УДК 004.9+519.71

ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ПРИМЕНЕНИЯ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Е. И. Веремей

Санкт-Петербургский государственный университет

Поступила в редакцию 01.02.2012 г.

Аннотация. Статья посвящена рассмотрению базовых концепций современных направлений применения компьютерных технологий в процессах и системах управления. Особое внимание уделено идеологии оптимизационного подхода к проектированию систем. Указаны проблемы компьютерной реализацией цифровых законов управления в темпе протекания динамических процессов. Приведен пример формирования алгоритмического обеспечения с учетом ограниченные возможностей встраиваемых систем. Обсуждены особенности подготовки специалистов по применению компьютерных технологий в процессах управления.
Ключевые слова: компьютерные технологии, управление, оптимизация, функционал, динамические процессы.
Annotation. The paper is devoted to basic conceptions of the main directions of computer technologies and systems application for control systems and processes. The special emphasis is placed to the ideology of optimization approach connected with the problem of control systems design. Some questions of digital control laws real-time implementation are discussed. One example is given of special algorithmic support taking into account the limited possibilities of embedded systems. The certain positions of corresponding educational process are presented.
Key words: computer technologies, optimization, control systems functional, dynamical processes.

1. ВВЕДЕНИЕ: ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В настоящее время для управления динамическими объектами применяются системы, представляющие собой многоцелевые аппаратно-программные комплексы со сложной структурой, наделенные богатой функциональностью при работе в разнообразных режимах и обеспечивающие необходимые характеристики протекания соответствующих динамических процессов. Учитывая постоянно растущие требования к качеству управления с одной стороны, а также лавинообразное развитие компьютерных систем и технологии с другой, очевидно, что построение таких комплексов немыслимо без широчайшего применения компьютерной поддержки на всех стадиях моделирования, исследования, разработки и непосредственной реализации.

Вовлечение современных информационных и компьютерных технологий в сферу управления динамическими объектами осуществляется в рамках следующих обобщенных взаимосвязанных направлений: математическое и компьютерное моделирование систем, имитационное моделирование процессов, анализ динамики, синтез алгоритмов функционирования, применение в режиме реального времени. Особую роль играют цифровые системы управления и обработки сигналов, базирующиеся на современных компьютерных элементах. Принципиальная особенность их применения состоит в том, что они служат и объектом, и инструментом исследования и проектирования, а также базой для реализации алгоритмов управления.

Наряду с очевидным позитивом в области применения компьютерных технологий в управлении, на сегодняшний день существует и ряд проблем, препятствующих достижению максимальной эффективности в этом деле. Не ставя перед собой задачу проведения подробного анализа ситуации, отметим лишь положения работы [1], где в явной форме указаны трудности реализации управления с помощью программного обеспечения во встраиваемых системах (embedded systems). Авторы видят истоки этих трудностей в том, что вопрос находится на границе между двумя культурами и мировоззрениями: управления и информатики, которые весьма непросто согласовать.

В связи с отмеченными обстоятельствами цель данной статьи состоит в том, чтобы дать возможность представителям указанных культур взглянуть на некоторые вопросы, нуждающиеся в совместном обсуждении.

2. ОСОБЕННОСТИ КОМПЬЮТЕРНОЙ ПОДДЕРЖКИ МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА

Здесь рассматриваются те аспекты применения компьютерных технологий управленцами, которые можно трактовать, как классические, и где в принципе не возникает особых расхождений во мнениях на способы и характер построения и применения наукоемкого программного обеспечения.

При проведении *математического моделирования* компьютерная поддержка ориентирована на формализацию описания динамики, в первую очередь – в виде систем обыкновенных дифференциальных или разностных уравнений. Очевидно, что хорошая модель должна удовлетворять двум противоречивым требованиям. С одной стороны, она должна быть достаточно сложной для отражения всех основных особенностей прототипов, однако, с другой стороны, математическая модель должна быть достаточно простой для эффективного использования.

Построение математических моделей в настоящее время осуществляют двумя основными путями. Аналитический путь базируется на содержательных законах, характеризующих функциональность конкретных динамических объектов. Здесь применение программной поддержки имеет полностью традиционный характер.

