varphi(\boldsymbol{\kappa}_i^j(t)\cdot\Delta\bar{X}(t)))}{\varphi(\boldsymbol{\kappa}_i^j(t)\cdot\Delta\bar{X}(t))(1-\varphi(\underline{\boldsymbol{\kappa}}_i^j(t)\cdot\Delta\bar{X}(t)))}\Big)\Big).$$

В силу того, что в общей постановке задачи перераспределения ресурсов не делается ограничений на аналитический вид производственно-квалитативной функции, а также до построения конкретной задачи в конкретном примере мы не имеем аналитического вида функций (6), (16)–(17), применение точных методов решения не представляется возможным. Решение данной задачи требует алгоритма достаточно высокой универсальности, коим обладает метод Соболя [8]. Метод Соболя требует для каждой неизвестной переменной двусторонних ограничений, наша модель удовлетворяет этому критерию.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ МОДЕЛИ РАЗВИТИЯ РЭС НА ОСНОВЕ МОДЕРНИЗАЦИИ

Рассмотрим иллюстративный пример использования модели развития и модернизации РЭС. Перед составлением модели были восстановлены аналитические виды производственных функций видов деятельности. Выбор производился среди функций Кобба–Дугласа, Солоу, Хилхорста и линейной, как наиболее подходящих для описания крупномасштабных систем. Основываясь на истории функционирования РЭС за предыдущие годы, с помощью метода наименьших квадратов были получены следующие виды производственных функций и функций прироста качества трудовых ресурсов по видам деятельности:

– обрабатывающие производства

$$Y_1(t) = \left(209.38K_1(t)^{0.08}+0.000074L_1(t)^{1.96}\right)^{1.8},$$
$$G_1^L(\boldsymbol{\kappa}_1^L(t)\cdot\Delta\bar{Q}^L(t),d_1^L(t-1)) =$$
$$= d_1^L(t-1)\emptyset(\hat{e}\oplus 0.62\otimes d_Q);$$

– производство и распределение электроэнергии, газа и воды

$$Y_2(t) = \left(93.13K_2(t)^{0.02} + 0.000073L_2(t)^{2.29}\right)^{1.96},$$

$$G_2^L(\kappa_2^L(t)\cdot\Delta\bar{Q}^L(t), d_2^L(t-1)) =$$

$$= d_2^L(t-1)\oslash(\hat{e}\oplus 0.91\otimes d_Q);$$

– сельское хозяйство

$$Y_3(t) = 0.01K_3(t) + 47L_3(t) + 6270.7,$$

$$G_3^L(\kappa_3^L(t)\cdot\Delta\bar{Q}^L(t), d_3^L(t-1)) =$$

$$= 0.63\otimes d_3^L(t-1)\oslash(\hat{e}\oplus 1.1\otimes d_Q);$$

– оптовая и розничная торговля

$$Y_4(t) = 11.34K_4(t)^{0.88}L_4(t)^{0.29},$$

$$G_4^L(\kappa_4^L(t)\cdot\Delta\bar{Q}^L(t), d_4^L(t-1)) =$$

$$= 0.98\otimes d_4^L(t-1)\oslash(\hat{e}\oplus 0.99\otimes d_Q)$$

– строительство

$$Y_5(t) = 2.7K_5(t)^{0.17}L_5(t)^{1.2},$$

$$G_5^L(\kappa_1^L(t)\cdot\Delta\bar{Q}^L(t), d_5^L(t-1)) =$$

$$= 0.86\otimes d_5^L(t-1)\oslash(\hat{e}\oplus 1.16\otimes d_Q);$$

– транспорт и связь

$$Y_6(t) = 12.77K_6(t)^{0.028}L_6(t)^{1.15},$$

$$G_6^L(\kappa_6^L(t)\cdot\Delta\bar{Q}^L(t), d_6^L(t-1)) =$$

$$= 0.73\otimes d_6^L(t-1)\oslash(\hat{e}\oplus 0.89\otimes d_Q).$$

Также имеется три инвестиционных проекта в сфере розничной торговле, строительстве и сельском хозяйстве со следующими производственными функциями:

$$Y_7(t) = 27.9\left(0.86K_7(t)^{-2.54} + 0.14L_7(t)^{-2.54}\right)^{-\frac{1}{2.54}}$$

$$Y_8(t) = 33.65\left(0.6K_8(t)^{-5.27} + 0.4L_8(t)^{-5.27}\right)^{-\frac{1}{5.27}}$$

$$Y_9(t) = 27.9\left(0.82K_9(t)^{-2.45} + 0.18L_9(t)^{-2.45}\right)^{-\frac{1}{2.45}}.$$

Начальные инвестиции в проекты (в млн. руб.) составляют соответственно $K_7(1) = 150$, $K_8(1) = 244$, $K_9(1) = 189$, $K_i(t) = 0,\ i \in \{7, 8, 9\}$, $t \in \{2, 3, 4, 5\}$.