Второй подход является экспериментальным в своей основе, поскольку его существо состоит в максимальном приближении динамики формируемой модели к соответствующим данным натурных испытаний объекта. Здесь программное обеспечение применяется для решения задач структурной и параметрической идентификации, причем особо значима ситуация, когда эти задачи решаются непосредственно в процессе функционирования систем с целью адаптации к конкретным режимам управления, внешним воздействиям и вариациям динамических свойств объекта. Традиционные технологические приемы программирования в таких ситуациях могут оказаться не приемлемыми, поскольку приходится учитывать существенные ограничения по возможностям вычислительных ресурсов и по времени вычислений.

Вопросы *компьютерного моделирования* в классической трактовке решаются на уровне исходных кодов на языках высокого уровня. Наиболее эффективным подходом к построению таких кодов следует признать технологию объектного программирования с функциональной привязкой к конкретным моделируемым динамическим объектам. Примером здесь служит среда MATLAB, где линейные стационарные системы представляются с помощью специальных объектных типов (классов) на программном уровне.

Однако следует отметить, что непосредственное написание моделирующих программ на языках высокого уровня в настоящее время нельзя признать наиболее эффективным. Современные подходы предполагают использование специальных инструментальных средств, существенно облегчающих и повышающих эффективность процесса путем применения компонентной идеологии и визуального программирования с автоматизацией написания кода.

Примером удобного и эффективного инструмента компьютерного моделирования динамических объектов и имитационного моделирования динамических процессов служит система Simulink, входящая неотъемлемой частью в состав среды MATLAB.

При проведении *анализа* (*исследований*) динамических объектов и систем компьютерная поддержка предполагает всемерную автоматизацию применения классического и современного математического аппарата. Естественно, что в первую очередь речь идет об анализе динамических свойств и особенностей, причем лишь в той мере, которая допускает автоматизацию с целью максимально освободить исследователя от выполнения рутинных действий, вызывающих большие потери времени.

Особо значима компьютерная поддержка методов и алгоритмов анализа управляемости и наблюдаемости, устойчивости движений и систем, чувствительности и робастности, динамического качества, спектральных свойств. Особенностью применения современных компьютерных технологий здесь является то, что зачастую анализ проводится не в лабораторных условиях, а непосредственно в ходе работы систем управления, что предъявляет специфические требования к эффективности алгоритмов анализа и к методикам их применения в режиме реального времени.

Существенным моментом, с которым следует считаться при проведении исследований, служит наличие компьютерных элементов и соответствующего программного обеспечения непосредственно в составе исследуемых систем. Это порождает целую серию вопросов, связанных с дискретностью по времени и по уровню, с выбором тестирующих сигналов, с учетом взаимодействия аналоговых и цифровых элементов системы и т.д.

3. Оптимизационный подход к моделированию и синтезу

Различные варианты математической формализации моделей существующих и создаваемых элементов систем управления определяют различные постановки и методы решения задач об их поиске. Тем не менее, в последние десятилетия определился в известной мере универсальный круг таких задач, определяемый единой идеологией, как в теоретическом плане, так и в вопросах практической реализации.

Речь идет о такой формализации задач моделирования и проектирования, которая приводит к *оптимизационной* постановке, что позволяет широко применять современные компьютерные технологии на всех этапах их решения. При этом повышается качество систем, а их разработчики освобождаются от ряда проблем, решение которых можно автоматизировать.

При подобной формализации *искомые (настраиваемые) элементы* системы, а точнее – их математические модели, формируются как результаты решения оптимизационных задач для некоторых функционалов, заданных на определенных допустимых множествах настраиваемых элементов.

Рассмотрим метрическое пространство $\mathbf{X}$, трактуемое, как множество *возможных* проектных решений по выбору настраиваемых элементов. На этом множестве выделим некоторое непустое подпространство $\mathbf{G}$ *допустимых (желаемых)* проектных решений. Деятельность разработчика сводится к тому, чтобы предложить в качестве проектного решения любой элемент из $\mathbf{G}$.

В практических ситуациях эта деятельность далеко не тривиальна, поскольку взятое наугад решение $\mathbf{x}$ чаще всего не будет принадлежать множеству $\mathbf{G}$. Иными словами, если ввести расстояние $d(\mathbf{x},\mathbf{G}) = \inf\limits_{\mathbf{g}\in\mathbf{G}} \rho(\mathbf{x},\mathbf{g})$ от точки $\mathbf{x}$ до множества $\mathbf{G}$, то окажется, что $d(\mathbf{x},\mathbf{G}) > 0$. Отсюда следует единый подход, обеспечить достижение множества $\mathbf{G}$. Он определяется постановкой и решением оптимизационной задачи

$$J(\mathbf{x}) = d(\mathbf{x},\mathbf{G}) \to \min_{\mathbf{x}\in\mathbf{X}}, \qquad (1)$$

о минимизации расстояния до множества $\mathbf{G}$. Очевидно, что $\forall \mathbf{x} \in \mathbf{G}$ функционал $J(\mathbf{x})$ достигает нулевого глобального минимума, и любой метод его численного поиска ведет к допустимому проектному решению.

Примером реализации этой идеи является задача об удержании траекторий в пределах заданных динамических коридоров, состоящая в следующем. Пусть задан объект управления с математической моделью в виде системы

$$\begin{gathered} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t,\mathbf{x},\mathbf{u},\mathbf{d}),\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \\ \mathbf{e} = \mathbf{g}(t,\mathbf{x},\mathbf{u},\mathbf{d}),\ \mathbf{y} = \mathbf{m}(t,\mathbf{x},\mathbf{u},\mathbf{d}), \end{gathered} \qquad (2)$$

где $\mathbf{x} \in E^n$ – вектор состояния, $\mathbf{d} \in E^l$ – вектор возмущений, $\mathbf{u} \in E^m$ – вектор управлений, $\mathbf{e} \in E^k$ – контролируемый вектор, $\mathbf{y} \in E^{k_1}$ – вектор измерений.

Наряду с моделью объекта, рассмотрим обратную связь с уравнениями

$$\begin{gathered} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{r}(t,\mathbf{z},\mathbf{y},\mathbf{h}),\ \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0, \\ \mathbf{u} = \mathbf{g}(t,\mathbf{z},\mathbf{h}), \end{gathered} \qquad (3)$$

где $\mathbf{z} \in E^{n_1}$ – вектор состояния регулятора. Будем считать, что обратная связь (3) задана за исключением вектора $\mathbf{h} \in E^p$ ее настраиваемых параметров.

Зададим вектор внешних возмущений $\mathbf{d} = \mathbf{d}(t) \in D$ на конечном отрезке времени $t \in [0,T]$. В предположении о существовании и единственности решения задачи Коши, это однозначно определит выходной вектор $\mathbf{e} = \mathbf{e}(t,\mathbf{h})$ замкнутой системы на указанном отрезке. Введём в рассмотрение функцию

$$x(t,\mathbf{h}) = \sqrt{\mathbf{e}'(t,\mathbf{h})\mathbf{R}\mathbf{e}(t,\mathbf{h})}, \qquad (4)$$

где $\mathbf{R}$ – заданная знакоположительная симметрическая весовая матрица. Зададим также две функции времени $x_1(t)$ и $x_2(t)$, $x_2(t) < x_1(t)$, $t \in [0,T]$.

Будем выбрать настраиваемые параметры $\mathbf{h} \in E^p$ так, чтобы выполнились неравенства $x_2(t) \le x(t,\mathbf{h}) \le x_1(t) \;\; \forall t \in [0,T]$, что должно обеспечить нахождение кривой $x(t,\mathbf{h})$ в пределах заданного динамического коридора.

Оптимизационный подход дает эффективный способ достижения поставленной цели. Действительно, введем штраф $\alpha(\mathbf{h}) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i(\mathbf{h})$ за выход кривой $x(t,\mathbf{h})$ за пределы коридора, где i – номер момента $t_i \in [0,T]$ времени $(i = \overline{1,N})$, а $\alpha_i(\mathbf{h})$ – мера нарушения ограничений в i-й точке:

$$\alpha_i(\mathbf{h}) = \begin{cases} 0, \; if \; x_2(t_i) \le x(t_i,\mathbf{h}) \le x_1(t_i); \\ x(t_i,\mathbf{h}) - x_1(t_i), \; if \; x(t_i,\mathbf{h}) > x_1; \\ x_2(t_i) - x(t_i,\mathbf{h}), \; if \; x(t_i,\mathbf{h}) < x_2. \end{cases}$$

Тогда с очевидностью имеет смысл постановка оптимизационной задачи типа (1) по удержанию кривой $x(t,\mathbf{h})$ в пределах заданного коридора:

$$\alpha(\mathbf{h}) \to \min_{\mathbf{h} \in E^p}. \qquad (5)$$

Один из возможных вариантов реализации указанного оптимизационного подхода дан в интегрированной среде MATLAB в форме специализированного инструментального средства Simulink Design Optimization. Этот инструмент позволяет задавать границы допустимого «коридора» в визуальном режиме, строит характеристику процесса $x(t,\mathbf{h})$, обеспечивает вычисление меры выхода за пределы коридора при заданном векторе $\mathbf{h}$, осуществляет запуск численного метода поиска решения оптимизационной задачи (5).