В качестве цели установим максимизацию общего выпуска РЭС и минимизацию коэффициента ТДЦ. На планируемый период известны средства выделяемые на инвестиции в проекты, улучшение количественных показателей и качества трудовых ресурсов $\{\bar{X}(t), t = 1,..,5\} = \{843.2,\ 365.9,\ 288.4,\ 519.4,\ 913.4\}$, также известны начальные значения ресурсообеспеченности и допустимые пределы изменения коэффициентов распределения дополнительно выделяемых средств между элементами системы. Выпишем модель с учетом следующих допущений: общий выпуск РЭС есть простая сумма выпусков видов деятельности, общий показатель качества, есть обобщенная сумма коэффициентов ТДЦ по видам деятельности.

$$F(t) = \sum_{i=1}^{6} Y_i(t) + \sum_{i=7}^{9}\gamma_i Y_i(t) \to \max$$

$$D = d_1^L \oplus d_2^L \oplus d_3^L \oplus d_4^L \oplus d_5^L \to \min$$

$$Y_1(t) = \left(209.38K_1(t)^{0.08} + 0.000074L_1(t)^{1.96}\right)^{1.8}$$

$$Y_2(t) = \left(93.13K_2(t)^{0.02} + 0.000073L_2(t)^{2.29}\right)^{1.96}$$

$$Y_3(t) = 0.01K_3(t) + 47L_3(t) + 6270.7$$

$$Y_4(t) = 11.34K_4(t)^{0.88}L_4(t)^{0.29}$$

$$Y_5(t) = 2.7K_5(t)^{0.17}L_5(t)^{1.2}$$

$$Y_6(t) = 12.77K_6(t)^{0.028}L_6(t)^{1.15}$$

$$Y_7(t) = 27.9\left(0.86K_7(t)^{-2.54} + 0.14L_7(t)^{-2.54}\right)^{-\frac{1}{2.54}}$$

$$Y_8(t) = 33.65\left(0.6K_8(t)^{-5.27} + 0.4L_8(t)^{-5.27}\right)^{-\frac{1}{5.27}}$$

$$Y_9(t) = 27.9\left(0.82K_9(t)^{-2.45} + 0.18L_9(t)^{-2.45}\right)^{-\frac{1}{2.45}}$$

$$K_i(t) = K_i(t-1) + \beta_i^K(t)\Delta\bar{X}(t), \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

$$L_i(t) = L_i(t-1) + \beta_i^L(t)\Delta\bar{X}(t), \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

$$\Delta\bar{X}(t) = \bar{X}(t) - \sum_{i=7}^{9}\gamma_i K_i(t),$$

$$\gamma_i \in \{0,\ 1\}, i \in \{7, 8, 9\}$$

$$G_1^L(\kappa_1^L(t)\cdot\Delta\bar{Q}^L(t), d_1^L(t-1)) =$$

$$= d_1^L(t-1)\oslash(\hat{e}\oplus 0.62\otimes d_1^{QL}(t))$$

$$G_2^L(\kappa_2^L(t)\cdot\Delta\bar{Q}^L(t), d_2^L(t-1)) =$$

$$= d_2^L(t-1)\oslash(\hat{e}\oplus 0.91\otimes d_2^{QL}(t))$$

$$G_3^L(\kappa_3^L(t)\cdot\Delta\bar{Q}^L(t), d_3^L(t-1)) =$$

$$= 0.63\otimes d_3^L(t-1)\oslash(\hat{e}\oplus 1.1\otimes d_3^{QL}(t))$$

$$G_4^L(\kappa_4^L(t)\cdot\Delta\bar{Q}^L(t), d_4^L(t-1)) =$$

$$= 0.98\otimes d_4^L(t-1)\oslash(\hat{e}\oplus 0.99\otimes d_4^{QL}(t))$$

$$G_5^L(\kappa_1^L(t)\cdot\Delta\bar{Q}^L(t), d_5^L(t-1)) =$$

$$= 0.86\otimes d_5^L(t-1)\oslash(\hat{e}\oplus 1.16\otimes d_5^{QL}(t))$$

$$G_6^L(\kappa_6^L(t)\cdot\Delta\bar{Q}^L(t), d_6^L(t-1)) =$$

$$= 0.73\otimes d_6^L(t-1)\oslash(\hat{e}\oplus 0.89\otimes d_6^{QL}(t))$$

$$0.12 \le \beta_2^K(t) \le 1$$

$$0.15 \le \beta_3^K(t) \le 1$$

$$0.1 \le \beta_6^K(t) \le 1$$

$$0 \le \beta_i^K(t) \le 1, i = 1,4,5$$

$$0.05 \le \beta_i^L(t) \le 1, i = 1,2,\ldots,6$$

$$0 \le \kappa_i^L(t) \le 1, i = 1,2,\ldots,6$$

$$\sum_{i=1}^{6} (\beta_i^K(t) + \beta_i^L(t) + \kappa_i^L(t)) = 1, \forall t = 1,..,5$$