Модификация алгоритмов, реализуемых указанным программным средством, представлена в работе [2], где осуществлен учет дополнительных практических требований к синтезируемой системе управления.

4. ПРИМЕР КОМПЬЮТЕРНОЙ ОРИЕНТАЦИИ АЛГОРИТМОВ СИНТЕЗА

Одним из популярных оптимизационных подходов к проектированию систем управления служит идеология LQG-оптимизации [3], [4], в рамках которой внешние возмущения и помехи трактуются как гауссовские белые шумы. Следует отметить, что в последние годы данный подход приобрел не только теоретическое, но и практическое значение, поскольку результат оптимизации легко применить в режиме реального времени.

Однако существующие широко известные алгоритмы численного решения задачи не всегда подходят для адаптивной перенастройки оптимального закона управления, поскольку возможности компьютерной поддержки встраиваемых систем могут оказаться недостаточными. В связи с этим возникает проблема формирования экономичных алгоритмов расчета, ориентированных на ограниченные вычислительные ресурсы.

Будем рассматривать SISO задачу LQG-оптимального синтеза, которая ставится для динамических объектов с линейной стационарной моделью

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u + \mathbf{h}\varphi(t), \\ y &= \mathbf{c}\mathbf{x} + \psi(t), \; \xi = \mathbf{c}\mathbf{x}, \end{aligned} \qquad (6)$$

$\mathbf{x} \in E^n$ – вектор состояния, $\xi, y, u, \varphi, \psi \in E^1$, где ξ – контролируемая, а y – измеряемая переменная, u – управление, $\varphi(t)$ – возмущение, $\psi(t)$ – шум.

Компоненты матрицы $\mathbf{A}$ и векторов $\mathbf{b},\mathbf{h},\mathbf{c}$ будем считать постоянными, а пары $\{\mathbf{A},\mathbf{b}\}$ и $\{\mathbf{A},\mathbf{c}\}$ вполне управляемой и наблюдаемой. Функции $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ являются взаимно не коррелированными гауссовскими белыми шумами: спектральная плотность мощности возмущения равна единице, а шума – константе γ^2. Наряду с уравнением (6) введём линейную модель регулятора

$$u = W(p)y, \qquad (7)$$

где $W(p) = W_1(p) / W_2(p)$, причем W_1, W_2 – полиномы, $p = d / dt$.

Будем рассматривать среднеквадратичный функционал

$$\begin{aligned} I = I(W) &= \left\langle \xi^2 \right\rangle + k^2 \left\langle u^2 \right\rangle = \\ &= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left[\xi^2(t) + k^2 u^2(t) \right] dt, \end{aligned} \qquad (8)$$

который задан на движениях замкнутой системы (6), (7), $k = \text{const}$.

Существо LQG-задачи состоит в поиске регулятора, дающего минимум функционала (8) на множестве $\mathbf{\Omega}_s$ стабилизирующих обратных связей (7):

$$I = I(W) \to \min_{W \in \Omega_s}. \qquad (9)$$

В настоящее время известны несколько способов решения задачи (9), в частности – «2-Риккати» подход, базирующийся на теореме разделения [3], и определяемый следующим алгоритмом построения оптимального регулятора:

1. Решаются два уравнения Риккати относительно матриц $\mathbf{S}$ и $\mathbf{P}$:

$$-\frac{1}{k^2}\mathbf{Sbb'S} + \mathbf{A'S} + \mathbf{SA} + \mathbf{c'c} = \mathbf{0},$$
$$-\frac{1}{\gamma^2}\mathbf{Pc'cP} + \mathbf{AP} + \mathbf{PA'} + \mathbf{h'h} = \mathbf{0}.$$

2. Формируются две вспомогательные матрицы $\mathbf{m}$ и $\mathbf{l}$ по формулам

$$\mathbf{m} = -\frac{1}{k^2}\mathbf{b'S},\ \mathbf{l} = \frac{1}{\gamma^2}\mathbf{Pc'}.$$

3. Формируются оптимальный регулятор, определяемый уравнениями

$$\dot{\mathbf{z}} = (\mathbf{A} + \mathbf{bm} - \mathbf{lc})\mathbf{z} + \mathbf{l}y,$$
$$u = \mathbf{mz},$$

который однозначно сводится к форме (7) с передаточной функцией

$$W(s) = W_0(s) = \mathbf{m}\left(\mathbf{E}s - \mathbf{A} - \mathbf{bm} + \mathbf{lc}\right)^{-1}\mathbf{l}.$$

Наряду с приведенной классической вычислительной схемой решения LQG-задачи, приведем иной алгоритм, обоснованный в работе [4].

1. Выполняется факторизация двух полиномов

$$k^2A(s)A(-s) + B(s)B(-s) \equiv G(s)G(-s),$$
$$\gamma^2A(s)A(-s) + H(s)H(-s) \equiv N(s)N(-s),$$

где $A(s) = \det(\mathbf{E}s - \mathbf{A})$, $B(s) = A(s)\mathbf{c}(\mathbf{E}s - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{b}$, $H(s) = A(s)\mathbf{c}(\mathbf{E}s - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{h}$.

2. Формируется вспомогательный полином $R(s)$

$$R(s) = \sum_{i=1}^{n}\frac{G(-s)}{g_i - s}\frac{B(-g_i)N(g_i)}{A(g_i)G'(-g_i)},$$

где g_i, $i = \overline{1,n}$ – корни полинома $G(-s)$ (полагаем, что все они простые).

3. Строится передаточная функция оптимального регулятора

$$W = W_0(s) = \frac{\left[A(s)R(s) + B(-s)N(s)\right] / G(-s)}{\left[B(s)R(s) - k^2A(-s)N(s)\right] / G(-s)},$$

причем деление на полином $G(-s)$ выполняется нацело (без остатка).

Естественно, что для одинаковых исходных данных оба алгоритма приводят к одинаковому результату, однако второй алгоритм работает быстрее. Это подтверждается результатами экспериментов для объектов с моделями (6) различных порядков, сгенерированных случайно, приведенными в табл. 1. Здесь дано среднее время счета в среде MATLAB по двум приведенным алгоритмам в цикле для 100 значений веса k в функционале (8).

Таблица 1

Порядок системы	Время счета I (с)	Время счета II (с)
1	2.41	0.052
3	2.47	0.120
5	2.50	0.125
7	2.52	0.165
10	2.55	0.230

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены принципиальные положения и особенности основных направлений применения наукоемких компьютерных технологий в системах управления. Особое внимание уделено общей идеологии оптимизационного подхода к проектированию систем. Отдельно указаны проблемы, связанные с компьютерной реализацией цифровых законов управления в темпе протекания динамических процессов. Дан пример целенаправленной ориентации алгоритмов на ограниченные возможности встраиваемых систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Paul Caspi, Oded Maler.* From Control Loops to Real-Time Programs. Handbook of Networked and Embedded Control Systems 2005: P. 395–418.

2. *Веремей Е. И., Коровкин М. В.* Применение пакета NCD для решения задач модальной параметрической оптимизации // Тр. II Всероссийской научной конференции “Проектирование научных и инженерных приложений в среде MATLAB”. М.: ИПУ РАН, 2004. – 1955 с.: ил. – С. 884–896.

3. *Квакернаак Х., Сиван Р.* Линейные оптимальные системы управления. М.: Мир, 1977.

4. *Веремей Е. И.* О спектральном подходе к LQG-оптимизации динамических объектов. Вестник Воронежского государственного технического университета. 2012. Т. 8. № 1. С. 61–65.

Веремей Е. И. – д.ф.-м.н., проф., заведующий кафедрой компьютерных технологий и систем Санкт-Петербургского государственного университета. E-mail: e_veremey@mail.ru

Veremey E. I. – doctor of phis.-math. science, professor, Saint-Petersburg University, Russia Saint-Petersburg. E-mail: e_veremey@mail.ru