$$\left\{X_i^K(t_0), \quad i = 1,2,\ldots,9\right\} =$$

$$\{22217,\ 19132,\ 36792,\ 5112,$$

$$3088,\ 113107,140,235,182\}$$

$$\left\{X_i^L(t_0), \quad i = 1,2,\ldots,9\right\} =$$

$$= \{521,\ 96,\ 455,\ 499,\ 316,\ 398,10,9,7\}$$

$$\left\{Q_i^L(t_0), \quad i = 1,2,\ldots,6\right\} =$$

$$\{0.787,\ 0.799,\ 0.796,\ 0.775,\ 0.754,\ 0.702\}$$

$$\{\bar{X}(t), t = 1,..,5\} =$$

$$= \{843.2,\ 365.9,\ 288.4,\ 519.4,\ 913.4\}.$$

Алгоритм решения модели на основе метода Соболя реализован программно на языке C# в MS Visual Studio. Отличительная особенность алгоритма от обычного метода Соболя [10] заключается в том, что значения коэффициентов перераспределения согласно ограничениям модели должны быть в сумме равны единице. Это означает, что среди всего набора точек многомерного единичного куба предлагаемых методом Соболя нас интересуют только те, что лежат на плоскости пересекающей оси координат в точках со значением 1. Таким образом, перебирая точки на плоскости, а не в кубе можно существенно ускорить работу алгоритма.

Целевые функции свернуты (операцией обобщенного сложения) в одну на основе коэффициентов ТДЦ. Именно, для целевой функции максимизации валового выпуска задано минимальное значение – соответствующее валовому выпуску без вложений, и максимальное значение – сумма предельных значений производственных функций образующих целевую функцию. Имея минимальное и максимальное значение целевой функции можно по формуле (3) определить величины входящие в формулу коэффициента ТДЦ (1).

В результате решения модели получены значения целевых функций в 5 год функционирования системы 296621,79 млн руб. и коэффициент ТДЦ 0,697. Анализируя коэффициенты распределения денежных средств, выявлено, что данное наибольшее значение целевой функции достигается при смещении финансирования в сторону трудовых ресурсов производства и распределение электроэнергии, газа и воды, а также принятия инвестиционного проекта в розничной торговле.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены операционные основы для работы с показателями качества. Система обобщенных операций дает основу для использования коэффициентов трудности достижения цели в построении различного рода функции качества и использования их в экономических моделях. Рассмотрена и решена модель развития региональной системы на основе модернизации с учетом показателей качества на основе введенных коэффициентов трудности достижения цели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Райзберг Б. А., Лозовский Л. Ш., Стародубцева Е. Б.* Современный экономический словарь. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2006. – 495 с.

2. *Каплинский А. И.* Моделирование и алгоритмизация слабоформализованных задач выбора наилучших вариантов системы. [Текст] / А. И. Каплинский, И. Б. Руссман, В. М. Умывакин – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1990. – 168 с.

3. *Баева Н. Б.* «Обобщение методов построения интегральных оценок качества на основе теории трудности достижения цели» [Текст] / Н. Б. Баева, Е. В. Куркин // Вестник ВГУ, Серия: системный анализ и информационные технологии, 2011, № 1– С. 84–92.

4. *Баева Н. Б.* Алгебра трудности достижения цели как операционная основа оценки качества результата / Н. Б. Баева, Е. В. Куркин // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Экономические науки. №6(137), 2011. С. 210–213.

5. *Куркин Е. В.* «Совершенствование процесса моделирования РЭС на основе управления качеством ресурсов» / Е. В. Куркин // Анализ, моделирование и прогнозирование экономических процессов: материалы III Международной научно-практической Интернет-конференции, 15 декабря 2011 г. – 15 февраля 2012 г. С. 127–135.

6. *Шадрин А. Д.* Менеджмент качества. От основ к практике. [Текст] / А.Д. Шадрин – М.: ООО «НТК «Трек», 2005. – 360 с.

7. *Леденева Т. М.* О формировании интегральных оценок «трудность достижения цели / Т. М. Леденe-

ва // Вестник факультета ПММ. – вып. 8 – Воронеж: изд.-полиграфический центр ВГУ, 2010 – С. 122–140.

8. *Соболь И.М.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями / И. М. Соболь, Р. Б. Статников – М.: Наука, 1981. – 110 с.

Куркин Евгений Владимирович – аспирант кафедры математических методов исследования операций, факультет Прикладной математики, механики и информатики, Воронежский Государственный Университет. Тел: +7 (908) 1364953. E-mail: zhenek@mail.com

Kurkin Evgeny Vladimirovich – Post-graduate student Department of Mathematical Methods of Operations Research, Department of Applied Mathematics, Mechanics and Informatics, Voronezh State University. Phone: +7 (908) 1364953. E-mail: zhenek@mail.com